

LongMen



高中物理思想方法

高中物理

学科主编 龚霞玲
本册主编 龚霞玲







高中数学

A-1 函数　A-7 平面向量
A-2 立体几何　A-8 数列
A-3 解析几何　A-9 不等式
A-4 算法　A-10 微积分
A-5 统计与概率　A-11 难点解读
A-6 三角函数　A-12 计数原理-随机变量

高中物理

B-1 高中力学（一）　B-5 高中热学
B-2 高中力学（二）　B-6 振动波
B-3 高中电学（一）　B-7 动量 原子物理
B-4 高中电学（二）

高中化学

C-1 金属及其化合物　C-5 有机化学基础
C-2 非金属及其化合物　C-6 化学实验
C-3 物质结构与性质　C-7 化学计算
C-4 化学反应原理

高中语文

D-1 语文基础知识　D-4 文言文阅读
D-2 语言表达与运用　D-5 古代诗歌与名句名篇
D-3 现代文阅读　D-6 写作

高中英语

E-1 听力训练　E-4 完形填空
E-2 单项填空　E-5 阅读理解
E-3 语法　E-6 书面表达

高中政治

F-1 经济生活　F-3 文化生活
F-2 政治生活　F-4 生活与哲学

高中历史

G-1 政治发展史　G-3 文化科技发展史
G-2 经济发展史　G-4 改革与人物

高中地理

H-1 自然地理　H-3 区域地理
H-2 人文地理　H-4 地理选修综合

高中生物

I-1 分子与细胞　I-3 稳态与环境
I-2 遗传与进化　I-4 生物实验与探究

思想方法

J-1 高中数学思想方法　J-3 高中化学思想方法
J-2 高中物理思想方法


ISBN 978-7-5088-2145-0

定价：18.00元



高中物理思想方法

高中物理

学科主编 龚霞玲
本册主编 龚霞玲

龍門書局
北 京

图书在版编目(CIP)数据

龙门专题:新课标. 高中物理. 高中物理思想方法/龚霞玲学科主编;龚霞玲本册主编. —修订版. —北京:龙门书局,2009
ISBN 978-7-5088-2145-0

Ⅰ. 龙…　Ⅱ. ①龚…②龚…　Ⅲ. 物理课—初中—教学参考资料　Ⅳ. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 140214 号

责任编辑:马建丽　刘　宁　刘　婷/封面设计:耕　者

龍　門　書　局出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码:100717
www.longmenbooks.com

中国科学院印刷厂印刷

科学出版社总发行　　各地书店经销

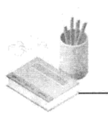
*

2009 年 9 月第　一　版　　开本:A5(890×1240)
2011 年 8 月第十次印刷　　印张:10
字数:359 000

定　价:18.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

策划者语



生命如歌

未名湖畔，博雅塔旁。

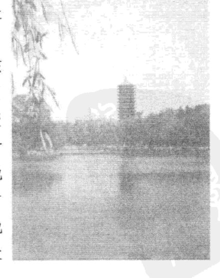
明媚的晨光穿透枝叶，懒散地泻落在林间小道上，花儿睁开惺忪的眼睛，欣喜地迎接薄薄的雾霭，最兴奋的是小鸟，扇动翅膀在蔚蓝的天空中叽叽喳喳地欢唱起来了。微风轻轻拂动，垂柳摇曳，舒展优美的身姿，湖面荡起阵阵涟漪，博雅塔随着柔波轻快地翩翩起舞。林间传来琅琅的读书声，那是晨读的学子；湖畔小径上不断有人跑过，那是晨练的学子；椅子上，台阶上，三三两两静静地坐着，那是求索知识的学子……

在北大，每个早晨都是这样的；在清华，每个早晨也是这样的；在复旦，在交大，在南大，在武大……其实，在每一所高校里，早晨都是一幅青春洋溢、积极进取的景象！

在过去几年时间里，我一直在组织北大、清华的高考状元、奥赛金牌得主，还有其他优秀的学子到全国各地巡回演讲。揭开他们“状元”的光环，他们跟我们是那么的相似，同样的普通与平凡。

是什么成就了他们的“状元”梦想？

在来来往往带他们巡讲的路上，在闲来无事的聚会聊天过程中，我越来越发现，他们每个人都是一道亮丽独特的风景，都有一段奋斗不息、积极进取的历程，他们的成功，是偶然中的必然。



小朱，一个很认真、很可爱的女孩子，高中之前家庭条件十分优越，但学习一直平平；在她上高中前，家庭突遭变故，负债累累，用她妈妈的话说，“家里什么都没有了，一切只能靠你自己了”。她说自己只有高考一条路，只有考好了，才能为家里排忧解难。我曾经在台下听她讲自己刻苦学习的经历：“你们有谁在大

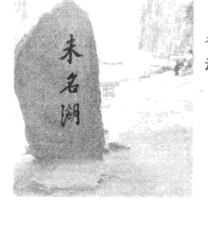
年三十的晚上还学习到深夜三点？你们又有谁发烧烧到39度以上还在病床上看书？……”那一年，她以总分684分成为了浙江省文科高考状元。

陆文，一个出自父母离异的单亲家庭的女孩，她说她努力学习的动力就是想让妈妈高兴，因为从小她就发现，每次她成绩考得很好，妈妈就会很高兴。为了给妈妈买一套宽敞明亮的房子，她选择了出国这条路，考托福，考GRE，最后如愿以偿，被芝加哥大学以每年6.4万美金的全额奖学金录取为生物方向的研究生。

齐伟，湖南省高考第七名，清华大学计算机学院的研究生，被全球最大的软件公司MICROSOFT聘为项目经理；霖秋，北京大学数学学院的小妹，在坚持不懈地努力中完成了自身最重要的一次涅槃，昨天的她在未名湖上游弋，今天的她已在千里之外的西雅图……

还有很多优秀的学子，他们也都有自己的故事，酸甜苦辣，很真实，很精彩。我有幸跟他们朝夕相处，默默观察，用心感受，他们的自信，他们的执着，他们的勤奋刻苦，尤其是他们的“学而得其法”所透露出来的睿智更让人拍案叫绝，他们人人都有一套行之有效的学习方法，花同样的时间和精力他们可以更加快速高效。我一直在想：如果当年我也知道他们的这些方法，或许我也能考上清华或北大吧？

多年以来，我一直觉得我们的高考把简单的事情搞复杂了，学生们浪费了大量的时间和精力却收效甚微；多年以来，我们也一直在研究如何将一套优良的学习方法内化到图书中，让同学们在不知不觉中轻松、快速地获取高分。这就是出版《龙门专题》的原因了。



一本好书可以改变一个人的命运！名校，是每一个学子悠远的梦想和真实的渴望。

《龙门专题》走向名校的阶梯！

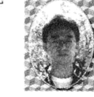
总策划　《龙门专题》策划组

2010年8月

《龙门专题》状元榜

赵永胜　2007年山西省文科状元
中国人民大学财政金融学院
星座：射手座
喜欢的运动：爬山　乒乓球
喜欢的书：伟人传记，如《毛泽东传》
人生格言：生命不息，奋斗不止
学习方法、技巧：兴趣第一，带着乐趣反复翻阅教科书，从最基本的知识入手，打牢"地基"，从基础知识中演绎难题，争取举一反三，融会贯通。合理安排时间，持之以恒，坚信"天道酬勤，勤能补拙"。

卢　毅　2006年浙江省理科状元
北京大学元培学院



星座：天秤座
喜欢的运动：跑步　滑板
喜欢的书：《卡尔维诺文集》
人生格言：做自己
学习方法、技巧：注重知识点的系统性，将每门学科的知识点作一个系统地梳理，无论是预习还是复习，这样便可在课上学习时有的放矢，课后复习时查漏补缺。坚持锻炼，劳逸结合。

武睿颖　2005年河北省文科状元
北京大学元培学院
星座：天秤座
喜欢的运动：游泳　网球
喜欢的书：*A Thousand Splendid Suns*
人生格言：赢得时间，赢得生命
学习方法、技巧：勤奋是中学学习的不二法门；同时要掌握良好的学习方法，如制定学习目标、计划，定期总结公式、解题思路等，这样能事半功倍。最后要培养良好的心态，平和积极地面对学习中的得失。

刘诗泽　2005年黑龙江省理科状元
北京大学元培学院



星座：金牛座
喜欢的运动：篮球　台球　排球
喜欢的书：《三国演义》
人生格言：战斗到最后一滴血
学习方法、技巧：多读书，多做题，多总结。看淡眼前成绩，注重长期积累。坚持锻炼，劳逸结合。

邱　汛　2005年四川省文科状元
北京大学
星座：处女座
喜欢的运动：篮球　乒乓球
喜欢的书：《哈利・波特》
人生格言：非淡泊无以明志，
非宁静无以致远
学习方法、技巧：1. 要保持一颗平常心来面对考试、繁重的学习任务和激烈的竞争。2. 学会从各种测验考试中总结经验、教训，而不要仅仅局限于分数。3. 学会计划每一天的学习任务，安排每一天的学习时间。4. 坚持锻炼，劳逸结合。

林　叶　2005年江苏省文科状元
北京大学



星座：水瓶座
喜欢的运动：跑步　台球　放风筝
喜欢的书：《黑眼睛》《笑面人》
人生格言：不经省察的生活不值得过
学习方法、技巧：学习分两类，一类和理想真正有关，另一类只是不得不过的门槛。不要总因为喜好就偏废其中的一个，它不仅是必须的，而且你也许会发现，它本来也值得你热爱和认真对待。你自己的学习方法别人永远无法替代，它也是你生活的一部分，完善它，就像完善你自己。

田　禾　2005年北京市理科状元
北京大学元培学院
星座：水瓶座
喜欢的运动：羽毛球
喜欢的书：历史类书籍
人生格言：认真、坚持
学习方法、技巧：认真听讲，勤于思考，作阶段性总结，及时调整学习计划，坚持阅读课外书和新闻，一以贯之，学不偏废。

朱师达　2005年湖北省理科状元
北京大学元培学院
星座：水瓶座
喜欢的运动：足球　篮球　游泳
喜欢的书：《追风筝的人》《史记》
人生格言：有梦想就有可能，有希望
就不要放弃
学习方法、技巧：1. 知识系统化、结构化是掌握知识的有用技巧和重要体现。2. 知其然还要知其所以然，记忆才更牢固。3. 整体把握兴趣和强弱科的平衡。4. 正确认识自己的弱点，集中力量克服它。

编委会

学科主编：龚霞玲

编委会成员：邢新山　郑　帆　徐　辉
黄干生　方红梅　杨影梅
周春凤　岑　栋



Contents

目录

高中物理思想方法总述

物理学科研究的是物体(大到天体,小到粒子)的运动状态及其变化的原因,我们学习物理的过程就是由抽象的、定性的了解,到应用数学进行定量研究,这才有了人们所说的数理不分家,从某种意义上讲,物理就是将数学赋予了具体的含义.

研究物理的思想方法中最重要的方法是观察、分析、归纳、总结.物体运动状态的变化与变化的原因之间存在着千丝万缕的联系,学习物理学是培养学生观察、分析、归纳、总结……诸能力的一个重要途径.

数学是定量研究的重要工具,巧妙地运用数学知识来处理物理问题能达到事半功倍的效果,应用数学的技巧或一些特殊的方法,也是处理物理问题的一种重要途径.如图象法、极值法……

物理虽然与数学有千丝万缕的联系,但是物理学却有着自己的规律,对应这些规律、特征又有一些处理问题的技巧,如对称性、等效性,临界状态,量纲、物理模型等,使得在处理物理问题时相对数学又有一些特殊性.

对于物理问题,有的可以从各个不同的角度进行思考,但并不影响结果,有的问题所涉及的方法可能有几个,这并不奇怪,本书所选用的例题中就有互相渗透的情况.从某种角度来讲,"极限法"与"临界条件"之间就没有一个明显的界线,但它们确有一定的区别,极限法是当一个物理量趋于一个极限值时(这个极限值可能是无穷小,也可能是无穷大,还可能是趋近某一个具体值),另一个物理量将趋于一个定值;而临界条件则是一个物理量在逐渐变化的过程,由量变而到质变的过程中的转折点.求解某些问题时,有时说是"极限法",有时说是"临界条件",区别就不是那么明确,但必须注意到它们的共同点就是寻找这个特殊的值.有些试题求解的途径是唯一的,但在很多情况下,用特殊的方法可以帮助理解题意(极限法、图象法在这方面的作用非常突出)、寻找特殊的解题视角、提高解题效率.

本书目录的编排是根据应用的多少先后排列,最基础、最重要的、最常规的跟踪分析法是贯穿整个物理学习的全过程,将其放在首位.最能体现观察能力、分析能力和应用数学能力的图象法排在第二.整体法与隔离法排在第三.高考中重点考查能力的临界条件放在第四.而特殊的方法,如极值法和量纲式则放在本书的最后.

对于每种方法的编写,按教材的顺序进行,特别是比较重要的方法,更是按教材内容的顺序进行,便于读者使用.每节后面设有高考思想篇,由于高考命题是对教材的整体考查,所涉及的知识点就不是按教材的顺序,但由于方法是一致的,所以,高考思想篇需要的知识就比较全面些,可能读者在看到这部分内容时需要学习了相关的知识后才能有所

体会.

不管什么方法,应用时总是要涉及物理学科的知识,离开了物理学科的基本知识和规律就谈不上在解题中应用什么方法,方法论是需要一定的基础,这就是扎实的物理学知识及其基本功,不要寄希望通过方法的学习而达到对物理学习一蹴而就的效果. 所以,从另一个角度来看,对物理学有着深厚功底的人对解答物理问题就不需要什么方法了,他能根据具体情况选取合适的解答途径,这是大师级的"无招胜有招"的境界,也就是"书越读越厚,书越读越薄"的道理. 不过这"无招胜有招"的境界一定是从有招有式中过渡来的,这中间当然也免不了经过艰苦的探索、归纳和总结.



第一讲　跟踪分析法

一个物理过程,或者某一状态,都有对应的条件,由条件确定过程或由过程确定物体对应的条件.一般来说,物体的运动状态是由初始运动条件和受力情况决定的,这种相互依存的关系是我们分析问题的走向.那么,跟踪物体的运动状态变化,可以分析其受力情况,或跟踪受力情况,可以分析其运动状态的变化.跟踪分析方法是高中物理学习中最重要、最常用的方法.

跟踪分析法贯穿物理学习的全过程,特别是对于单个物体的多个运动过程,在过程分析中一定要遵循力与运动关系亦步亦趋地逐步分析(这种方法在今后物理学习中占有主导地位),而对于多个物体相接触时,就需要逐个分析.

1.1　受力分析

受力分析的能力是高中物理学习中必须具备的最基本也是最重要的能力,这种能力的培养贯穿了高中物理学习的全过程.

受力分析的程序是:首先是场力,也就是非接触性的力,如重力、电场力、磁场力等.当题设条件中有轻杆、轻绳、轻环……只要在实体的前面加上“轻”,就意味着重力忽略不计;再一种情况就是明确指出某物体的重力不计.其次分析接触性的力,如弹力、摩擦力等,要分析相互接触物体之间有没有相对运动或相对运动的趋势.

由物体的受力情况和运动状态来研究力的大小和方向,是力学部分学习的重点和难点.

在受力分析中,力的个数不能错,一旦力的个数错,也就意味着以后所做的解答全是无用功.正确的受力分析是高中物理学习中必须具备最重要、最基本的能力.

鉴于这是本书的第一节,所以,所选内容是高中物理最前面的内容,受力分析侧重于平衡态的受力分析.这种分析的模式会渗透在本书后面的每个章节.



解题方法指导

[例1]　氢气球下系一重为G的物体P,在空中做匀速直线运动,如不计空气阻力和风力的影响,物体中心恰能沿MN方向(如图1-1-1中箭头指向)斜向上升,图1-1-1中OO'为竖直方向,则在图1-1-1中气球和物体P所处的情况正确的是(　　)



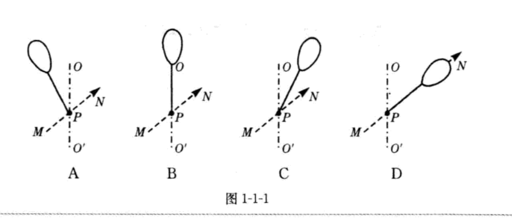


图 1-1-1

［分析］ 物体 P 仅受重力和绳子的拉力而做匀速直线运动，这两个力一定是一对平衡力，重力的方向竖直向下，绳子的拉力一定竖直向上，绳子产生的弹力总是与直绳相切，绳子是竖直的方向.

［答案］ B

［要点］ 本题扣住气球做匀速直线运动，受到的两个力一定是平衡力进行判断.

［例 2］ 两个物体 A 和 B，质量分别为 M 和 m，用跨过定滑轮的轻绳相连，A 静止在水平地面上，如图 1-1-2 所示，所有接触都是光滑的，A 对绳的作用力 F_A 与地面对 A 的作用力 N_A 的大小分别是（　　）

A. $F_A=mg, N_A=(M-m)g$

B. $F_A=mg, N_A=Mg$

C. $F_A=(M-m)g, N_A=Mg$

D. $F_A=(M+m)g, N_A=(M-m)g$

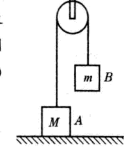


图 1-1-2

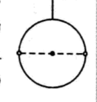
［分析］ 物 A 静止在水平地面上，B 也一定处于静止，B 受到绳子拉力与 B 的重力是一对平衡力，轻绳的拉力处处相等，A 对绳的作用力 $F_A=mg$；反过来，绳对 A 向上的拉力大小为 mg，A 受到三个力的作用：竖直向下的重力 Mg，绳竖直向上的拉力 mg，地面竖直向上的支持力 N_A，向上的力与向下的力大小相等，有 $N_A+mg=Mg$，$N_A=(M-m)g$.

［答案］ A

［要点］ 本题扣住 B 只受到一对平衡力的作用，绳子的作用力不变，再分析 A 的受力情况. 一般来说，在受力分析过程中，受力个数少的物体先分析，受力个数多的物体后分析，这是受力分析中所需要遵循的重要顺序.

［例3］　如图1-1-3所示，质量为M的圆环用轻绳吊在天花板上，环上有两个质量均为m的小环自大环顶部开始分别向两边滑下，当两个小环下落至与大环圆心等高时，小环受到的摩擦力为f，此时绳对大环的拉力大小为　　（　　）

A. $(M+m)g$　　B. $(M+2m)g$　　C. $Mg+f$　　D. $Mg+2f$


图1-1-3

［分析］　两小环受到的摩擦力方向向上，大环受到小环对它的摩擦力f向下，还受到向下的重力Mg和绳的拉力F，由于大环静止，它受到向上的合力的大小等于向下的合力的大小，即$F=Mg+2f$.

［答案］　D

［要点］　大环受到的第一个力是重力，第二个力是绳对它竖直向上的拉力. 小环在大环上向下滑动受到向上的滑动摩擦力，由于力的作用是相互的，大环受到小环对它向下的滑动摩擦力，根据大环处于静止状态，所以，大环在竖直方向上受到向下的力之和等于向上的力之和. 本题中的小环运动状态是非平衡态.

［例4］　如图1-1-4所示，表面粗糙的固定斜面顶端安有滑轮，两物块P、Q用轻绳连接并跨过滑轮（不计滑轮的质量和摩擦），P悬于空中，Q在斜面上，处于静止状态. 当用水平向左的恒力推Q时，P、Q仍静止不动，则　　（　　）

A. Q受到的摩擦力一定变小

B. Q受到的摩擦力一定变大

C. 轻绳上拉力一定变小

D. 轻绳上拉力一定不变

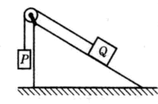


图1-1-4

［分析］　P悬于空中一直静止，说明轻绳拉力大小等于P的重力，保持不变；设斜面的倾角为θ，当$m_Pg=m_Qg\sin\theta$，Q与斜面之间没有摩擦力，当加一水平向左的恒力，使Q有沿斜面向上的运动趋势，受到的摩擦力将由零增大；当$m_Pg<m_Qg\sin\theta$，Q受到沿斜面向上的摩擦力，当Q受到向左的恒力时，Q可能受到沿斜面向上减小的摩擦力，也可能不受摩擦力，也可能受沿斜面向下的摩擦力，而大小变化不确定；当$m_Pg>m_Qg\sin\theta$，Q受到沿斜面向下的摩擦力，当Q受到向左的恒力时，Q受到沿斜面向下的摩擦力增大.

［答案］　D

［要点］　以Q的重力平行于斜面的分量与P的重力大小相等为临界条件进行判断，这样不会漏掉其他两种情况.

[例5] 如图 1-1-5 所示，有 6 个相同的物块放在水平面上，每个物块的重力为 $G=10\text{N}$，每个物块与水平面的最大静摩擦力为 1.4N，现用 $F=6\text{N}$ 的水平力推物块 1，下列判断正确的是（　　）

A. 物块 1 受 4 个力的作用

B. 物块 5 受 4 个力的作用

C. 每个物块受到的摩擦力都是 1N

D. 物块 6 不受摩擦力

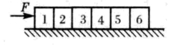


图 1-1-5

[分析] 6 个相同物块与地面间的最大静摩擦力为 $f_{s\max总}=1.4\times 6\text{N}=8.4\text{N}>F=6\text{N}$，物系处于静止状态. 物系与地面间的静摩擦力为 $f_{s总}=6\text{N}$.

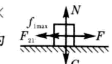


图 1-1-6

以物块 1 为研究对象，其受力如图 1-1-6 所示，在竖直方向上，受到的重力 G 与水平面的支持力 N 是一对平衡力. 水平方向上受到水平推力 F 作用，物块 1 有向右运动趋势，由于 $F=6N>f_{1\max}=1.4\text{N}$，物块 1 挤压物体 2，物块 1 与物块 2 之间有弹力，物块 1 受到物块 2 的弹力 F_{21}，由图和物块 1 的平衡条件可知 $F_{21}=F-f_{1\max}=4.6\text{N}$，所以，物块 1 受到 5 个力的作用.

物系中受到摩擦力的物块有 $n=\dfrac{F}{f_{\max}}=\dfrac{6}{1.4}=4.28$，取 $n>4$，即 $n=5$. 即第 5 个物块受到的静摩擦力 $f_5=F-4f_{\max}=0.4\text{N}<f_{\max}=1.4\text{N}$. 显然物块 5 与物块 6 之间没有挤压，也就没有弹力，物块 6 水平方向不受力，只受到竖直方向的重力和水平面的支持力. 而物块 5 受到物块 4 对它的弹力和水平面对它的静摩擦力而平衡，物块 5 在竖直方向受到 2 个力，物块 5 受 4 个力的作用.

1～4 号物块受到的静摩擦力均为最大静摩擦力，物块 5 受到的静摩擦力为 0.4N，物块 6 不受摩擦力.

[答案] BD

[评析] 首先确定物系处于静止状态，再分析物块 1 处于静止状态受力情况. 在这里首先要明确一点，物块 1 受到推力先克服最大静摩擦力后再挤压物块 2，而不是先挤压 2 再克服最大静摩擦力，以后的每两个物块之间都是这种情况. 因为物块 1 要挤压物块 2 就必须有向物块 2 运动的趋势.

本题分析时先整体，后个体，实际上就是整体法与隔离法联合应用.

确定受静摩擦力物块的个数是用推力除以每个物块受到的最大静摩擦力，是整数，即整数对应的物块均受最大静摩擦力，是小数，则整体部分物块受到的静摩擦力是最大静摩擦力，而小数对应的部分不能四舍五入，进位取整数，其对应的物块受到的静摩擦力不是最大静摩擦力.



跟踪训练

1. 如图 1-1-7 所示，一个重为 G_2 的人站在重为 G_1 的木箱里，他用力 F 向上推木箱，则下列说法中正确的是 （　　）

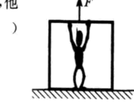


图 1-1-7

A. 人对木箱底的压力大小为 (G_2+F)

B. 人对木箱底的压力大小为 (G_2-F)

C. 木箱对地板的压力大小为 (G_2+G_1-F)

D. 木箱对地板的压力大小为 (G_2+G_1)

2. 如图 1-1-8 所示，两根相同的轻弹簧 S_1、S_2，劲度系数均为 $k=4\times10^2\,\text{N/m}$，悬挂的重物质量分别为 $m_1=2\text{kg}$ 和 $m_2=4\text{kg}$，若不计弹簧质量，取 $g=10\text{N/kg}$，则平衡时弹簧 S_1、S_2 伸长量分别为 （　　）

图 1-1-8

A. 5 cm、10 cm　　B. 10 cm、5 cm

C. 15 cm、10 cm　　D. 10 cm、15 cm

3. 甲、乙、丙三个相同的物体放在同一水平面上，它们分别受到如图 1-1-9所示外力作用后，均在水平面上运动，若它们与水平面间动摩擦因数相同，它们受到的摩擦力 （　　）

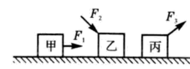


图 1-1-9

A. $F_{f甲}>F_{f乙}>F_{f丙}$

B. $F_{f甲}<F_{f乙}<F_{f丙}$

C. $F_{f甲}=F_{f乙}=F_{f丙}$

D. $F_{f乙}>F_{f甲}>F_{f丙}$

4. 如图 1-1-10 所示，在粗糙的水平面上放一三角形木板 a，若物体 b 在 a 的斜面上匀速下滑，则 （　　）

A. a 保持静止，而且没有相对水平面运动的趋势

B. a 保持静止，但是有相对水平面向左运动的趋势

C. a 保持静止，但是有相对水平面向右运动的趋势

D. 因条件不足，无法对 a 的运动状态作出判断

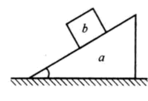


图 1-1-10

图 1-1-11

5. 如图 1-1-11 所示，一木块放在水平面上，在水方向上共受到三个力的作用，即 $F_1=10\text{N}$，$F_2=2\text{N}$ 和摩擦力作用，木块处于静止状态. 则以下说法正确的是 （　　）

A. F_1、F_2 和摩擦力三个力的合力为零

B. 若撤去 F_1，则木块在水平方向受到的合力仍为零

C. 若撤去 F_1，则木块在水平方向受到的合力为 10N，方向向左

D. 若撤去 F_2，则木块在水平方向受到的合力不可能为零

答案与提示

1. AD(求人对木箱底的压力，以人为研究对象，人受到的重力 G_2 和木箱顶部对他向下的压力大小为 F，木箱对他向上的支持力大小等于人受到向下的力之和 G_2+F，即人对木箱底的压力大小为 G_2+F，求木箱对地板的压力大小，以木箱和人为研究对象，他们受到的重力为 G_2+G_1，地面对木箱支持力与他们受到的重力是一对平衡力，木箱对地板的压力大小为 G_2+G_1)

2. C(以物块 m_2 为研究对象，它受到弹簧 S_2 的弹力与其重力是一对平衡力，即 $k\Delta l_2=m_2g$，$\Delta l_2=\frac{m_2g}{k}=10\text{cm}$，将物块 m_1、m_2 作为一个整体进行分析，它们受到弹簧 S_1 形变产生的弹力与重力是一对平衡力，$k\Delta l_1=(m_2+m_1)g$， $\Delta l_1=\frac{(m_1+m_2)g}{k}=15\text{cm}$)

3. D(物体与地面间的弹力大小排列顺序为 $N_{乙}>N_{甲}>N_{丙}$，滑动摩擦力 $f=\mu N$，在 μ 相同的条件下，$F_{f乙}>F_{f甲}>F_{f丙}$)

4. A(系统处于平衡态，在水平方向上没有外力，没有相对水平面运动的趋势. 本题还可以应用隔离法对 b、a 分别作受力分析进行判断)

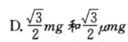
5. AB(木块处于静止状态，水平方向合力为零，由此可知，木块与水平面间的静摩擦力 $f_s=F_1-F_2=8\text{N}$. 若撤去 F_1，木块需要 2N 静摩擦力与 F_2 平衡，这个静摩擦力小于 8N，是可能的；若撤去 F_2，木块需要 10N 静摩擦力与 F_1 平衡，由于不知木块与水平面间最大静摩擦力的大小，木块在水平方向受到的合力可能为零，也可能不为零)

高考思想篇

考点直击

年份	题源及类型	考点
2009	浙江理综 T14 选择 6 分、山东理综 T16 选择 6 分、天津理综 T1 选择 6 分	重力、弹力、摩擦力及物体的平衡条件的应用
2008	天津理综 T19 选择 6 分、海南理综卷 T9 选择 6 分、山东理综 T16 选择 6 分、四川灾区卷 T21 选择 6 分	
2007	上海卷 T10 选择 5 分、海南卷 T3 选择 6 分	





考题探究

［例1］ (2009·浙江)如图1-1-12所示,质量为m的等边三棱柱静止在水平放置的斜面上.已知三棱柱与斜面之间的动摩擦因数为μ,斜面的倾角为30°,则斜面对三棱柱的支持力与摩擦力的大小分别为 (　　)

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}mg$和$\frac{1}{2}mg$　　B. $\frac{1}{2}mg$和$\frac{\sqrt{3}}{2}mg$

C. $\frac{1}{2}mg$和$\frac{1}{2}\mu mg$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}mg$和$\frac{\sqrt{3}}{2}\mu mg$

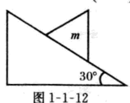


图1-1-12

［分析］ 三棱柱静止在水平放置的斜面上,三棱柱受到三个力的作用:重力竖直向下,斜面的支持力垂直于斜面向上,静摩擦力平行于斜面向上,支持力与摩擦力的合力与重力是一对平衡力,如图1-1-13所示,由图可知:$N=mg\cos 30°=\frac{\sqrt{3}}{2}mg$,$f=mg\sin 30°=\frac{1}{2}mg$.



图1-1-13

［答案］ A

［例2］ (2009·山东)如图1-1-14所示,光滑半球形容器固定在水平面上,O为球心,一质量为m的小滑块,在水平力F的作用下静止于P点.设滑块所受支持力为F_N. OP与水平方向的夹角为θ.下列关系正确的是 (　　)

A. $F=\frac{mg}{\tan\theta}$　　B. $F=mg\tan\theta$

C. $F_N=\frac{mg}{\tan\theta}$　　D. $F_N=mg\tan\theta$

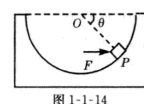


图1-1-14

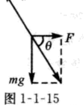
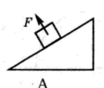


图1-1-15

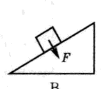
［分析］ 如图1-1-15,小滑块受到三个力的作用:重力mg竖直向下,容器的支持力F_N指向球心,水平作用力F,mg与F的合力与N是一对平衡力,由图可知$F=\frac{mg}{\tan\theta}$,$F_N=\frac{mg}{\sin\theta}$

［答案］ A

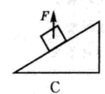
［例3］ (2009·天津)物块静止在固定的斜面上,分别按图1-1-16所示的方向对物块施加大小相等的力F,A中F垂直于斜面向上.B中F垂直于斜面向下,C中F竖直向上,D中F竖直向下,施力后物块仍然静止,则物块所受的静摩擦力增大的是 (　　)



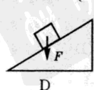
A



B



C



D

图1-1-16

［分析］ 物体能静止在斜面上，说明沿垂直于斜面方向上的合外力为零，平行于斜面方向上的合外力为零，不加外力时，物块受到的静摩擦力 $f_s = mg\sin\theta$（θ 是斜面的倾角）. A、B 两图中的 F 只影响垂直于斜面方向上的力，不影响平行于斜面方向上的力；C 图中的竖直向上的力 F 与重力的合力小于重力，使静摩擦力减小；D 图中的竖直向下的力 F 与重力的合力大于重力，使静摩擦力增大.

［答案］ D

［例 4］ 如图 1-1-17 所示，P 是位于水平的粗糙桌面上的物块. 用跨过定滑轮的轻绳将 P 与小盘相连，小盘内有砝码，小盘与砝码的总质量为 m. 在 P 运动的过程中，若不计空气阻力，则关于 P 在水平方向受到的作用力与相应的施力物体，下列说法正确的是 （ ）

A. 拉力和摩擦力，施力物体是地球和桌面

B. 拉力和摩擦力，施力物体是绳和桌面

C. 重力 mg 和摩擦力，施力物体是地球和桌面

D. 重力 mg 和摩擦力，施力物体是绳和桌面

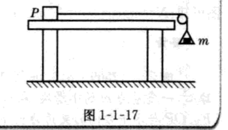


图 1-1-17

［分析］ 在 P 运动的过程中，在水平面方向受到的作用力第一个力是绳的拉力，施力物体是绳，第二个力是桌面对 P 的滑动摩擦力，施力物体是桌面.

［答案］ B

［例 5］ 在粗糙水平地面上与墙平行放着一个截面为半圆的柱状物体 A，A 与竖直墙之间放一光滑圆球 B，整个装置处于静止状态. 现对 B 加一竖直向下的力 F，F 的作用线通过球心，设墙对 B 的作用力为 F_1，B 对 A 的作用力为 F_2，地面对 A 的作用力为 F_3. 若 F 缓慢增大而整个装置仍保持静止，截面如图1-1-18所示，在此过程中 （ ）

A. F_1 保持不变，F_3 缓慢增大

B. F_1 缓慢增大，F_3 保持不变

C. F_2 缓慢增大，F_3 缓慢增大

D. F_2 缓慢增大，F_3 保持不变

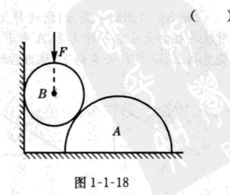


图 1-1-18

［分析］ 力 F 产生了两个作用效果，一个是使 B 压紧竖直墙面的力 F'_1，一个是压紧 A 的力 F_2，如图 1-1-19所示. 当力 F 缓慢增大时，合力的方向和两个分力的方向都没有发生变化，当合力增大时两个分力同时增大.

［答案］ C

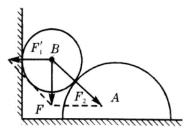


图 1-1-19

［例6］ 用轻弹簧竖直悬挂的质量为 m 的物体，静止时弹簧伸长量为 L_0，现用该弹簧沿斜面方向拉住质量为 $2m$ 的物体，系统静止时弹簧伸长量也为 L_0，斜面倾角为 30°，如图 1-1-20 所示. 则物体所受摩擦力 （　）

A. 等于零

B. 大小为 $\frac{1}{2}mg$，方向沿斜面向下

C. 大于为 $\frac{\sqrt{3}}{2}mg$，方向沿斜面向上

D. 大小为 mg，方向沿斜面向上

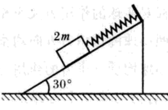


图 1-1-20

［分析］ 由题意可知弹簧对物体的拉力为 mg，物体的重力平行于斜面的分量也是 mg，物体在斜面上相对斜面没有相对运动的趋势，更没有相对运动，摩擦力为零.

［答案］ A

［例7］ 如图 1-1-21 所示，用两根细线把 A、B 两小球悬挂在天花板上的同一点 O，并用第三根细线连接 A、B 两小球，然后用某个力 F 作用在小球 A 上，使三根细线均处于直线状态，且 OB 细线恰好沿竖直方向，两小球均处于静止状态. 则该力可能为图中的 （　）

A. F_1　　B. F_2

C. F_3　　D. F_4

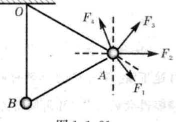


图 1-1-21

［分析］ 物体若是受到三个共点力的作用处于平衡状态，这三个力若不是在同一条直线上，这三个力的作用线不能在同一条直线的同一侧. 基于这个原则，对于 B 球，受到两个力的作用：重力和竖直线的拉力，线 AB 对 B 球没有作用力. 对于 A 球来讲，若是 F_1，则三力在 OA 这条直线的同一侧，不可能，若是 F_4，这三力在竖直线的同一侧，若是 F_2 或 F_3，均有平衡的可能性.

［答案］ BC

［要点］ 三个共点力平衡时，三力方向的分布特点是三个力若是不在同一条直线上，这三个力不能分布在同一条直线的同一侧.

［例8］ 两个可视为质点的小球 a 和 b，用质量可忽略的刚性细杆相连，放置在一个光滑的半球内，如图 1-1-22 所示. 已知小球 a 和 b 的质量之比为 $\sqrt{3}$，细杆长度是球面半径的 $\sqrt{2}$ 倍. 两球处于平衡状态时，细杆与水平面的夹角 θ 是 （ ）

图 1-1-22

A. 45° B. 30° C. 22.5° D. 15°

［分析］ 由题意可知等腰三角形 Oab 是等腰直角三角形，$\angle Oab=\angle Oba=45°$，作出 a、b 两小球的受力图，细杆对两球的作用力大小相等，方向相反，半球面对两小球的作用力方向均指向球心. 因小球平衡，两小球均受三个力的作用，这三个力中任意两个力的合力与第三个力都是一对平衡力，

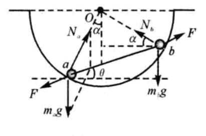


图 1-1-23

由图 1-1-23 可知，对 a 球有：$\frac{F}{\sin(\pi-\alpha)}=\frac{m_ag}{\sin 45°}$，同理可得 $\frac{F}{\sin[\pi-(\pi/2-\alpha)]}=\frac{m_bg}{\sin 45°}$，由以上两式可得 $\frac{m_a}{m_b}=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$，即 $\tan\alpha=\frac{m_b}{m_a}=\frac{1}{\sqrt{3}}$，$\alpha=30°$，$\theta=\angle Oba-\alpha=45°-30°=15°$.

［答案］ D

［例9］ 如图 1-1-24 所示，一固定斜面上两个质量相同的小物块 A 和 B 紧挨着匀速下滑，A 与 B 的接触面光滑. 已知 A 与斜面之间的动摩擦因数是 B 与斜面之间动摩擦因数的 2 倍，斜面倾角为 α. B 与斜面之间的动摩擦因数是 （ ）

A. $\frac{2}{3}\tan\alpha$ B. $\frac{2}{3}\cot\alpha$

C. $\tan\alpha$ D. $\cot\alpha$

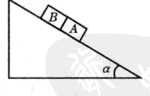


图 1-1-24

［分析］ 将 A、B 两物体作为一个整体分析时，沿平行于斜面方向上合外力为零有：

$\mu_Amg\cos\alpha+\mu_Bmg\cos\alpha=2mg\sin\alpha$ 即 $3\mu_B=2\tan\alpha$ $\mu_B=\frac{2\tan\alpha}{3}$

［答案］ A



思维考试测试

1. 如图 1-1-25 所示，木块 A、B 分别重 50N 和 60N，它们与水平地面间的动摩擦因数均 0.25，夹在 A、B 之间的轻弹簧被压缩了 2 cm，弹簧的劲度系数为 400N/m，系统置于水平地面上静止不动. 现用 $F=1\text{N}$ 的水平拉力作用在木块 B 上，如图 1-1-25 所示，力 F 作用后　　(　　)

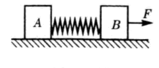


图 1-1-25

A. 木块 A 所受摩擦力大小是 12.5N　　B. 木块 A 所受摩擦力大小是 11.5N

C. 木块 B 所受摩擦力大小是 9N　　D. 木块 B 所受摩擦力大小是 7N

2. 在建筑工地上有时需要将一些建筑材料由高处送到低处，为此工人们设计一种如图 1-1-26 所示的简易滑轨：两根圆柱形木杆 AB 和 CD 相互平行，斜靠在竖直墙壁上，把一摞瓦放在两木杆构成的滑轨上，瓦将沿滑轨滑到低处. 在实际操作中发现瓦滑到底端时速度较大，有可能摔碎，为防止瓦被损坏，下列措施中可行的是　　(　　)

A. 增大两杆之间的距离　　B. 减小两杆之间的距离

C. 减少每次运送瓦的块数　　D. 增多每次运送瓦的块数

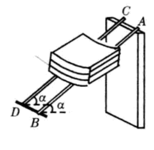


图 1-1-26

图 1-1-27

3. 如图 1-1-27 所示，位于水平桌面上的物块 P，由跨过定滑轮的轻绳与物块 Q 相连，从滑轮到 P 和到 Q 的两段绳都是水平的. 已知 Q 与 P 之间以及 P 与桌面之间的动摩擦因数都是 μ，两物块的质量都是 m，滑轮的质量、滑轮轴上的摩擦都不计，若用一水平向右的力 F 拉 P 使它做匀速运动，则 F 的大小为　　(　　)

A. $4\mu mg$　　B. $3\mu mg$　　C. $2\mu mg$　　D. μmg



答案与提示

1. C(B 木块受到水平向右的拉力 F 和弹簧的推力，这两个力的合力大小为 $F_{B合右}=F+k\Delta l=(1+400\times0.02)\text{N}=9\text{N}$，$B$ 与水平面间滑动摩擦力 $f_B=\mu G_B=15\text{N}>9\text{N}$，$B$ 受到水平向左摩擦力为 9N；A 受到弹簧向左推力与静摩擦力平衡，为 8N)

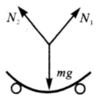


图 1-1-28

2. A(瓦受力图如图 1-1-28 所示，由图可知两木杆对它的支持力的合力与其重力平衡，两木杆之间的距离增大，即两支持力之间的夹角增大，合力大小不变，两分力增大，支持力增大，滑动摩擦力增大，阻力增大，瓦滑到底部的速度就小)

3. A(Q 与 P 之间摩擦力为 μmg，P 与桌面之间的摩擦力为 $2\mu mg$，绳的拉力大小等于 Q 与 P 之间摩擦力为 μmg，这三个方向均向左，拉力与这三个力之和平衡)

1.2 牛顿运动定律与运动过程关系的分析

牛顿运动定律是力学乃至整个经典物理学的基本规律，是动力学的基础，它是高中物理的核心内容. 物体运动状态的变化，与受力情况息息相关，根据物体的受力情况确定物体的运动状态，或由物体的运动状态确定物体受力情况是牛顿第二定律要解决的两种主要题型. 在分析这些问题时，跟踪分析法是最常用和最重要的方法.



解题方法指导

［例 1］ 如图 1-2-1 所示，实验小车在水平路面上做匀速直线运动，在车厢内固定的光滑桌面上放置着质量分别为 M 和 m 的两个物体，且 $M>m$，当车突然停止时，两物体在离开桌面前 （　　）

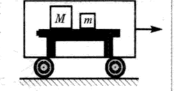


图 1-2-1

A. 一定相撞　　B. 一定不相撞

C. 不一定相撞　　D. 先撞上，又分开

［分析］ 两物体在水平方向上没有受到力的作用，它们的运动状态不改变，两物体在离开桌面前相对静止，B 选项正确.

［答案］ B

［例 2］ 小刚同学放学回家的路上，脚被石块绊了一下，身子向前跌倒；而与他一块儿回家的小明过一会儿不小心脚踩到一块西瓜皮，身子向后摔倒，如图 1-2-2 所示对这两种情景，下列解释合理的是 （　　）

A. 二者脚的运动状态改变，而上身由于惯性仍保持原来运动状态

B. 二者上身的运动状态改变，而脚由于惯性仍保持原来运动状态

C. 前者上身的运动状态改变，而脚由于惯性仍保持原来运动状态；后者脚的运动状态改变，而上身由于惯性仍保持原来运动状态

D. 前者脚的运动状态改变，而上身由于惯性仍保持原来运动状态；后者上身的运动状态改变，而脚由于惯性仍保持原来运动状态



图 1-2-2

［分析］ 脚碰到静止的石头后脚的速度变为零，而人的身子由于惯性继续向前运动，人就向前倒；脚踩在西瓜皮上，由于西瓜皮与地面的摩擦小，在脚踩西瓜皮的时候脚给西瓜皮一个向前的作用力，西瓜皮获得向前的速度大于人行走的速度，脚的速度大，人身子的速度小，所以，人向后倾.

［答案］ A

［要点］ 两种现象都是脚的运动状态发生了变化，而人的上身运动状态没有变化导致的. 前者是脚的速度突然变为零，后者是脚的速度突然增大，明确这两点才能正确地解释产生的现象.

［例 3］ 一个物体受几个力的作用而处于静止状态，若保持其余几个力不变，将其中一个力 F_1 逐渐减小到零（方向不变）. 然后又逐渐增大到 F_1 方向仍然不变，在这个过程中，物体的（　　）

A. 加速度始终增大，速度始终增大

B. 加速度始终减小，速度始终增大

C. 加速度先增大，后减小，速度始终增大直到一定值

D. 加速度和速度都是先增大后减小

［分析］ 物体受几个力的作用而处于静止状态（静止状态是速度和加速度均为零的状态），说明这几个力的合外力为零，当其中的 F_1 逐渐减小到零的过程中，则这几个力的合力是逐渐增大到 F_1，方向与原 F_1 的方向相反，由牛顿第二定律可知物体的加速度由 0 逐渐增大到 $\frac{F_1}{m}$，物体向着与原 F_1 相反的方向做加速度增大的加速运动. 当 F_1 由零逐渐增大的过程中，物体所受的合外力方向不变，但合外力的大小却是减小的，也就是物体的加速度方向不变，大小却逐渐减小，物体在做加速度减小的加速运动，当 F_1 增大到原值时，物体的合外力为零，物体的速度达到最大，以后做匀速直线运动.

［答案］ C

［评析］ 这种由于力的变化而导致物体运动状态的变化，其关系是亦步亦趋的，也就是顺藤摸瓜的分析. 在这个分析过程中，一定要注意到加速度是由物体所受的合外力决定的，进一步说明加速度与合外力的瞬时对应关系. 速度的大小变化则由加速度的方向与速度方向间的关系所确定：两者同向，速度越来越大，两者反向，速度越来越小. 这也是判断物体速度大小变化的一个基本原则.

［例 4］ 斜面长 10 m，高 6 m，质量为 10kg 的物体在斜面底部受一个沿斜面向上的力 $F=100$ N 作用，由静止开始运动. 2 s 内物体在斜面上移动了 4 m，2 s 末撤去力 F，求 F 撤去后，经多长时间物体返回斜面底部？（$g=10\ m/s^2$）



［分析］ 物体在斜面上由静止开始做初速度为零的匀加速运动，由运动的时间和位移可以确定物体的加速度，再由加速度可以确定物体与斜面的滑动摩擦力．撤去 F 后，物体在斜面上做减速运动，速度减到零后，由题可知滑动摩擦力肯定小于重力平行于斜面的分量，物体向下运动时，物体受到的滑动摩擦力大小不变，但方向沿斜面向上．物体三个阶段中的加速度不相同，第一个阶段和第三阶段均做初速度为零的匀加速运动，第二个阶段是末速度为零的匀减速运动．明确了物体的运动情况和受力情况，就可以选择求解的途径．

解法一：作出物体在三个不同运动状态的受力图如图 1-2-3 所示．

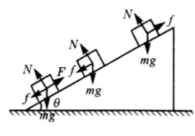
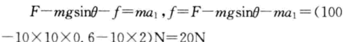


图 1-2-3

在加速上滑阶段 $s_1=\frac{1}{2}a_1t_1^2$ $\quad a_1=\frac{2s_1}{t_1^2}=2\ \text{m/s}^2$

由受力图和牛顿第二定律可知



$F-mg\sin\theta-f=ma_1$，$f=F-mg\sin\theta-ma_1=(100-10\times10\times0.6-10\times2)\text{N}=20\text{N}$

在 F 撤走瞬间，物体的速度为 v，且 $v=a_1t_1=2\times2\text{m/s}=4\text{m/s}$

在减速上滑阶段的加速度为 a_2，所用时间为 t_2，位移为 s_2，由其受力图和牛顿第二定律可知加速度 $\quad a_2=\frac{mg\sin\theta+f}{m}=8\ \text{m/s}^2$

减速上滑的时间 $t_2=\frac{v}{a_2}=0.5\text{s}$ $\qquad$ 减速位移 $s_2=\frac{v}{2}t_2=1\text{m}$

在加速下滑阶段加速度为 a_3，所用时间 t_3，位移 s_3，由其受力图和牛顿第二定律可知加速度为 $a_3=\frac{mg\sin\theta-f}{m}=4\ \text{m/s}^2$

$s_3=s_1+s_2=(4+1)\text{m}=5\text{m}$，$s_3=\frac{1}{2}a_3t_3^2$，$t_3=\sqrt{\frac{2s_3}{a_3}}=1.58\text{s}$

所以当撤去 F 后，经时间 $t=t_2+t_3=2.08\text{s}$，物体返回斜面的底部．

解法二：物体受的力在平行斜面方向上使物体产生加速度分别为 a_F、a_G、a_f，由牛顿第二定律可知 $a_F=\frac{F}{m}=10\ \text{m/s}^2$，$a_G=\frac{mg\sin\theta}{m}=g\sin\theta=6\ \text{m/s}^2$，

物体加速向上时的加速度为 $a_1=a_F-a_G-a_f$，

由加速上滑时有 $s_1=\frac{1}{2}a_1t_1^2$ $\qquad$ 解得上滑加速度 $a_1=\frac{2s_1}{t_1^2}=2\ \text{m/s}^2$，

所以，滑动摩擦力产生的加速度 $a_f=a_F-a_G-a_1=2\text{m/s}^2$

在 F 撤走瞬间，物体的速度为 v，$v=a_1t_1=2\times2\text{m/s}=4\ \text{m/s}$

物体在减速上滑时，其加速度为 a_2，$a_2=a_G+a_f=8\ \text{m/s}^2$

物体做减速运动的时间为 t_2，$t_2=\frac{v}{a_2}=0.5\text{s}$

物体做减速运动的位移为 s_2，$s_2=\frac{v}{2}t_2=1\text{m}$

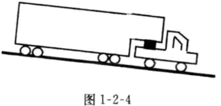
物体加速下滑的加速度为 a_3，$a_3=a_G-a_f=4\text{m/s}^2$

物体下滑的位移为 s_3，$s_3=\frac{1}{2}a_3t_3^2$，$t_3=\sqrt{\frac{2s_3}{a_3}}=1.58\text{s}$

所以当撤去 F 后，经时间 $t=t_2+t_3=2.08\text{s}$，物体返回斜面的底部.

［例5］ 如图1-2-4汽车 A 拉着装有集装箱的拖车 B，以速度 $v_1=30\text{m/s}$ 进入向下倾斜的直车道. 车道每100m下降2m. 为了使汽车速度在 $s=200\text{m}$ 的距离内减到 $v_2=10\text{m/s}$，驾驶员必须刹车. 假定刹车时地面的摩擦阻力是恒力，且该力的70%作用于拖车 B，30%作用于汽车 A. 已知 A 的质量 $m_1=2000\text{kg}$，B 的质量 $m_2=6000\text{kg}$. 求汽车与拖车的连接处沿运动方向的相互作用力.（取重力加速度 $g=10\text{ m/s}^2$）

［分析］ 汽车与拖车一起做减速运动，它们的加速度相同，阻力来自于两车受到地面的阻力，由于拖车质量是汽车质量的3倍，即为总质量的75%，而地面给拖车的阻力占总阻力的70%，显然沿运动方向汽车与拖车之间有相互作用力，此力的大小为总阻力的5%.


图1-2-4

［解］ 汽车沿倾斜车道做匀减速运动，有：$v_2^2-v_1^2=-2as$ 解得 $a=2\text{m/s}^2$

用 F 表示刹车时的阻力，根据牛顿第二定律得：

$F-(m_1+m_2)g\sin\alpha=(m_1+m_2)a$ 式中 $\sin\alpha=\frac{2}{100}=0.02$，解得 $F=1.76\times10^4\text{ N}$

设刹车过程中地面作用于汽车的阻力为 f，依题意得：$f=\frac{30}{100}F=5.28\times10^3\text{ N}$

表示拖车作用汽车的力 f_N，对汽车应用牛顿第二定律得：$f-f_N-m_1g\sin\alpha=m_1a$

联立以上各式解得：$f_N=f-m_1g\sin\alpha-m_1a=880\text{N}$

［答案］ 汽车与拖车的连接处沿运动方向的相互作用力为880N.

［要点］ 由于学生受力分析的能力不到位，导致此题出错的现象很严重. 学生错误在不理解刹车中的阻力是地面对车的阻力，总认为是刹车鼓的阻力，这就像人上楼是借助于楼梯的道理一样，人是走上去的，没有楼梯就不能走上去，但并不是楼梯能将人自动送上去，若不是刹车鼓的作用，车轮会转动，但刹车鼓与车作为一个整体，它们之间的相互作用力是内力，而不是外力，只有车轮与地面接触受外力，这个外力产生的原因是因为刹车鼓的作用，就像人走上楼时，楼梯对人的作用是因为人要踏上楼梯，楼梯才会对人有作用的道理一样.




在分析中已知相互作用力为总阻力的5%，即5%F=880N. 这与计算结果是一致的.

［例6］ 一小圆盘静止在桌布上，位于一方桌的水平桌面的中央. 桌布的一边与桌的AB边重合，如图1-2-5所示. 已知盘与桌布间的动摩擦因数为μ_1，盘与桌面间的动摩擦因数为μ_2，现突然以恒定的加速度a将桌布抽离桌面，加速度的方向是水平且垂直于AB边. 若圆盘最后未从桌面掉下，则加速度a满足的条件是什么？（以g表示重力加速度）

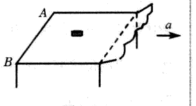


图1-2-5

［分析］ 桌布抽离圆盘，圆盘给桌布向左的滑动摩擦力，圆盘受桌布向右的滑动摩擦力，向右做加速运动，但圆盘的加速度小于桌布的加速度，圆盘与桌布分离后，圆盘落到桌面，受到桌面的滑动摩擦力向左，圆盘做减速运动，圆盘最后未从桌面掉下，说明圆盘运动全过程的位移小于桌边长的一半. 圆盘运动的全过程是先做初速度为零的匀加速运动，后做末速度为零的匀减速运动，圆盘与桌布分离时的速度达到最大. 而桌布做初速度为零的匀加速运动.

［解］ 设圆盘的质量为m，桌长为l，在桌布从圆盘下抽出的过程中，盘的加速度为a_1，有

$$\mu_1 mg = ma_1 \qquad ①$$

桌布抽出后，圆盘在桌面上做匀减速运动，加速度的大小为a_2，有 $\mu_2 mg = ma_2$ ②

设圆盘刚离开桌布时速度为v_1，移动的距离为x_1，离开桌布后在桌面上移动的距离为x_2后便停下，有

$$v_1^2 = 2a_1 x_1 \qquad ③$$

$$v_1^2 = 2a_2 x_2 \qquad ④$$

圆盘没有从桌面上掉下的条件是

$$x_2 + x_1 \leqslant \frac{1}{2}l \qquad ⑤$$

设桌布从盘下抽出所经历的时间为t，在这段时间内桌布移动的距离为x，

$$x = \frac{1}{2}at^2 \qquad ⑥$$

$$x_1 = \frac{1}{2}a_1 t^2 \qquad ⑦$$

而

$$x = \frac{1}{2}l + x_1 \qquad ⑧$$

由以上各式解得 $a \geqslant \frac{\mu_1 + 2\mu_2}{\mu_2}\mu_1 g$

［要点］ 1. 圆盘的运动特点和圆盘的位移关系，圆盘先做加速运动，后做减速运动，圆盘的加速和减速的位移之和不能大于圆盘开始时距桌边缘的距离.



2. 圆盘的加速时间与圆盘和桌布之间的相对运动有关，圆盘和桌布相对运动的位移是圆盘到桌布边缘的距离.

［例7］　如图 1-2-6 水平传送装置由轮半径均为$R=1/\pi$m 的主动轮 O_1 和从动轮 O_2 及传送带等构成. 两轮轴心相距 8.0m，轮与传送带不打滑. 现用此装置运送一袋面粉，已知这袋面粉与传送带之间的动摩擦因数为 $\mu=0.4$，这袋面粉中的面粉可不断地从袋中漏出，且不影响动摩擦因数.

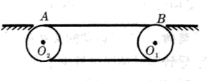


图 1-2-6

(1) 当传送带以 4.0m/s 的速度匀速运动时，将这袋面粉由左端 O_2 正上方的 A 点轻放在传送带上后，这袋面粉由 A 端运送到 O_1 正上方的 B 端所用时间为多少？

(2) 要想尽快将这袋面粉由 A 端送到 B 端（设初速度仍为零），主动轮 O_1 的转速至少应为多大？

(3) 由于面粉的渗漏，在运送这袋面粉的过程中会在深色传送带上留下白色的面粉的痕迹. 这袋面粉在传送带上留下的痕迹最长能有多长（设袋的初速度仍为零）？此时主动轮的转速应满足何种条件？

［分析］　由主动轮和从动轮的关系可知两轮均做顺时针转动. 面粉能在传送带上留下白色的痕迹，说明袋与带间有相对运动. 面粉袋由 A 到 B 的过程中先加速，当面粉袋的速度等于传送带的速度时，滑动摩擦力消失，面粉袋随传送带一起做匀速直线运动到 B 点，也可能面粉袋一直加速到 B 点，但此种情况是传送带的速度一定大于面粉袋在这段位移上加速的最大速度，才能维持面粉袋与传送带之间由相对运动而产生的滑动摩擦力. 这就是用最短的时间运送面粉袋的条件. 若要传送带上的痕迹最长，即传送带上全部都是痕迹，即面粉袋在传送带的相对路径就是传送带的长度.

［解］　设面粉袋的质量为 m，其在与传送带产生相当滑动的过程中所受的摩擦力 $f=\mu mg$. 故而其加速度为：$a=\dfrac{f}{m}=\mu g=4.0\ \text{m/s}^2$

(1) 若传送带的速度 $v_{带}=4.0\text{m/s}$，面粉袋加速运动的时间 $t_1=v_{带}/a=1.0\text{s}$

在 t_1 时间内的位移 s_1 为：　$s_1=\dfrac{1}{2}at_1^2=2.0\text{m}$

其后以 $v=4.0\text{m/s}$ 的速度做匀速运动，即 $s_2=l_{AB}-s_1=vt_2$

解得：　$t_2=1.5\text{s}$　运动的总时间为：　$t=t_1+t_2=2.5\text{s}$

(2) 要想时间最短，面粉袋应一直向 B 端做加速运动 $l_{AB}=\dfrac{1}{2}at'^2$　　可得：$t'=2.0\text{s}$

此时传送带运转最小速度为 $v'=at'=8.0\text{m/s}$

而 $v=\omega r=2\pi nR$　可得：主动轮转速最小值为 $n=240\text{r/min}$（或 4r/s）

(3)传送带的速度越大,“痕迹”越长. 当面粉的痕迹布满整条传送带时,痕迹达到最长. 即痕迹长 Δs 为:$\Delta s=2l+2\pi R=18.0\text{m}$

在面粉袋由 A 端运动到 B 端的时间内,传送带运转的距离 $s_{带}=\Delta s+l_{AB}=26.0\text{m}$

又由(2)已知 $t'=2.0\text{s}$,故而有:$2\pi n'R\geqslant\frac{s_{带}}{t}$ 则:$n'\geqslant390\text{r/min}$(或 6.5r/s)

[总结] 力与运动的关系中,力始终是物体运动状态变化的原因. 物体的受力发生变化,导致运动情况也发生了变化,一般来说,单个物体的多个运动阶段的问题和两个相互作用的物体之间的相对运动是难度较大的试题.

处理单个物体的多个运动过程时,不同的运动阶段有不同的受力情况,紧扣转折点的速度和不同阶段的加速度、位移三者关系,是求解的基本途径. 例 7 虽然典型,但难度不大,属于顺藤摸瓜类的试题.

处理两个相互间有作用力且存在着相对运动的物理过程中,出现最多的是滑动摩擦力,紧扣住两物速度相等时,滑动摩擦力消失是物体运动的转折点.

[说明] 跟踪分析法贯穿整个物理学习的过程,主要表现在物体受力与其运动的关系上,只要跟踪分析的能力达到了,在后面电学的学习中就会如鱼得水. 也正因为这种原因,跟踪分析法会贯穿整个物理的学习过程,在本书后面的各个章节中几乎无处不在,所以就没有将以后电学和其他内容在此重复罗列.

跟踪训练

1. 自 2004 年 5 月 1 日起,首部《中华人民共和国交通安全法》已正式实施. 我们知道,惯性是造成许多交通事故的原因,下列各项交通规则中,不是为了防止因惯性而造成交通事故的是 ( )

A. 转弯时机动车应减速慢行

B. 车辆快速行驶时前后要保持一定的车距

C. 车辆要靠道路的右侧行驶

D. 小型客车的驾驶员和前排乘客必须系上安全带

2. 根据牛顿运动定律,以下选项中正确的是 ( )

A. 人只有在静止的车厢内,竖直向上高高跳起后,才会落在车厢的原来位置

B. 人在沿直线匀速前进的车厢内,竖直向上高高跳起后,将落起跳点的后方

C. 人在沿直线加速前进的车厢内,竖直向上高高跳起后,将落起跳点的后方

D. 人在沿直线减速前进的车厢内,竖直向上高高跳起后,将落起跳点的后方

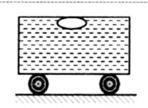
3. 运输液体的货物的槽车,液体中有气泡,如图 1-2-7 所示,下列判断正确的是 ( )

A. 当车开动时,气泡将向前运动

B. 刹车时,气泡将向前运动

C. 当车开动时,气泡将向后运动

D. 刹车时,气泡将向后运动


图 1-2-7

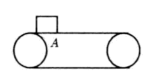


图 1-2-8

4. 如图 1-2-8 所示，在马达的驱动下皮带运输机的皮带以速率 v 向右水平运行，现将一块砖正对皮带上的 A 点轻轻地放在皮带上，此后　（　　）

A. 一段时间内，砖块将在滑动摩擦力的作用下，对地做加速运动

B. 当砖块的速率等于 v 时，砖块与皮带间摩擦力变为静摩擦力

C. 当砖块与皮带相对静止时，它位于皮带上 A 点的右侧的某一点 B

D. 砖块在皮带上有可能不存在砖块与皮带相对静止的状态

5. 一列以速度 v 匀速行驶的列车内有一水平桌面，桌面上的 A 处有一小球，若车厢中的旅客突然发现小球沿如图 1-2-9(俯视图)中的虚线从 A 点运动到 B 点，则由此可以判断列车的运动情况是　（　　）

A. 减速行驶，向北转弯　　B. 减速行驶，向南转弯

C. 加速行驶，向南转弯　　D. 加速行驶，向北转弯

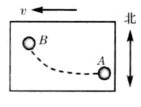


图 1-2-9

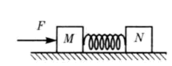


图 1-2-10

6. 如图 1-2-10 所示，质量相同的木块 M、N 用轻弹簧连接置于光滑水平面上，开始弹簧处于自然伸长状态，木块 M、N 静止. 现用水平恒力 F 推木块 M，用 a_M、a_N 分别表示木块 M、N 瞬时加速度大小，用 v_M、v_N 分别表示木块 M、N 瞬时速度大小，则在弹簧第一次被压缩到最短的过程中　（　　）

A. M、N 速度相同时，$a_M > a_N$

B. M、N 速度相同时，$a_M = a_N$

C. M、N 加速度相同时，速度 $v_M > v_N$

D. M、N 加速度相同时，速度 $v_M = v_N$

7. 如图 1-2-11 所示，一固定的楔形木块，其斜面的倾角 $\theta = 30°$，另一边与地面垂直，顶上有一定滑轮. 一柔软的细线跨过定滑轮，两端分别与物块 A 和 B 相连，A 的质量为 $4m$，B 的质量为 m. 开始时将 B 按在地面上不动，然后放开手，让 A 沿斜面下滑而 B 上升. 物体 A 与斜面间无摩擦. 假如当 A 沿斜面下滑 s 距离后，细线突然断了. 求物块 B 上升的最大高度 H.(斜面足够高)

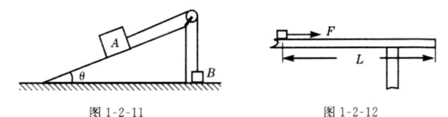


图 1-2-11　　图 1-2-12

8. 如图 1-2-12 所示，一质量 $m=1\text{kg}$ 的物块放在桌面离桌的右端 $L=1.2\text{m}$ 处，物块与桌面间的动摩擦因数 $\mu=0.25$，现用一水平向右的力 $F=7.5\text{N}$ 作用在物块上，使物块由静止开始并从桌面上掉下来，则 F 作用在物块上的时间至少为多少？($g=10\text{m/s}^2$)



答案与提示

1. C(转弯时若车的速度较大，因惯性车要向外侧倾斜而容易发生翻车；车辆快速行驶时前后要保持一定的车距是防止前车突然刹车时，后车从发现前车刹车到自己也刹车，此过程因惯性而要向前行驶一段距离，大于前车刹车的距离，若两车无间距就会撞车；小型客车的驾驶员和前排乘客必须系上安全带是为了防止突然刹车时人身子向前倾而撞到驾驶盘和前面的车窗；车辆靠道路的右侧行驶与惯性无关)

2. C(人竖起向上高高跳起后，在水平方向上没有外力，由于惯性，将保持起跳瞬间的水平速度不变，若车的速度不变，人落回到起跳点，若车的速度增大，人落在起跳点后方)

3. AD(车开动时，车内的液体原来是静止的，由于惯性仍要保持原来静止状态，它相对车向后，气泡则向前，刹车时，液体由于惯性要保持原来的运动状态向前，气泡则向后，气泡的运动是由于液体的惯性所造成)

4. AD(参考例 7)

5. B(小球在桌面可认为水平方向不受外力，小球保持匀速直线运动状态. 球在南北方向上有相对位移，说明桌面(即列车)向南运动，即向南转弯；球在初速度方向上的位移大于桌面的位移，小球的位移大于车的位移，说明车做减速运动)

6. C(设两物块质量均为 m，弹簧形变量为 Δx，劲度系数为 k，对 M 由牛顿第二定律可知 $a_M=\dfrac{F-k\cdot\Delta x}{m}$，对 N 同理有 $a_N=\dfrac{k\cdot\Delta x}{m}$，其中 Δx 是弹簧的压缩量. 只要 $a_M>a_N$，M 加速得比 N 快，由于 M 的速度 v_M 比 N 的速度 v_N 大，弹簧的压缩量是增大的，当 $a_M=a_N$，即两物块速度增加率相行，只要 $v_M>v_N$，Δx 是增大的，以后 $a_M<a_N$，N 加速得比 M 快，当速度 $v_M=v_N$ 时，弹簧的压缩量最大. 以后 $a_M<a_N$，$v_M<v_N$ 即不在本题考虑的范围内)

7. B 先和 A 一起匀加速直线运动，当绳断时，B 上升的速度达到最大，以后做竖直上抛运动. 第一阶段，对 A：$4mg\sin\theta-T=4ma$，对 B：$T-mg=ma$，解得 $a=0.2g$，匀加速的末速度 $v=\sqrt{2as}=\sqrt{0.4gs}$. B 第二阶段做竖直上抛运动，继续上升的高度 $s'=\dfrac{v^2}{2g}=0.2s$，所以 $H=s+s'=1.2s$.

8. 力 F 作用在物块上的时间越长，物块的速度越大，F 撤离后，物块减速运动到桌面的右端越容易，当物块到达桌面右端时的速度为零时，是物块到达桌面右端时的临界状态，也是力 F 作用的最短时间. 物块从静止开始运动，先加速，后减速，最后的速度为零，

且位移为 $L=1.2\text{m}$. 力 F 使物块产生的加速度大小为 $a_F=\dfrac{F}{m}=7.5\ \text{m/s}^2$，物块与桌面间的摩擦力提供加速度 $a_f=\dfrac{f}{m}=\mu g=2.5\ \text{m/s}^2$，物块加速阶段的加速度为 a_1，有 $a_1=a_F-a_f=5\text{m/s}^2$，减速阶段的加速度为 $a_2=a_f=2.5\text{m/s}^2$. 物块在运动过程中的最大速度是加速阶段的末速度，也是减速阶段的初速度，设此速度为 v，则 $v=a_1t_1=a_2t_2$，$\dfrac{t_1}{t_2}=\dfrac{a_2}{a_1}=\dfrac{2.5}{5}=\dfrac{1}{2}$，设物块加速阶段的位移为 s_1，减速阶段物块的位移为 s_2，则 $\dfrac{s_1}{s_2}=\dfrac{vt_1/2}{vt_2/2}=\dfrac{1}{2}$，而 $s_1+s_2=L$，$s_1=\dfrac{L}{3}=\dfrac{1}{2}a_1t_1^2$，$t_1=\sqrt{\dfrac{2L}{3a_1}}=\sqrt{\dfrac{2\times1.2}{3\times5}}\text{s}=0.4\text{s}$. 故力 F 作用在物块上的时间至少为 0.4s，才能从桌面上掉下来.

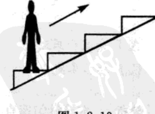
高考思想篇

考点直击

年份	题源及类型	考点
2009	江苏卷 T9 选择 4 分、宁夏理综 T21 选择 6 分、安徽理综 T17 选择 6 分、江苏卷 T13 计算 15 分	牛顿运动定律、匀变速运动规律
2008	海南理综卷 T9 选择 6 分、四川灾区卷 T24 计算 18 分	
2007	江苏卷 T6 选择 3 分、海南卷 T2 选择 6 分	

考题探究

［例 1］ (2009·安徽)为了节约能量，某商场安装了智能化的电动扶梯. 无人乘行时，扶梯运转得很慢；有人站上扶梯时，它会先慢慢加速，再匀速运转. 一顾客乘扶梯上楼，恰好经历了这两个过程，如图 1-2-13 所示. 那么下列说法中正确的是　　(　　)


图 1-2-13

A. 顾客始终受到三个力的作用

B. 顾客始终处于超重状态

C. 顾客对扶梯作用力的方向先指左下方，再竖直向下

D. 顾客对扶梯作用力的方向先指右下方，再竖直向下

[分析] 人站上扶梯，扶梯先加速、后匀速，加速度斜向上，将加速度分解到竖直方向(向上)和水平方向(向右)，竖直方向是重力(向下)与支持力(向上)的合力提供加速需要的力，水平方向是静摩擦力提供加速所需要的力，加速阶段受三个力的作用，匀速运动就只受两个力的作用. 加速时超重，匀速时没有超重. 加速时顾客对扶梯的作用力是向下的压力和向左的静摩擦力，这两个力的合力指向左下方；匀速时顾客对扶梯的作用力是竖直向下的压力.

[答案] C

[例2] **(2009·宁夏)** 如图 1-2-14 所示，一足够长的木板静止在光滑水平面上，一物块静止在木板上，木板和物块间有摩擦. 现用水平力向右拉木板，当物块相对木板滑动一段距离但仍有相对运动时，撤掉拉力，此后木板和物块相对于水平面的运动情况为 ( )

A. 物块先向左运动，再向右运动

B. 物块向右运动，速度逐渐增大，直到做匀速运动

C. 木板向右运动，速度逐渐变小，直到做匀速运动

D. 木板和物块的速度都逐渐变小，直到为零

图 1-2-14

[分析] 水平力向右拉木板，当物块相对木板滑动了一段距离但仍有相对运动时，说明物块的速度小于木板的速度，撤掉拉力后物块继续加速，而木板在滑动摩擦力的作用下做减速运动，直到两者速度相等一起做匀速直线运动.

[答案] BC

[例3] **(2009·宁夏)** 水平地面上有一木箱，木箱与地面之间的动摩擦因数为 μ $(0<\mu<1)$. 现对木箱施加一拉力 F，使木箱做匀速直线运动. 设 F 的方向与水平面夹角为 θ，如图 1-2-15 所示，在 θ 从 0 逐渐增大到 90° 的过程中，木箱的速度保持不变，则 ( )

A. F 先减小后增大　　B. F 一直增大

C. F 的功率减小　　D. F 的功率不变

图 1-2-15

[分析] 木箱做匀速直线运动，有 $N=mg-F\sin\theta$，$F\cos\theta=f=\mu(mg-F\sin\theta)$，由以上两式可得 $F=\dfrac{\mu mg}{\cos\theta+\mu\sin\theta}=\dfrac{\mu mg}{\sqrt{1+\mu^2}\sin(\theta+\varphi)}$，其中 $\tan\varphi=\dfrac{1}{\mu}$，由力 F 的表达式可知，F 先减小后增大；$f=F\cos\theta=\dfrac{\mu mg\cos\theta}{\cos\theta+\mu\sin\theta}=\dfrac{\mu mg}{1+\mu\tan\theta}$，由于 θ 从 0 逐渐增大到 90°，f 在减小，所以 F 在水平方向上的分量一直是减小，而木箱的速度保持不变，由 $P=F\cos\theta\cdot v$ 可知，F 的功率减小.

[答案] AC

［例 4］　(2009·江苏)如图 1-2-16 所示，两质量相等的物块 A、B 通过一轻质弹簧连接，B 足够长、放置在水平面上，所有接触面均光滑. 弹簧开始时处于原长，运动过程中始终处在弹性限度内. 在物块 A 上施加一个水平恒力，A、B 从静止开始运动到第一次速度相等的过程中，下列说法中正确的有　　（　　）

A. 当 A、B 加速度相等时，系统的机械能最大

B. 当 A、B 加速度相等时，A、B 的速度差最大

C. 当 A、B 的速度相等时，A 的速度达到最大

D. 当 A、B 的速度相等时，弹簧的弹性势能最大

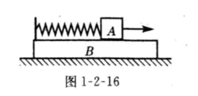


图 1-2-16

［分析］　A 的加速度 $a_A=\frac{F-kx}{m}$，B 的加速度 $a_B=\frac{kx}{m}$，x 是弹簧拉伸量，开始时 $a_A>a_B$，有 $v_A>v_B$，x 增大，a_A 减小，a_B 增大，$a_A=a_B$ 时，A、B 速度之差达到最大值，由于 $v_A>v_B$，x 继续增大，a_A 继续减小，a_B 继续增大，但 A、B 的速度之差在减小，当 A、B 的速度之差减小为零时，即二者速度相等时，弹簧形变最大，弹力最大，弹性势能最大，由对称性可知，开始时 A 加速度最大 $a_{A\max}=\frac{F}{m}$，$a_{B\min}=\frac{kx}{m}=0$，此刻 $a_{A\min}=\frac{F-kx_{\max}}{m}=0$，$a_{B\max}=\frac{kx_{\max}}{m}=\frac{F}{m}$，所以，$A$ 的速度达到最大. 系统一直有外力做功，机械能不断地增大.

［答案］　BCD

［例 5］　如图 1-2-17 所示，水平地面上有一楔形物体 b，b 的斜面上有一小物块 a；a 与 b 之间、b 与地面之间均存在摩擦. 已知楔形物体 b 静止时，a 静止在 b 的斜面上. 现给 a 和 b 一个共同的向左的初速度，与 a 和 b 都静止时相比，此时可能　　（　　）

A. a 与 b 之间的压力减少，且 a 相对 b 向下滑动

B. a 与 b 之间的压力增大，且 a 相对 b 向上滑动

C. a 与 b 之间的压力增大，且 a 相对 b 静止不动

D. b 与地面之间的压力不变，且 a 相对 b 向上滑动

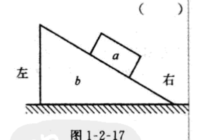


图 1-2-17

［分析］　由于 b 与地面之间存在摩擦，b 做减速运动，其加速度方向向右，作出 a 在静止时受力图，如图 1-2-18 所示，由图可知，N 与 f 的合力与 mg 是一对平衡力. 若给 a 和 b 一个共同的向左的初速度后，a 相对 b 静止不动，即 a 受到的合力沿水平方向向右，而 a 只受三力作用，重力不变，将 N 与 f 沿水平方向和竖直方向作正交分解，水平方向合力向右，竖直方向合力为零. 当 N 增大时，f 减小；当 N 增大到竖直方向的分量大于 a 受到的重力时，说明 f 反

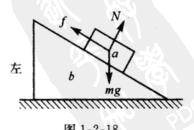


图 1-2-18

向，则有可能 a 相对 b 向上滑动，由于 a 可能具有向上的加速度，对于系统而言，处于超重状态，则 b 与地面之间的压力会发生变化.

［答案］ BC

［例6］ 如图 1-2-19 所示，光滑水平面上放置质量分别为 m 和 $2m$ 的四个木块，其中两个质量为 m 的木块间用一不可伸长的轻绳相连，木块间的最大静摩擦力是 μmg. 现用水平拉力 F 拉其中一个质量为 $2m$ 的木块，使四个木块以同一加速度运动，则轻绳对 m 的最大拉力为 （　）

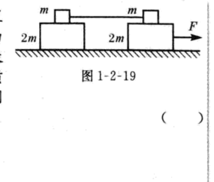


图 1-2-19

A. $\frac{3\mu mg}{5}$　　B. $\frac{3\mu mg}{4}$

C. $\frac{3\mu mg}{2}$　　D. $3\mu mg$

［分析］ 右侧上面木块与下面木块之间的最大静摩擦力提供质量为 $4m$ 物系（三个物块）运动的加速度，当木块间的静摩擦力达到最大值时，是系统一起加速的临界条件，即加速度达到最大值. 有 $\mu mg=4ma_{max}$，四个木块一起加速运动，对绳左边三个物体整体有 $T_{max}=3ma_{max}$，$T_{max}=\frac{3\mu mg}{4}$.

［答案］ B

［例7］ **(2009·江苏)**航模兴趣小组设计出一架遥控飞行器，其质量 $m=2\text{kg}$，动力系统提供的恒定升力 $F=28\text{N}$. 试飞时，飞行器从地面由静止开始竖直上升. 设飞行器飞行时所受的阻力大小不变，g 取 10m/s^2.

(1)第一次试飞，飞行器飞行 $t_1=8\text{s}$ 时到达高度 $H=64\text{m}$. 求飞行器所阻力 f 的大小；

(2)第二次试飞，飞行器飞行 $t_2=6\text{s}$ 时遥控器出现故障，飞行器立即失去升力. 求飞行器能达到的最大高度 h；

(3)为了使飞行器不致坠落到地面，求飞行器从开始下落到恢复升力的最长时间 t_3.

［分析与解］ (1)由题可知 $H=\frac{1}{2}at_1^2$　解得 $a_1=\frac{2H}{t_1^2}=2\text{ m/s}^2$

由牛顿运动定律可知　$ma_1=F-f-mg$　得 $f=4\text{N}$

(2)第二次试飞，飞行器飞行 $t_2=6\text{s}$ 时遥控器出现故障后的运动，以及为了使飞行器不致坠落到地面，飞行器从开始下落到恢复升力时的运动情况如图 1-2-20 所示，由图可知

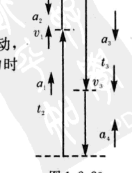


图 1-2-20

飞行器在 $t_2=6\text{s}$ 时内上升高度为 $h_1=\frac{1}{2}a_1t_2^2=36\text{m}$

飞行器失去升力后加速度 $a_2=\frac{mg+f}{m}=12\text{ m/s}^2$

失去升力瞬间速度为 $v_1=a_1t_2=12\text{m/s}$



飞行器减速运动上升高度为 $h_2=\frac{v_1^2}{2a_2}=6\text{m}$

能达到最大高度 $h=h_1+h_2=42\text{m}$

(3)飞行器下落加速度 $a_3=\frac{mg-f}{m}=8\ \text{m/s}^2$

恢复升力后的加速度 $a_4=\frac{F+f-mg}{m}=6\ \text{m/s}^2$

由题意有 $v_3=a_3t_3=a_4t_4$，$h\geqslant\frac{v_3}{2}t_3+\frac{v_3}{2}t_4=\frac{1}{2}a_3t_3^2+\frac{1}{2}a_4t_4^2$　解得 $t_3\leqslant\frac{3\sqrt{2}}{2}\text{s}$

［例8］　(四川)水平面上有带圆弧形凸起的长方形木块 A，木块 A 上的物体 B 用绕过凸起的轻绳与物体 C 相连，B 与凸起之间的绳是水平的．用一水平向左的拉力 F 作用在物体 B 上，恰使物体 A、B、C 保持相对静止，如图 1-2-21 所示，已知物体 A、B、C 的质量均为 m，重力加速度为 g，不计所有的摩擦，则拉力 F 应为多大？

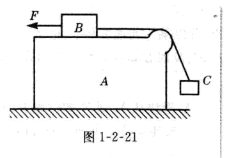


图 1-2-21

［分析与解］　设绳中张力为 T，A、B、C 共同的加速度为 a，与 C 相连部分的绳与竖直线夹角为 α，如图 1-2-22 所示．由牛顿运动定律，对 A、B、C 组成的整体有

$F=3ma$　　（整体法）

对 B 有

$F-T=ma$

对 C 有，水平方向：

$T\sin\alpha=ma$　　（隔离法）

竖直方向：

$T\cos\alpha=mg$

解得：$\sin\alpha=\frac{1}{2}$　$a=\frac{\sqrt{3}}{3}g$　$F=\sqrt{3}mg$

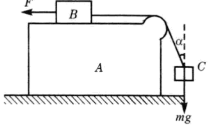


图 1-2-22

思维考试测试

1. **(2010·福建)** 如图 1-2-23 中的甲图所示，小球从弹簧的正上方某一高度处由静止释放，小球落到弹簧上压缩弹簧到最低点然后又被弹起离开弹簧，上升到某一高度后再下落，如此反复．通过安装在弹簧下端的压力传感器，测出这一赛程弹力 F 随时间 t 变化的图象如图乙所示，则　　（　　）

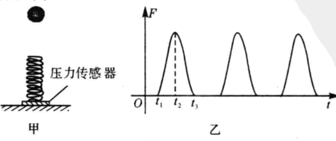


图 1-2-23

A. t_1时刻小球动能最大

B. t_2时刻小球动能最大

C. $t_1\sim t_2$这段时间内,小球的动能先增加后减少

D. $t_2\sim t_3$这段时间内,小球增加的动能等于弹簧减少的弹性势能

2. **(2010·四川)**如图 1-2-24 所示,圆弧虚线表示正点电荷电场的等势面,相邻两等势面间的电势差相等.光滑绝缘直杆沿电场方向水平放置并固定不动,杆上套有一带正电的小滑块(可视为质点),滑块通过绝缘轻弹簧与固定点 O 相连,并以某一初速度从 M 点运动到 N 点,$OM<ON$.若滑块在 M、N 时弹簧的弹力大小相等,弹簧始终在弹性限度内,则 ( )

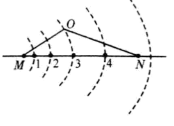


图 1-2-24

A. 滑块从 M 到 N 的过程中,速度可能一直增大

B. 滑块从位置 1 到 2 的过程中,电场力做的功比从位置 3 到 4 的少

C. 在 M、N 之间的范围内,可能存在滑块速度相同的两个位置

D. 在 M、N 之间可能存在只由电场力确定滑块加速度大小的三个位置

3. **(全国理综Ⅱ)**如图 1-2-25 所示,位于光滑固定斜面上的小物块 P 受到一水平向右的推力 F 的作用.已知物块 P 沿斜面加速下滑.现保持 F 的方向不变,使其减小,则加速度 ( )

A. 一定变小　　B. 一定变大

C. 一定不变　　D. 可能变小,可能变大,也可能不变

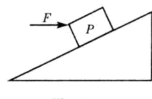


图 1-2-25

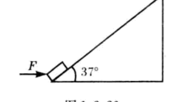


图 1-2-26

4. **(四川)**质量不计的弹簧下端固定一小球.现手持弹簧上端,使小球随手在竖直方向上以同样大小的加速度 $a(a<g)$分别向上、向下做匀加速度直线运动.若忽略空气阻力,弹簧的伸长分别为 x_1、x_2;若空气阻力不能忽略且大小恒定,弹簧的伸长分别为 x'_1、x'_2;则 ( )

A. $x_1+x'_1=x_2+x'_2$　　B. $x_1+x'_1<x_2+x'_2$

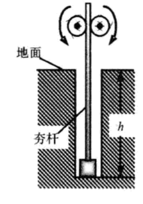
C. $x'_1+x'_2=x_1+x_2$　　D. $x'_1+x'_2<x_1+x_2$

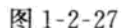
5. **(上海)**如图 1-2-26 所示,质量为 10kg 的物体在 $F=200$N 的水平推力作用下,从粗糙斜面的底端由静止开始沿斜面运动,斜面固定不动,与水平地面的夹角 $\theta=37°$.力 F 作用 2s 后撤去,物体在斜面上继续上滑了 1.25s 后,速度减为零.求物体与斜面间的动摩擦因数 μ 和物体的总位移 s.($\sin37°=0.6$,$\cos37°=0.8$,$g=10\text{m/s}^2$)

6. 如图 1-2-27 所示为建筑工地常用的一种“深穴打夯机”. 工作时，电动机带动两个紧压夯杆的滚轮匀速转动将夯从深为 h 的坑中提上来，两个滚轮彼此分开，夯杆被释放，最后夯在自身重力作用下，落回深坑，夯实坑底. 然后，两个滚轮再次压紧夯杆，夯再次被提上来，如此周而复始. 已知两个滚轮的半径 $R=0.2\text{m}$，转动的角速度 $\omega=200\text{rad/s}$，每个滚轮对夯杆的正压力 $F_N=2\times10^4\text{N}$，滚轮与夯杆间的动摩擦因数 $\mu=0.3$，夯的总质量 $m=1\times10^3\text{kg}$，坑深 $h=6.4\text{m}$. 假定在打夯的过程中每次坑的深度变化不大，且夯从底端升到坑口时，滚轮将夯杆释放. 不计空气阻力，取 $g=10\text{m/s}^2$. 求：

(1)夯杆被滚轮压紧加速上升至与滚轮速度相等时，此时夯的底端离坑底的高度 h_1；

(2)夯的运动周期 T.




图 1-2-27

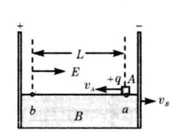


图 1-2-28

7. **(2009·广东)**如图 1-2-28 所示，绝缘长方体 B 置于水平面上，两端固定一对平行带电极板，极板间形成匀强电场 E，长方体 B 的上表面光滑，下表面与水平面的动摩擦因数 $\mu=0.05$(设最大静摩擦力与滑动摩擦力相同). B 与极板的总质量 $m_B=1.0\text{kg}$，带的电量小滑块 A 的质量 $m_A=0.6\text{kg}$，其受到的电场力大小 $F=1.2\text{N}$. 假设 A 所带的电量不影响极板间的电场分布. $t=0$ 时刻，小滑块 A 从 B 表面上的 a 点以相对地面的速度 $v_A=1.60\text{m/s}$ 向左运动，同时，B(连同极板)以相对地面的速度 $v_B=0.40\text{m/s}$ 向右运动. 问(g 取 10m/s^2)

(1)A 和 B 刚开始运动时的加速度大小分别为多少？

(2)若 A 最远能到达 b 点，a、b 的距离 L 应为多少？从 $t=0$ 时刻到 A 运动到 b 点时，摩擦力对 B 做的功为多少？

8. **(2009·山东)**如图 1-2-29 所示，某货场要将质量为 $m_1=100\text{kg}$ 的货物(可视为质点)从高处运送至地面，为避免货物与地面发生撞击，现利用固定于地面的光滑四分之一圆轨道，使货物从轨道顶端无初速滑下，轨道半径 $R=1.8\text{m}$. 地面上紧靠轨道旁排放两块完全相同的木板 A、B，长度均为 $l=2\text{m}$，质量均为 $m_2=100\text{kg}$，木板上表面与轨道末端相

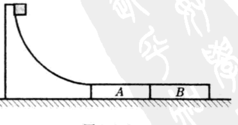


图 1-2-29

切.货物与木板间的动摩擦因数为 μ_1，木板与地面间的动摩擦因数 $\mu_2=0.2$.(最大静摩擦力与滑动摩擦力大小相等，取 $g=10\text{m/s}^2$)

(1)求货物到达圆轨道末端对轨道的压力；

(2)若货物滑上木板 A 时，木板不动，而滑上木板 B 时，木板 B 开始滑动，求 μ_1 应满足的条件.

(3)若 $\mu_1=0.5$，求货物滑到木板 A 末端时的速度和在木板 A 上运动的时间.

9.(**2010·四川**)如图 1-2-30 所示，空间有场强 $E=0.5\text{N/C}$ 的竖直向下的匀强电场，长 $l=0.3\sqrt{3}\text{m}$ 的不可伸长的轻绳一端固定于 O 点，另一端系一质量 $m=0.01\text{kg}$ 的不带电小球 A，拉起小球至绳水平后，无初速释放.另一电荷量 $q=+0.1\text{C}$、质量与 A 相同的小球 P，以速度 $v_0=3\sqrt{3}\text{m/s}$ 水平抛出，经时间 $t=0.2\text{s}$ 与小球 A 在 D 点迎面正碰并粘在一起成为小球 C，碰后瞬间断开轻绳，同时对小球 C 施加一恒力，此后小球 C 与 D 点下方一足够大的平板相遇.不计空气阻力，小球均可视为质点，取 $g=10\text{m/s}^2$.

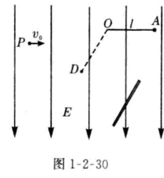


图 1-2-30

(1)求碰撞前瞬间小球 P 的速度；

(2)若小球 C 经过位移 $s=0.09\text{m}$ 到达平板，此时速度恰好为 0，求所加的恒力；

(3)若施加恒力后，保持平板垂直于纸面且与水平面的夹角不变，在 D 点下方任意改变平板位置，小球 C 均能与平板正碰，求出所有满足条件的恒力.

答案与提示

1. C(由图 1-2-23(乙)可知，在 t_1 时刻小球刚开始接触弹簧，t_2 时刻弹力最大，小球处于最低点，其速度为零，动能为零；t_3 时刻小球向上运动到弹簧原长处；$t_1\sim t_2$ 这段时间内，小球受的弹力一直是增大的，只要弹力小于重力，小球的速度增大，动能增大，当弹力与重力相等时，小球动能达到最大值，所以在 $t_1\sim t_2$ 这段时间内小球的动能先增加后减少.$t_2\sim t_3$ 这段时间内，小球的动能也是先增加后减少，但小球动能增加量等于势能(弹性势能和重力势能)的减少量)

2. AC(滑块在 M、N 时弹簧的弹力大小相等，而 $OM<ON$，说明弹簧在 M 点处于压缩状态，在 N 点处于拉伸状态，且弹簧的原长大于 O 点到 MN 的距离.滑块以某一初速度从 M 点运动到 N 点，电场力一直做正功，弹力先做负功，后做正功，最后做负功，全过程中弹力的功为零，若电场力的功大于弹力的功，速度可能一直增大；圆弧虚线表示正点电荷电场的等势面，相邻两等势面间的电势差相等，所以滑块从位置 1 到 2 的过程中，电场力做的功和从位置 3 到 4 的过程做的功相等；在 M、N 之间的范围内，当弹力和电场力做功的代数和为零时，滑块的速度有相等的可能性)

3. B(设斜面倾角为θ,物块加速度$a=g\sin\theta-\frac{F\cos\theta}{m}$,当$F$减小,$a$增大)

4. C(空气阻力不计时,小球以加速度a向上运动时处于超重状态,弹簧的拉力为$F_1=m(g+a)$,以加速度a向下运动时处于失重状态,弹簧的拉力为$F_2=m(g-a)$;若空气阻力不能忽略且大小恒定,小球以加速度a向上运动时处于超重状态,弹簧的拉力在小球超重的基础上还需要加上空气阻力,弹簧为$F'_1=m(g+a)+f$,同理以加速度a向下运动时处于失重状态,弹簧拉力也需要减空气阻力,弹簧拉力为$F'_2=m(g-a)-f$. $F_1+F_2=2mg$,$F'_1+F'_2=2mg$,$x_1+x_2=\frac{F_1+F_2}{k}$,$x'_1+x'_2=\frac{F'_1+F'_2}{k}$,由此可知C选项正确)

5. 有水平推力时,弹力$N=mg\cos\theta+F\sin\theta=200\text{N}$,无水平推力时,$N'=mg\cos\theta=80\text{N}$,有水平推力时,沿运动方向有$a=\frac{F\cos\theta-mg\sin\theta-\mu N}{m}=(10-20\mu)\text{m/s}^2$,无水平推力时,沿运动反方向由牛顿第二定律有$a'=\frac{mg\sin\theta+\mu N'}{m}=(6+8\mu)\text{m/s}^2$. 推力撤去瞬间的速度是加速的末速度,同时是减速的初速度,全程初速度和末速度均为零,有$at=a't'=v_{\max}$,即$2\cdot(10-20\mu)=1.25\cdot(6+8\mu)$,解得$\mu=0.25$;同时得$a=5\ \text{m/s}^2$,$v_{\max}=at=10\text{m/s}$,物体的总位移$s=\frac{v_{\max}}{2}(t+t')=16.25\text{m}$.

6. (1)设滚轮的边缘转动的线速度为v,$v=\omega R=4\text{m/s}$,夯加速上升时加速度为a,由牛顿第二定律得$2\mu F_N-mg=ma$,解得$a=2\text{m/s}^2$. 当夯上升的高度为h_1时速度为v,有$v^2=2ah_1$,代入数据得$h_1=\frac{v^2}{2a}=4\text{m}$.　(2)设夯加速上升时间为$t_1$,则$t_1=\frac{v}{a}=2\text{s}$,设夯匀速上升时间为$t_2$,$t_2=\frac{h-h_1}{v}=0.6\text{s}$,设夯从坑口上升到最高点时间为$t_3$,$t_3=\frac{v}{g}=0.4\text{s}$,设夯从最高点下落到坑底时间为$t_4$,夯上升最大高度为$h_2$. 则夯从坑口上升到最高点$h_2=\frac{v^2}{2g}=0.8\text{m}$,夯下落到坑底的时间$t_4=\sqrt{\frac{2(h+h_2)}{g}}=1.2\text{s}$. 夯运动周期$T=t_1+t_2+t_3+t_4=4.2\text{s}$,

另解:夯从坑口上升到最高点到落回坑底的全过程是竖直上抛运动,有$-h=vt'_3-\frac{1}{2}gt'^2_3$,代入数据后解得$t'_3=1.6\text{s}$,$t'_3=-0.8\text{s}$(舍去),$T=t_1+t_2+t'_3=4.2\text{s}$.

7. (1)A受到的电场力$F=1.2\text{N}$,$a_A=\frac{F}{m_A}=2.0\ \text{m/s}^2$ 那么,B受到的电场力也为$F=1.2\text{N}$,$f=\mu(m_A+m_B)g=0.8\text{N}$,$a_B=\frac{F+f}{m_B}=2.0\ \text{m/s}^2$.　(2)若$A$最远能到达$b$点,说明此时$A$、$B$速度相同,由于开始时两者加速度大小相同,方向相反,均做匀减速运动,B的速度减为零所需要的时间为$t_1=\frac{v_B}{a_B}=0.2\text{s}$,此后$B$向左做加速运动,$B$的加速度

$a_B'=\dfrac{F-f}{m_B}=0.4\ \text{m/s}^2$，当两者速度相等时有 $a_B't_2=v_A-a_A(t_1+t_2)$，解得 $t_2=\dfrac{v_A-a_At_1}{a_A+a_B'}=0.5\text{s}$，相同速度为 $v=a_B't_2=0.2\text{m/s}$，所以，a、b 的距离 L 应为 $L=\dfrac{v_A+v}{2}(t_1+t_2)+\dfrac{v_B}{2}t_1-\dfrac{v}{2}t_2=0.62\text{m}$，此过程中 B 相对地面的路程为 s_B，$s_B=\dfrac{v_B}{2}t_1+\dfrac{v}{2}t_2=0.09\text{m}$，摩擦力对 B 做的功为 $W=-fs_B=-0.072\text{J}$.

8.(1)由机械能守恒有 $\dfrac{1}{2}m_1v_0^2=m_1gR$，$F=m_1g+\dfrac{m_1v_0^2}{R}=3m_1g=3.0\times10^3\text{N}$，由牛顿第三定律可知，货物到达圆轨道末端时对轨道的压力为 3000N，方向竖直向下.

(2)货物与木板间的滑动摩擦力 $f_1=\mu_1m_1g$，货物在 A 上时两木板与地面间滑动摩擦力为 $f_2=\mu_2(2m_2+m_1)g=600\text{N}$，货物在 B 上时，木板 B 与地面间的滑动摩擦力为 $f_3=\mu_2(m_2+m_1)g=400\text{N}$，由题意可知 $f_3<f_1<f_2$　解得 $0.4<\mu_1<0.6$.

(3)若 $\mu_1=0.5$，以 A、B 为参考系，货物的加速度为 $a_1=\mu_1g=5\ \text{m/s}^2$，位移 $s_1=l=2.0\text{m}$，初速度 $v_0=\sqrt{2gR}=6\text{m/s}$，有 $v_0^2-v_A^2=2a_1s_1$，$v_A=\sqrt{v_0^2-2a_1s_1}=4\text{m/s}$，$t_A=\dfrac{v_0-v_A}{a_1}=0.4\text{s}$.

9. 小球 A 重力 $mg=0.1\text{N}$，在电场中受到的电场力为 $F_q=qE=0.05\text{N}=0.5mg$，方向与重力相同，产生的加速度 $a=1.5g$.

小球 P 与小球 A 在 D 点迎面正碰并粘在一起成为小球 C，说明两球速度方向相反，此时小球 P 的速度与竖直方向夹角为 θ，$\tan\theta=\dfrac{v_0}{1.5gt}=\sqrt{3}$，$\theta=60°$，则绳与竖直方向夹角为 $\alpha=90°-\theta=30°$.

(1)碰撞前瞬间小球 P 的速度 $v_P=\sqrt{v_0^2+(1.5gt)^2}=6\text{m/s}$，

碰撞前瞬间小球 A 的速度 v_A，由机械能守恒有

$\dfrac{1}{2}mv_A^2=mgl\cos\alpha$，解得 $v_A=\sqrt{2gl\cos\alpha}=3\text{m/s}$.

两球碰撞是完全非弹性碰撞有 $mv_P-mv_A=2mv$，解得 C 球速度为 $v=1.5\text{m/s}$.

(2)若小球 C 经过位移 $s=0.09\text{m}$ 到达平板，此时速度恰好为 0，说明 C 球受到的合外力方向与 v 反向，其加速度为 $a_C=\dfrac{v^2}{2s}=12.5\ \text{m/s}^2$.

由此可知小球 C 重力与电场力的合力为 $F_1=2.5mg=0.25\text{N}$，方向竖直向下，合外力为 $F_合=2ma_C=0.25\text{N}$，方向斜向上，且与竖直方向夹角为 $\theta=60°$，即与 F_1 的夹角为 120°，所以所加恒力的方向斜向右上，且与竖直方向成 $\alpha=30°$，力大小为 F，由图 1-2-31 可知 $\dfrac{F}{\sin120°}=\dfrac{F_1}{\sin30°}$，解得 $F=$

图 1-2-31

$\sqrt{3}F_1=\frac{\sqrt{3}}{4}$N.

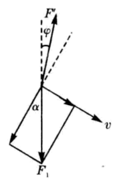


图 1-2-32

(3)若施加恒力 F'后，保持平板垂直于纸面且与水平面的夹角不变，在 D 点下方任意改变平板位置，小球 C 均能与平板正碰，由于平板可距 D 点无限远，小球 C 必做匀速或匀加速直线运动，恒力 F'的方向可从竖直向上顺时针转向，无限接近速度方向，设恒力与竖直向上方向的角度为 φ，如图 1-2-32 所示，有 $0\leqslant\varphi<90°+30°=120°$.

在垂直于速度方向上，有 $F'\cos(\alpha-\varphi)=2.5mg\cos\alpha$，则 F 的大小满足条件为 $F'=\frac{\sqrt{3}}{8\cos(30°-\varphi)}$N(式中的 $0\leqslant\varphi<120°$).

第二讲 图 象 法

数学中的图象是表示因变量的变化与自变量的变化的关系，图象的斜率是因变量对自变量的变化率.

物理中的图象就是一个物理量（对应数学中的因变量）随另一个物理量（对应数学中的自变量）的变化关系，图象的斜率（有时是第三个物理量）表示一个物理量对另一个物理量的变化率. 图象与横轴所围的面积即为第四个物理量，它是由第一个物理量和第二个物理量乘积所体现新的物理意义. 深刻理解物理量之间的图象关系是解答相关问题的前提，也是利用图象解答物理问题必须明确的知识点.

在物理学中利用图象直观性外，根据图象提供的信息解答问题，或利用图象求解均可称为图象法，图象法贯穿力、电和实验，本书侧重在力、电两个方面进行阐述.

2.1 力与运动的图象法

力学中的图象主要表现为力随时间变化、力随位移变化，速度、位移随时间变化，能量随时间或能量随位移变化……在这些变化中，我们需要扣住图象的物理意义（就是前面所述内容），同时还要明确截距的物理意义. 这是根据图象求解或利用图象求解的前提.



解题方法指导

［例 1］ 两个共点力的合力 F 与两力之间夹角 θ 的关系如图 2-1-1 所示，则两力大小是 （ ）

A. 1N 和 4N

B. 2N 和 3N

C. 2.5N 和 2.5N

D. 6N 和 1N

图 2-1-1

［解］ 由两个分力大小之和是两个力的最大合力，两分力大小之差是两分力最小合力，由图可知：$F_1+F_2=5\text{N}$，$F_1-F_2=1\text{N}$，解得 $F_1=3\text{N}$，$F_2=2\text{N}$. 所以 B 选项正确.

［答案］ B

［例 2］ 如图 2-1-2，长直木板的上表面的一端放有一铁块，木板由水平位置缓慢向上转动（即木板与水平面的夹角 α 增大），另一端不动，则铁块受到的摩擦力 f 随夹角 α 的变化图象可能正确的是图 2-1-3 中的哪一个（设最大静摩擦力与滑动摩擦力相等） （ ）

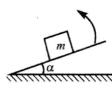


图 2-1-2

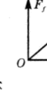
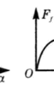
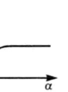
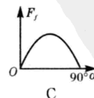
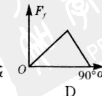






图 2-1-3

［解］ 铁块的受力如图 2-1-4 所示，对重力进行正交分解，铁块在垂直于木板方向的合外力为零，故木板对铁块的支持力 F_N 与重力垂直于木板的分力是一对平衡力，即 $F_N=F_1=mg\cos\alpha$，当 α 增大时，F_N 在减小. 在平行于木板方向上，铁块的重力平行于木板的分量 $F_2=mg\sin\alpha$，没有滑动之前，铁块受到木板对它的静摩擦力，且大小为 $F_f=F_2=mg\sin\alpha$，由于 α 的增大，F_f 也随之按正弦的规律增大.

当 α 角增大到某一值时，由于 $F_N=F_1=mg\cos\alpha$ 减小，此时的静摩擦力是最大静摩擦力(因为最大静摩擦力是与接触面间的正压力有关)，铁块在木板上开始滑动，此后铁块受到木板对它的滑动摩擦力大小为 $F_f=\mu F_N=\mu mg\cos\alpha$，由于 α 的增大，F_f 将随之按余弦规律减小，参照图 2-1-3，只有 C 图有正确的可能性.

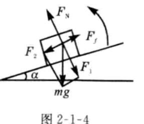


图 2-1-4

［答案］ C

［例 3］ A、B、C 三质点的 s-t 图象如图 2-1-5 所示，试分析 A、B、C 三质点各做什么运动(直线运动还是曲线运动)？

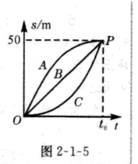


图 2-1-5

［解］ 由位移—时间图象的斜率表示速度，由此可知：B 的斜率不变，做匀速直线运动；A 的斜率在减小，做减速运动，C 的斜率在增大，做加速运动. 三质点同时起于原点 O，在 t_0 时间内任意时刻，A 的位移最大，C 的位移最小，在 t_0 时刻，三质点到达同一位置 P，即在相同的时间 t_0 内，它们的位移均为 50m.

［评析］ 本题考查了位移—时间图象的物理意义.

［例 4］ 如图 2-1-6 所示是 A、B、C 三个物体在同一直线上运动的速度—时间图象，在 10s 内，三物体的平均速度，下列判断中正确的是 (　　)

A. $\bar{v}_A>\bar{v}_B>\bar{v}_C$　　B. $\bar{v}_A=\bar{v}_B=\bar{v}_C$

C. $\bar{v}_A>\bar{v}_B>\bar{v}_C=5\text{m/s}$　　D. $\bar{v}_B=5\text{m/s}$

图 2-1-6

［解］ 由速度—时间图象中图线与横轴所围面积表示的是物体的位移可知，三物体在 10s 内的位移关系是 $s_A>s_B>s_C$，由平均速度的定义式 $\bar{v}=\frac{s}{t}$，在时间相等的条件下，位移大的平均速度大，所以，$\bar{v}_A>\bar{v}_B>\bar{v}_C$. 由 B 物体做匀变速直线运动，其速度—时间图象是一条直线，所围面积是一个直角三角形面积，所以，B 物体在 10s 内的位移是 25m，平均速度为 2.5m/s. 只有 A 选项正确.

［答案］ A

［例5］ 一个质点从静止开始，先以加速度a_1做匀加速运动，后以加速度a_2做匀减速直线运动，直至静止，质点运动的总时间为t，则运动的总位移是多少？

［解］ 作出质点运动过程中的速度—时间图象，如图2-1-7所示，由图可知，$\tan\alpha=a_1=\frac{v_{max}}{t_1}$，$\tan\beta=a_2=\frac{v_{max}}{t_2}$

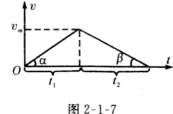


图 2-1-7

$$t=t_1+t_2=\frac{v_{max}}{a_1}+\frac{v_{max}}{a_2}=v_{max}\cdot\frac{a_1+a_2}{a_1a_2}$$

图象所围的面积就是质点总位移

$$s=\frac{v_{max}}{2}t=\frac{a_1a_2t^2}{2(a_1+a_2)}$$

［例6］ 一质点由静止从A点沿直线向B点运动，开始时以加速度a_1加速运动到AB之间的某一点C，接着又以加速度a_2继续做匀加速运动到达B点．若该质点由静止从B点以加速度a_2运动到C点，接着又以加速度a_1继续加速运动到达A点，则两次运动的过程中 （ ）

A. 由于相同的路段加速度相同，所以它们所用的时间相同

B. 由于相同的路段加速度相同，所以它们的平均速度大小相同

C. 虽然相同的路段加速度相同，但先后加速的加速度顺序不同，所用时间肯定不同

D. 由于相同的路段加速度相同，它们的位移大小相同，所以它们的末速度大小相同

［分析］ 质点两次运动仅是运动的方向发生改变，在相同的路段具有相同大小的加速度，由公式$v^2=2as$和$v_t^2-v_0^2=2as$可知，第一次由A到B的过程中，质点在C点速率为$v_C=\sqrt{2a_1s_{AC}}$，到达B点速率为$v_B=\sqrt{2a_1s_{AC}+2a_2s_{CB}}$．第二次由$B$到$A$的过程中，质点在$C$点速率$v'_C=\sqrt{2a_2s_{BC}}$，到达$A$点速率$v_A=\sqrt{2a_1s_{CA}+2a_2s_{CB}}$，显然，$v_C\neq v'_C$，$v_A=v_B$．由于不知两个加速度的大小关系，假设$a_1>a_2$，据此作出两次运动的速率—时间图象，如图2-1-8所示．由图可知，先做加速度大的匀加速运动的速率—时间图象所用的时间短，因为两图象与时间轴所围面积相等的情况下，凸形图象比凹形图象所需时间少．

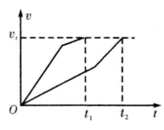


图 2-1-8

［答案］ CD

［评析］ 由本题求解过程可知：

1. 在相同的路段具有相同大小的加速度，但由于运动的先后不同，所需的时间也不相同．开始加速度大的运动过程所需要的时间少，即平均速度大．

2. 应用速率—时间图象来判断是利用速率是速度的大小，没有包含方向，在本题，图象与时间轴所围的面积就是路程的大小．

3. 由于是定性地判断大小关系，而非定量的计算，应用图象法简捷.

［例7］　两辆完全相同的汽车，沿水平直路一前一后匀速行驶，速度均为 v_0，若前车突然以恒定的加速度刹车，在它刚停住时，后车以前车刹车时的加速度开始刹车.已知前车在刹车过程中滑行的距离为 s，若要保证两辆车在上述情况中不相撞，则两车在匀速行驶时保持的距离至少应为　（　　）

A. $1s$　　B. $2s$　　C. $3s$　　D. $4s$

［分析］　作出前、后两车当前车开始刹车后的 v-t 图象，如图 2-1-9 所示，由图象可知，图象中的阴影部分的面积就是两车停下来后它们运动的位移之差，若是两车刹车前的距离不小于这阴影面积，那么两车就不会相撞. 由图可知，阴影部分的面积为前车图象所围面积的 2 倍，故为 $2s$.

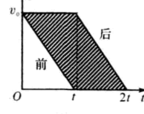


图 2-1-9

［答案］　B

［评析］　本题也是选择题，可以应用匀变速直线运动的规律进行判断：两车的初速度相同、加速度相同，说明减速过程的位移相同，只要两车刹车前的距离等于后车匀速运动的距离. 减速运动的末速度为零，其平均速度为初速度的一半，在减速时间里，后车匀速运动的距离就为减速过程中的 2 倍. 对匀变速运动的规律掌握较好，可直接判断.

采取图象的方法直观、不容易出错，只要掌握图象的物理意义. 物体的 v-t 图象的斜率就是运动物体的加速度，图象与时间轴所围的面积就是运动物体的位移. 由这些原则，前车减速到零的过程中，后车做匀速运动，也就是后车的图象是平行于时间轴. 后车开始刹车后，由于两车速度相同，刹车加速度相同，故两车刹车时所对应的图象应互相平行. 正确地作出两车的运动图象，由图象可直接观察出结果. 图象法是帮助作出正确判断最直观的途径.

［例8］　一物体做匀变速直线运动，某时刻速度的大小为 4m/s，1s 后速度大小变为 10m/s，在这 1s 内该物体的　（　　）

A. 位移的大小可能大于 10m

B. 位移的大小可能小于 4m

C. 加速度的大小可能大于 $10m/s^2$

D. 加速度的大小可能小于 $4m/s^2$

［分析］　题设中已知速度的大小，不知速度方向，以 4m/s 为正方向，10m/s 若是与 4m/s 的方向相同，则物体做加速运动；10m/s 若是与 4m/s 的方向相反，则物体先做减速运动后做加速运动. 两种情况下的 v-t 图象如图 2-1-10 所示. 若这 1s 内的平均速度为 7m/s，这 1s 内的位移为 7m，加速度为 $6m/s^2$；若是 10m/s 与 4m/s 的方向相反，则这 1s 内的平均速度大小为

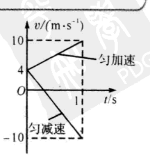


图 2-1-10

3m/s，这1s内的位移为3m，加速度大小为14m/s^2.

［答案］ BC

［评析］ 用图象说明两种情况直观、简捷.

［例9］ 物体A、B、C均静止在同一水平面上，它们的质量分别为m_A、m_B、m_C，得到三个物体的加速度a与其所受水平拉力F的关系如图2-1-11所示，图中A、B两直线平行，则下列由图线判断所得的关系式正确的是 （　　）

A. $\mu_A=\mu_B=\mu_C$　　B. $m_A<m_B<m_C$

C. $m_A>m_B>m_C$　　D. $\mu_A<\mu_B=\mu_C$

图2-1-11

［分析］ 图象反映的是物体的加速度a与受到水平力F的关系，三图线均不过原点，说明三物体在F较小的情况均处于静止状态，此时物体受到的静摩擦力与水平力F平衡. 由牛顿第二定律有$a=\dfrac{F-\mu mg}{m}=\dfrac{F}{m}-\mu g$，由此式和图象关系可知：图象的斜率是质量的倒数，A、B两直线平行，即A、B的质量相同，斜率小的，质量大，所以$m_A=m_B<m_C$. 图象在a轴上的截距就是$-\mu g$，由图可知$\mu_A<\mu_B=\mu_C$.

［答案］ D

［评析］ 由牛顿第二定律确定加速度与力的表达式，用表达式可知图象的斜率和截距对应的物理量，从而确定选项的正确性.

［例10］ 如图2-1-12所示，一个金属块A（可视为质点），轻轻放在一块在光滑水平桌面上匀速向右运动的薄木板上，刚放到木板上时，A可视为静止，并距木板左端为$d=64\text{cm}$，A放在木板上，金属块与长木板间的动摩擦因数$\mu=0.2$，假设桌面足够长，A放上后，木板在外力作用下仍做匀速运动，求木板的速度v_0满足什么条件时，才可以把木板从金属块下面抽出？

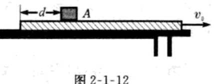


图2-1-12

［分析］ 木板向右运动，金属块受到木板对它向右的滑动摩擦力而向右做初速度为零的匀加速运动，由牛顿第二定律可知$a=\dfrac{\mu mg}{m}=\mu g=2\ \text{m/s}^2$，当金属块的速度达到长木板的速度时，两者相对静止，其速度—时间图象如图2-1-13所示，由图象可知，两者之间相对位移之差的最大值就是图中三角形阴影的

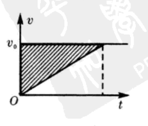


图2-1-13

面积 $\Delta S=\frac{v_0^2}{2a}$. 若是阴影面积 $\Delta S>d$，金属块才能与木板分离，所以当 $\frac{v_0^2}{2a}>d$，即 $v_0>\sqrt{2ad}=1.6\text{m/s}$ 时，可以把木板从金属块下面抽出.

[评析] 两个相互接触而又存在着相对运动的物体的速度—时间图象直观地、简捷地反映两者之间的位移及相对位移的关系，紧扣这些特点是顺利求解的切入点.

[例 11] 如图 2-1-14 所示，一辆质量为 M 的卡车沿平直公路行驶，卡车上载有一质量为 m 的货箱，已知货箱与前挡板的距离为 L，货箱与卡车底板间的动摩擦因数为 μ. 当卡车以速度 v 行驶时，因前方出现障碍而制动，制动后货箱在车上恰好滑行了距离 L 而未与卡车前挡板碰撞，求：

(1)卡车制动的时间； (2)卡车制动所受到的阻力.

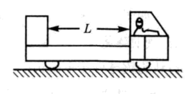


图 2-1-14

[分析] 卡车和货箱减速的加速度不同，才导致货箱在卡车上有相对的位移. 货箱向前比卡车多运动一段距离，减速全过程中初速度相同，末速度为零也相同，说明它们运动的时间不相等，加速度小的减速时间长，相应的位移大些，所以，货箱加速度小于卡车的加速度，由牛顿运动定律可知货箱的加速度为 μg，卡车的加速度为 a，它们运动的时间分别为 $\frac{v}{\mu g}$ 和 $t_卡$，作出两者的速度—时间图象如图 2-1-15 所示. 由图象的物理意义可知阴影部分的面积就是货箱在卡车上运动的距 L. 有 $\frac{v}{2}(\frac{v}{\mu g}-t_卡)=L$，其中，$t_卡=\frac{v}{a}$，解得卡车制动时间 $t_卡=\frac{v}{\mu g}-\frac{2L}{v}$，卡车的加速度为 $a=\frac{v}{t_卡}=\frac{v^2}{v^2-2\mu gL}\cdot\mu g$. 对卡车应用牛顿第二定律有 $F_阻-\mu mg=Ma$，解得 $F_阻=\mu mg+\frac{v^2}{v^2-2\mu gL}\cdot\mu Mg$.

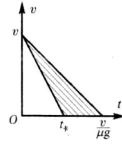


图 2-1-15

[评析] 本题分析过程中，最常见的错误是认为车与箱运动的时间相等，若是两者运动的时间相等，它们的初速度相同，末速度为零，减速过程中的位移应当相同，就不会出现货箱在车上滑动的情况. 卡车与货箱在减速过程中的平均速度相等，而位移不相同，显然是运动的时间不相同，货箱运动的时间长，其加速度小于卡车的加速度.

例 10、例 11 均是两个物体之间存在着相对运动的问题，相对运动问题的关键是两个物体的运动情景分析要正确，利用图象来分析的特点是既直观、清晰，又能使运算表达式



直接表示出来. 如本题的相对位移 L 和已知量及未知量的关系就是利用阴影部分的面积直接写出来的. 建议读者在处理类似问题时即使不使用图象法,分析时,在草稿纸画出图象对帮助理解题意,寻找关系式都是很有效的途径.

跟踪训练

1. 如图 2-1-16 所示,一根轻弹簧上端固定在 O 点,下端拴一个钢球 P,球处于静止状态,现对球施加一个方向水平向右的外力 F,使球缓慢偏移,在移动中每一个时刻,都可以认为钢球处于平衡状态,若外力 F 方向始终水平,移动过程中弹簧与竖直方向的夹角 $\theta<90°$,且弹簧的伸长量不超过弹性限度,则图 2-1-17 给出的弹簧伸长量 x 与 $\cos\theta$ 的函数关系图象中,最接近的是 ( )

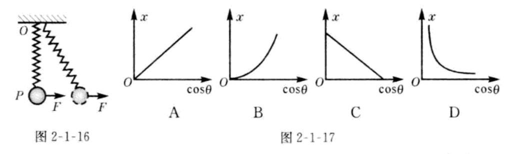


图 2-1-16　　图 2-1-17

2. 物体某段过程中 v-t 图象如图 2-1-18 所示,在 t_1 和 t_2 时刻速度分别为 v_1 和 v_2,则在 $t_1\to t_2$ 的过程中 ( )

A. 加速度增大

B. 速度不断减小

C. 平均速度 $\bar{v}=\frac{v_1+v_2}{2}$

D. 平均速度 $\bar{v}>\frac{v_1+v_2}{2}$

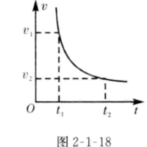


图 2-1-18

3. 一个初速度为 v_0 的沿直线运动的物体,它的加速度方向与 v_0 方向相同,且加速度 a 越来越大,ts 后末速度为 v_t,则 ts 内物体的平均速度为 ( )

A. $\bar{v}=\frac{v_0+v_t}{2}$　　B. $\bar{v}>\frac{v_0+v_t}{2}$　　C. $\bar{v}<\frac{v_0+v_t}{2}$　　D. $\bar{v}=\frac{v_t^2-v_0^2}{2at}$

4. 如图 2-1-19 所示,在平直轨道上甲、乙两物体相距为 s,同时、同向开始运动,甲以初速度 v、加速度 a_1 做匀加速直线运动,乙做初速度为零加速度为 a_2 匀加速直线运动,假设甲能从乙旁边通过,下述情况可能发生的是 ( )

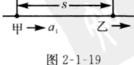


图 2-1-19

A. $a_1=a_2$时,能相遇两次　　B. $a_1>a_2$时,能相遇两次



C. $a_1<a_2$时，能相遇两次　　　　D. $a_1<a_2$时，能相遇一次

5. 汽车甲沿着平直的公路以速度 v_0 匀速直线运动. 当它路过某处的同时，该处有一辆汽车乙开始做初速度为零的匀加速运动，并追赶甲车，根据上述的已知条件 （　）

A. 可求出乙车追上甲车时乙车的速度

B. 可求出乙车追上甲车时乙车所走的路程

C. 可求出乙车从开始起动到追上甲车所用的时间

D. 不能求出上述三者中任何一个

6. 在光滑的水平面上，放着两块长度相同、质量分别为 M_1、M_2 的木板，在两木板的左端各放一个大小、形状、质量完全相同的物块，如图 2-1-20 所示. 开始时，各物静止. 今在两物块上各作用一水平恒力 F_1、F_2，在物块与木板分离时，两木板的速度分别为 v_1 和 v_2，物块与两木板之间的动摩擦因数相同，下列说法中正确的是 （　）



图 2-1-20

A. 若 $F_1=F_2$，$M_1>M_2$，则 $v_1>v_2$　　B. 若 $F_1=F_2$，$M_1<M_2$，则 $v_1>v_2$

C. 若 $F_1>F_2$，$M_1=M_2$，则 $v_1>v_2$　　D. 若 $F_1<F_2$，$M_1=M_2$，则 $v_1>v_2$

7. A、B、C、D、E 五个小球从不同高度由静止开始同时释放，从 A 球碰到地面的瞬间开始计时，每隔相同的时间间隔，B、C、D、E 四个小球依次落到地面，图 2-1-21 给出的四幅图中能恰当表示五个小球刚释放时离地面高度的是 （　）

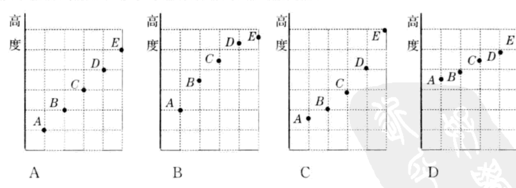


图 2-1-21

8. 物体沿一条直线运动，在时间 t 内通过的路程为 s，在它的中间 $s/2$ 处的速度为 v_1，在时间 t 内的平均速度为 v_2，则 v_1 的 v_2 的关系是 （　）

A. 只有当物体做匀加速直线运动时，$v_1>v_2$

B. 只有当物体做匀加速直线运动时，$v_1<v_2$

C. 只要是匀变速直线运动，$v_1>v_2$

D. 只要是匀变速直线运动，$v_1<v_2$

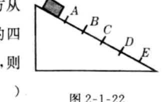


图 2-1-22

9. 如图 2-1-22 所示，一个小物体沿光滑斜面由 A 点上方从静止开始加速下滑，在它通过的路径中取 AE 并分成相等的四段，v_B 表示通过 B 点的瞬时速度，v 表示 AE 段的平均速度，则 v_B 与 v 的关系是 ( )

A. $v_B<v$ B. $v_B=v$

C. $v_B>v$ D. 以上三种均有可能性

10. 做匀加速直线运动的物体，依次通过 A、B、C 三点，位移 $s_{AB}=s_{BC}$，已知物体在 AB 段的平均速度大小为 3m/s，在 BC 段的平均速度为 6m/s，那么试求物体在 B 点的瞬时速度的大小.

11. 如图 2-1-23 所示，把一质量为 m 的物体用一个水平推力 F 压在竖直的足够高的一平整墙壁上，物体与墙壁间的动摩擦因数为 μ. F 随时间 t 的变化如图 2-1-24 所示，试分析从 $t=0$ 开始，物体运动的加速度 a、速度 v 和所受的摩擦力 f 随时间 t 的变化规律并作出其变化的图线.

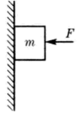


图 2-1-23

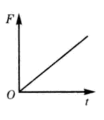


图 2-1-24

答案与提示

1. D(弹力竖直方向分量与重力平衡，在水平方向分量与 F 平衡，即 $kx\cos\theta=G$，$kx\sin\theta=F$，由于重力不变，只取重力关系式，由此式可得 $x=\dfrac{G}{k\cos\theta}$)

2. B(v-t 图象斜率是加速度，由题图可知，在 $t_1\rightarrow t_2$ 过程中图象上各点对应的加速度、速度不断减小. 在图 2-1-25 作出直线 AB，直线 AB 表示速度均匀地减小，直线 AB 速度平均值就是直线与横轴所围梯形的中位线，在 $t_1\rightarrow t_2$ 时间内平均速度 $\bar{v}_{直}=\dfrac{v_1+v_2}{2}$，直线 AB 与时间轴所围面积比曲线 AB 与时间轴所围面积大，平均速度就大，$\bar{v}<\bar{v}_{直}$)



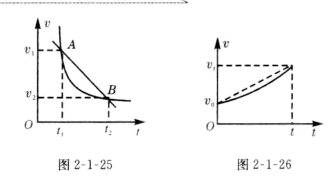


图 2-1-25　　图 2-1-26

3. C(加速度增大时,v-t 图象是凹的.由速度—时间图象图 2-1-26 可知,图中虚线与时间轴所围的面积比实线与时间轴所围面积大,虚线图象的平均速度为 $\bar{v}=\frac{v_0+v_t}{2}$,实线图象中平均速度小于$\frac{v_0+v_t}{2}$)

4. CD(作出两物体的加速度关系所对应的 v-t 图象,如图 2-1-27 中的几种情况. A 图:$v_甲>v_乙$,$a_1=a_2$,它们只能相遇一次,即甲追上乙以后并超过乙;B 图,甲追上乙以后,并超过乙,只能相遇一次;C 图,甲、乙速度相等时,若是甲刚好追上乙,那么它们只能相遇一次,若是甲在速度未与乙相等之前追上乙,以后乙的加速度比甲大,故其速度总会超过甲,乙会追上甲并超过甲,有可能相遇二次,若甲在速度与乙相等时还没有追上乙,则永远追不上乙,一次相遇的机会都没有)

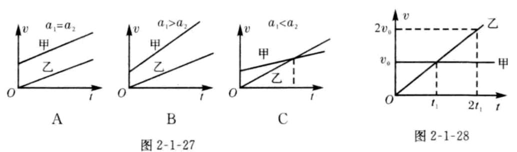


图 2-1-27　　图 2-1-28

5. A(作出甲、乙两车的速度—时间图象如图 2-1-28 所示,由图可知当两图象与时间轴所围面积相等时,乙车追上甲车,且乙车速度是甲车的 2 倍,由于不知加速度的大小,无法确定时间和路程)

6. BD(对于长木板,它受到是物块对它的滑动摩擦力 f 是相同的,物块加速度 $a=\frac{F-\mu mg}{m}=\frac{F}{m}-\mu g$,木板加速度 $a'=\frac{\mu mg}{M}=\frac{m}{M}\mu g$,作出两个物体的 v-t 图象 2-1-29,由图象可以说明:若 $F_1=F_2$,说明物块的加速度相同,要使两图象所围面积之差(即图中的阴影部分面积)为长木板的长度时,a'越小所用的时间 t_0 越小,长木板的速度越小,说明长木板的质量越大,B 选项正确. 若 $M_1=M_2$,说明长木板的加速度是相同的,当两图象所围面积之差为长木板的长度时,则 a 越大,即恒力 F 越大,则所用的时间越短,而长木板的速度就越小,D 选项正确)



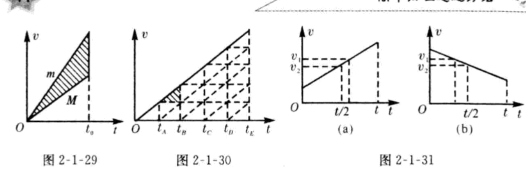


图 2-1-29　　图 2-1-30　　图 2-1-31

7. C(小球下落时做自由落体运动，由于相邻两小球落地的时间间隔均相同，作出如图 2-1-30 所示的自由落体运动的图象，由图象可知，相邻时间间隔相等时的位移关系如图所示，若将图中阴影部分三角形的面积(即位移)设为 s_0，由图可知，A、B 之间的距离为 $3s_0$，B、C 之间的距离为 $5s_0$，C、D 之间的距离为 $7s_0$，D、E 之间的距离为 $9s_0$. 显然只有 C 图所示的距离较为符合条件)

8. C(物体不论是做匀加速运动还是匀减速运动，这两种情况下速度—时间图象如图 2-1-31 所示，在匀变速运动中，一段时间内的平均速度等于这段时间中间时刻的瞬时速度. 由图可知而这段时间内位移中点的速度 v_1 均比平均速度 v_2 大)

9. A(物体的 s-t 图象如图 2-1-32 所示，由位移—时间图象的斜率就是速度，可知 B 点的速度是过 B 点图象的斜率，而 A、E 间的平均速度就是连接 A、E 两点间直线的斜率，由图可知 $v_B < v$)

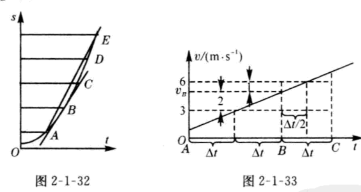


图 2-1-32　　图 2-1-33

10. 由两段位移相等，所用时间的比值等于平均速度的反比可知 AB 段时间为 BC 段所用时间的两倍，由两平均速度和时间关系作出物体的 v-t 图线如图 2-1-33 所示，由图可知 $v_B = 5\text{m/s}$.

11. 物体被压在竖直墙壁上，在水平方向上，墙壁对物体弹力 N 的大小等于水平推力 F 的大小，即 $N = F = kt$. 在竖直方向上，物体受到重力 mg 和墙壁的摩擦力 f，$f = \mu N = \mu kt$，当 F 随时间而增大，则 f 也随时间而增大. 当 $mg > f$ 时，物体沿墙壁加速下滑，由牛顿第二定律有 $a = \frac{mg - \mu kt}{m} = g - \frac{\mu kt}{m}$，此式说明物体做加速度减小的加速度运动，当加速度减小到零时，有 $mg = f$ 时，物体沿墙壁下滑的速度最大，当 $mg < f$ 时，物体减速下滑，此时加速度变为负值，即方向竖直向上，加速度的大小在增大，物体做加速度增大

的减速运动，当物体的速度为零时，物体和墙壁间的滑动摩擦力突然消失，物体处于静止状态，它在竖直方向受到静摩擦力等于它的重力．因加速和减速具有对称性，加速度负值的最大绝对值应为 g．v-t 图象的斜率就是加速度，由加速度变化规律可知 v-t 图象是开口向下的二次函数图象，f-t 图象中的滑动摩擦力是倾斜的线段，静摩擦力是水平线，见图 2-1-34（本题典型的顺藤摸瓜，即跟踪分析法）．

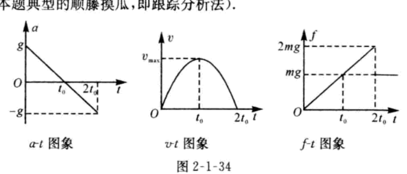


图 2-1-34

高考思想篇

考点直击

年份	题源及类型	考点
2009	江苏卷 T4 选择 3 分、海南卷 T8 选择 4 分、 安徽理综 T16 选择 6 分、上海卷 T22 计算 12 分、 山东理综 T17 选择 6 分、海南卷 T15 计算 9 分	匀变速运动 牛顿运动定律
2008	广东卷 T10 选择 4 分、海南卷 T8 计算 4 分 宁夏卷 T17 选择 6 分、天津卷 T20 选择 6 分	
2007	江苏卷 T6 选择 3 分、海南卷 T2 选择 6 分	

考题探究

［例 1］ **(2009・江苏)**在无风的情况下，跳伞运动员从水平飞行的飞机上跳伞，下落过程中受到空气阻力，图 2-1-35 中描绘下落速度的水平分量大小 v_x、竖直分量大小 v_y 与时间 t 的图象，可能正确的是　（　）

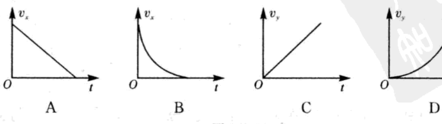
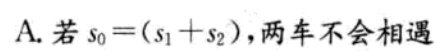


图 2-1-35

［分析］ 在无风的情况下，跳伞运动员受到的阻力与速度有关，速度大阻力大，速度小阻力小，水平方向和竖直方向的速度—时间图象都不可能是直线，水平方向做加速度减小的减速运动，竖直做加速度减小的加速运动，A 图中的水平速度是匀减速运动，错误；B 图中的水平速度是加速度减小的减速运动，正确；C 图中的竖直速度是匀加速运动，错误；D 图中的竖直分速度是加速度增大的加速运动，错误.

［答案］ B

［例 2］ (2009 · 海南)甲乙两车在一平直道路上同向运动，其 v-t 图象如图 2-1-36 所示，图中△OPQ 和△OQT 的面积分别为 s_1 和 s_2($s_1<s_2$). 初始时，甲车在乙车前方 s_0 处. （　　）


A. 若 $s_0=(s_1+s_2)$，两车不会相遇

B. 若 $s_0<s_1$，两车相遇 2 次

C. 若 $s_0=s_1$，两车相遇 1 次

D. 若 $s_0=s_2$，两车相遇 1 次

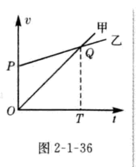


图 2-1-36

［分析］ 由图象可知，在 T 时刻，甲、乙速度相等，乙追赶甲的最大距离就是△OPQ 所围面积 s_1，若 $s_1>s_0$，说明乙超过了甲，由于以后甲的速度大于乙的速度，甲会追赶上乙，两车相遇二次；若 $s_0=s_1$，两车刚好在 T 时刻相遇一次，以后甲车超过乙；若 $s_0>s_1$，在 T 时刻乙车在甲车的后面，乙车与甲车不可能相遇.

［答案］ ABC

［例 3］ (2009 · 安徽)大爆炸理论认为，我们的宇宙起源于 137 亿年前的一次大爆炸. 除开始瞬间外，在演化至今的大部分时间内，宇宙基本上是匀速膨胀的. 20 世纪末，对 1A 型超新星的观测显示，宇宙正在加速膨胀. 面对这个出人意料的发现，宇宙学家探究其背后的原因，提出宇宙的大部分可能由暗能量组成，它们的排斥作用导致宇宙在近段天文时期内开始加速膨胀. 如果真是这样，则标志宇宙大小的宇宙半径 R 和宇宙年龄 t 的关系，大致是图 2-1-37 中的 （　　）

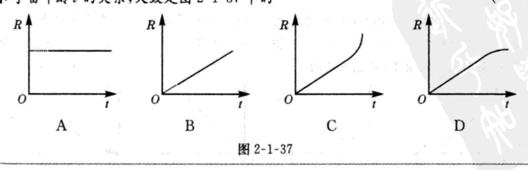


图 2-1-37

［分析］ 由题可知我们的宇宙在演化至今的大部分时间内，宇宙基本上是匀速膨胀的，即宇宙半径均匀增大，而从 20 世纪末观测显示，宇宙正在加速膨胀，说明半径与时间



已不再是一次函数关系,C图正确.

［答案］ C

［例4］ (2009·山东)某物体做直线运动的 v-t 图象如图2-1-38所示,据此判断图2-1-39(F表示物体所受合力)四个选项中正确的是 ( )

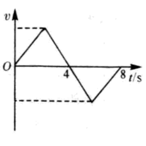


图2-1-38

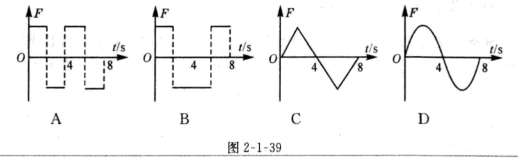


图2-1-39

［分析］ 由 v-t 图象可知在前2s和最后2s的时间内,图象的斜率大小相同,说明物体的加速度大小相同,即合外力大小相同,在中间4s内,图象的斜率不变,说明物体的加速度相同,合外力相同,这段时间内的合外力的方向与前述两段时间内合外力方向相反.

［答案］ B

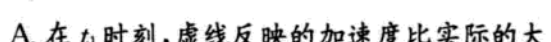
［例5］ 某人骑自行车在平直道路上行进,图2-1-40中的实线记录了自行车开始一段时间内的 v-t 图象,某同学为了简化计算,用虚线作近似处理,下列说法正确的是 ( )

A. 在 t_1 时刻,虚线反映的加速度比实际的大

B. 在 $0 \to t_1$ 时间内,由虚线计算出的平均速度比实际的大

C. 在 $t_1 \to t_2$ 时间内,虚线反映的是匀速运动

D. 在 $t_3 \to t_4$ 时间内,虚线反映的是匀速运动



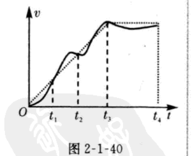


图2-1-40

［分析］ v-t 图象的斜率就是加速度,图象与时间轴所围面积就是位移,图象水平说明是匀速直线运动,依据这些原则可以判断B、D两选项正确.

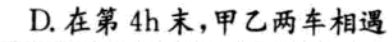
［答案］ BD

［例 6］ $t=0$ 时，甲乙两汽车从相距 70km 的两地开始相向行驶，它们的 v-t 图象如图 2-1-41 所示. 忽略汽车掉头所需时间. 下列对汽车运动状况的描述正确的是 （　　）

A. 在第 1h 末，乙车改变运动方向

B. 在第 2h 末，甲乙两车相距 10km

C. 在前 4h 内，乙车运动加速度的大小总比甲车的大



D. 在第 4h 末，甲乙两车相遇

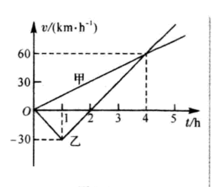


图 2-1-41

［分析］ 乙车在第 2h 末改变运动方向，在 0→2h，甲、乙两图象与时间轴所围的面积均为 30km，两车相向行驶，互相接近了 60km，两车相距 10km. 甲车加速度为 15km/h^2，乙车加速度的大小前后两次均为 30km/h^2. 从第 2h 末开始，乙与甲同向行驶，在第 4h 末乙的位移为 30km，甲的位移为 120km，甲、乙位移之差是 90km，90km>70km，所以甲、乙两车早已相遇.

［答案］ BC

［例 7］ 甲乙两车在公路上沿同一方向做直线运动，它们的 v-t 图象如图 2-1-42 所示. 两图象在 $t=t_1$ 时相交于 P 点，P 在横轴上的投影为 Q，△OPQ 的面积为 s. 在 $t=0$ 时刻，乙车在甲车前面，相距为 d. 已知此后两车相遇两次，且第一次相遇的时刻为 t'，则下面四组 t' 和 d 的组合可能是 （　　）

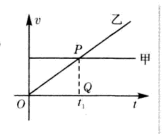


图 2-1-42

A. $t'=t_1, d=s$　　　　B. $t'=\frac{1}{2}t_1, d=\frac{1}{4}s$

C. $t'=\frac{1}{2}t_1, d=\frac{1}{2}s$　　　　D. $t'=\frac{1}{2}t_1, d=\frac{3}{4}s$

［分析］ 两车的 v-t 图象与时间轴所围面积为位移，由图 2-1-43 可知，两车速度相等时，甲车追赶最大的距离也为△OPQ 的面积 s，因为两车相遇两次，说明在两车速度相等之前，甲已经与乙相遇，后是乙追赶甲车，即有 $d<s$，A 选项错误. 若 $t'=t_1/2$，即图中阴影部分梯形面积为 d，此面积与△OPQ 的面积 s 的关系为 $d=3s/4$.

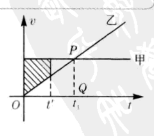


图 2-1-43

［答案］ D

［例8］ 一个静止的质点，在0～4s时间内受到力F的作用，力的方向始终在同一直线上，力F随时间t的变化如图2-1-44所示，则质点在 （ ）

A. 第2s末速度改变方向 B. 第2s末位移改变方向

C. 第4s末回到原出发点 D. 第4s末运动速度为零

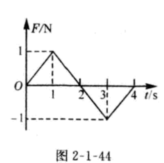


图 2-1-44

［分析］ 由牛顿第二定律可知，物体的加速度与时间关系的图象和物体的受力与时间关系的图象是相似的，所以，物体加速度与时间关系图象如图2-1-45所示. 从加速度与时间关系图象可以看出在前两秒加速度的方向为正值，物体经历了一个加速度逐渐增大的加速运动和加速度逐渐减小的加速运动，2s末速度达到最大，从2s末开始到4s末加速度的方向也发生了改变与运动的方向相反，物体又经历了一个加速度逐渐增大的减速运动和加速度逐渐减小的减速运动，由图象可知，前后2s的运动情况具有对称性，4s末速度为零，物体的位移达到最大.

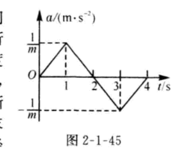


图 2-1-45

［答案］ D

［例9］ (2009·海南)一卡车拖挂一相同质量的车厢，在水平直道上以$v_0=12\text{m/s}$的速度匀速行驶，其所受阻力可视为与车重成正比，与速度无关. 某时刻，车厢脱落，并以大小为$a=2\text{m/s}^2$的加速度减速滑行. 在车厢脱落$t=3\text{s}$后，司机才发觉并紧急刹车，刹车时阻力为正常行驶时的3倍. 假设刹车前引力不变，求卡车和车厢都停下后两者之间的距离.

［分析］ 车厢受到的摩擦力为$f=ma$，卡车的牵引力为$F=2f$，卡车加速时的加速度为$a_1=\dfrac{F-f}{m}=a$，紧急刹车加速度$a_2=\dfrac{3f}{m}=3a=6\ \text{m/s}^2$

设卡车减速时间为t'，在车厢脱落$t=3\text{s}$后卡车瞬间速度为v

$v=v_0+at=3at'$ 卡车减速时间$t'=\dfrac{v_0}{3a}+\dfrac{1}{3}t=3\text{s}$，车厢减速位移$s_1=\dfrac{v_0^2}{2a}=36\text{m}$，卡车位移$s_2=v_0t+\dfrac{1}{2}at^2+\dfrac{1}{2}\cdot 3at'^2=72\text{m}$，卡车、车厢都停下时距离$\Delta s=s_2-s_1=36\text{m}$

图象法：车厢减速时间为$t_1=\dfrac{v_0}{a}=6\text{s}$，卡车运动时间为$t_2$，最大速度为$v_m$

有$v_m=v_0+at=18\text{m/s}=3a(t_2-t)$，可得$t_2=\dfrac{v_0}{3a}+\dfrac{4t}{3}=6\text{s}$

作出相应的速度—时间图象如图2-1-46所示，由图象可知阴影面积就是卡车和车厢都停下后两者之间的距离

$\Delta s=[\dfrac{12+18}{2}\cdot 3+\dfrac{18}{2}\cdot(6-3)-\dfrac{12}{2}\cdot 6]\text{m}=36\text{m}$

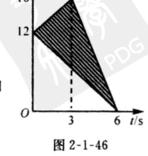


图 2-1-46



［例 10］ **(2009·上海)**如图 2-1-47 中的(a)所示，质量 $m=1\text{kg}$ 的物体沿倾角 $\theta=37°$ 的固定粗糙斜面由静止开始向下运动，风对物体的作用力沿水平方向向右，其大小与风速 v 成正比，比例系数用 k 表示，物体加速度 a 与风速 v 的关系如图(b)所示. 求：

(1)物体与斜面间的动摩擦因数 μ；

(2)比例系数 k.($\sin37°=0.6,\cos37°=0.8,g=10\text{m/s}^2$)

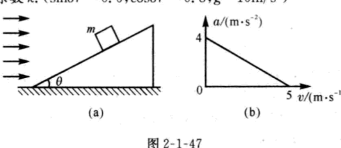


图 2-1-47

［分析］ 物体加速度 a 与风速 v 的关系由图(b)可知，初始时刻，风速为零时，加速度有最大值为 4m/s^2；当风速为 5m/s 时，物体的加速度为零.

［解］ (1)初始时刻风速为零：$mg\sin\theta-\mu mg\cos\theta=ma_0$，

$$\mu=\frac{g\sin\theta-a_0}{g\cos\theta}=0.25$$

(2)加速度为零时物体受力如图 2-1-48 所示，平行于斜面方向有 $mg\sin\theta-\mu N-kv\cos\theta=0$，

垂直于斜面方向有 $N=mg\cos\theta+kv\sin\theta$，

由以上两式解得 $k=\dfrac{mg(\sin\theta-\mu\cos\theta)}{v(\mu\sin\theta+\cos\theta)}=0.84\text{kg/s}$

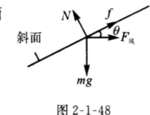
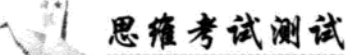


图 2-1-48



思维考试测试

1. 甲乙两辆汽车在平直的公路上沿同一方向做直线运动，$t=0$ 时刻同时经过公路旁的同一个路标. 在描述两车运动的 v-t 图中(如图2-1-49所示)，直线 a、b 分别描述了甲乙两车在 0～20s 的运动情况. 关于两车之间的位置关系，下列说法正确的是 (　　)

A. 在 0～10s 内两车逐渐靠近

B. 在 10～20s 内两车逐渐远离

C. 在 5～15s 内两车的位移相等

D. 在 $t=10\text{s}$ 时两车在公路上相遇

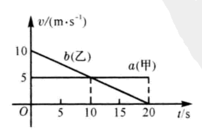


图 2-1-49

2. 两辆游戏赛车 a、b 在两条平行的直车道上行驶. $t=0$ 时两车都在同一计时处，此时比赛开始. 它们在四次比赛中的 v-t 图如图 2-1-50 所示. 哪些图对应的比赛中，有一辆赛车追上了另一辆? ( )

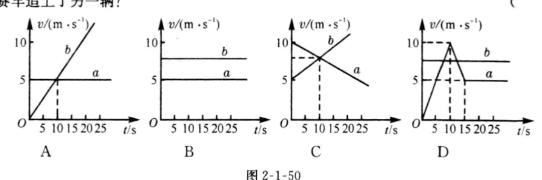


图 2-1-50

3. 如图 2-1-51 所示，在倾角为 30°的足够长的斜面上有一质量为 m 的物体，它受到沿斜面方向的力 F 的作用. 力 F 可按图 2-1-52 中(a)、(b)、(c)、(d)所示的四种方式随时间变化(图中纵坐标是 F 与 mg 的比值，力沿斜面向上为正). 已知此物体在 $t=0$ 时速度为零，若用 v_1、v_2、v_3、v_4 分别表示上述四种受力情况下物体在 3s 末的速率，则这四个速率中最大的是 ( )

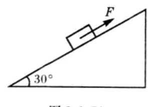


图 2-1-51

A. v_1　　B. v_2　　C. v_3　　D. v_4

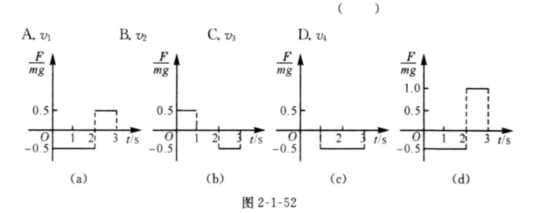


图 2-1-52

4. 放在水平地面上的一物块，受到方向不变的水平推力 F 的作用，F 的大小与时间 t 的关系和物块速度 v 与时间 t 的关系如图 2-1-53 所示，取重力加速度 $g=10\text{m/s}^2$，由此两图线可以求得物块的质量 m 和物块与地面之间的动摩擦因数 μ 分别为 ( )

A. $m=0.5\text{kg}$，$\mu=0.4$

B. $m=1.5\text{kg}$，$\mu=\dfrac{2}{15}$

C. $m=0.5\text{kg}$，$\mu=0.2$

D. $m=1\text{kg}$，$\mu=0.2$

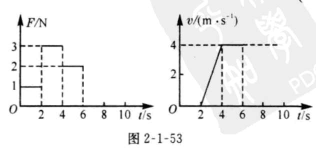


图 2-1-53

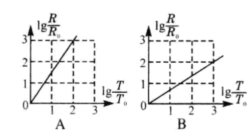


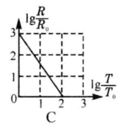
5. **(2010·福建)**质量为 2kg 的物体静止在足够大的水平面上，物体与地面间的动摩擦因数为 0.2，最大静摩擦力和滑动摩擦力大小视为相等. 从 $t=0$ 时刻开始，物体受到方向不变、大小呈周期性变化的水平拉力 F 的作用，F 随时间 t 的变化规律如图 2-1-54 所示. 重力加速度 g 取 10m/s^2，则物体在 $t=0$ 到 $t=12\text{s}$ 这段时间内的位移大小为（　　）

图 2-1-54

A. 18m　　B. 54m　　C. 72m　　D. 198m

6. **(2010·湖南)**太阳系中的 8 大行星的轨道均可以近似看成圆轨道. 下列图 2-1-55 是用来描述这些行星运动所遵从的某一规律的图象. 图中坐标系的横轴是 $\lg(T/T_0)$，纵轴是 $\lg(R/R_0)$，这里 T 和 R 分别是行星绕太阳运行的周期和相应的圆轨道半径，T_0 和 R_0 分别是水星绕太阳运行的周期和相应的圆轨道半径. 下列图 2-1-55 中正确的是（　　）





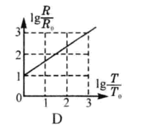


图 2-1-55

7. **(2010·海南)**在图 2-1-56a 中，质量为 m 的物块叠放在质量为 $2m$ 的足够长的木板上方右侧，木板放在光滑的水平地面上，物块与木板之间的动摩擦因数为 $\mu=0.2$. 在木板上施加一水平向右的拉力 F，在 0～3s 内 F 的变化如图 b 所示，图中 F 以 mg 为单位，重力加速度 $g=10\text{m/s}^2$. 整个系统开始时静止.

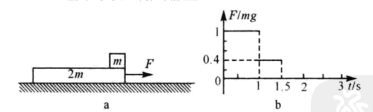


图 2-1-56

(1)求 1s、1.5s、2s、3s 末木板的速度以及 2s、3s 末物块的速度；

(2)在同一坐标系中画出 0～3s 内木板和物块的 v-t 图象，据此求 0～3s 内物块相对于木板滑过的距离.

8. 一水平的浅色长传送带上放置一煤块（可视为质点），煤块与传送带之间的动摩擦因数为 μ. 初始时，传送带与煤块都是静止的. 现让传送带以恒定的加速度 a_0 开始运动，当其速度达到 v_0 后，便以此速度做匀速运动. 经过一段时间，煤块在传送带上留下了一段黑色痕迹，煤块相对于传送带不再滑动. 求此黑色痕迹的长度.

答案与提示

1. C(在 0～20 s 的时间内，两图象所围面积相等，说明位移相同，两者相遇. 在一段时间内，图象与时间轴所围面积之差，是两物体的位移之差，显然，在 0～10 s 内两车逐渐远离，在 10～20 s 内两车逐渐靠近. 在 5～15 s 内两车的图象与时间轴所围面积相同，说明这段时间的位移相等)

2. AC(由速度—时间与横轴所围的面积就是位移可知：A 图中的 b 车追上了 a 车；B 图中 b 车始终在 a 车前面；C 图 b 车追上了 a 车；D 图中 b 车始终在 a 车前面)

3. C(由于该题中没有涉及滑动摩擦力，所以只能不予考虑，若是没有力 F，物体在平行于斜面方向上重力的分量 $0.5mg$. 在 2-1-52(a)图的情况下，最初 2s 内平行于斜面向下的合力为 mg，第 3s 内沿斜面方向合力为零，所以，物体先向下以 g 加速 2s，后匀速. 同理可知：在(b)图情况下，物体先静止，后以 g 加速 1s，；在(c)图情况下，物体先以 $0.5g$ 向下加速 1s，后以 g 加速向下 2s；而在(d)图情况下，物体先向下以 g 加速 2s，后以 g 做减速运动 1s. 所以(c)图速率最大)

4. A(由物体的速度—时间图象可知物块匀速运动时，拉力与滑动摩擦力平衡，说明滑动摩擦力 $f=2\text{N}$，由物块加速运动的图线可知加速度 $a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=2\ \text{m/s}^2$，由牛顿第二定律可知 $F-f=ma$，$m=0.5\text{kg}$，动摩擦因数 $\mu=\frac{f}{mg}=0.4$)

5. B(拉力只有大于最大静摩擦力时，物体才会由静止开始运动：0～3s 时：$F=f_{\max}$，物体保持静止，$s_1=0$；3～6s 时：$F>f_{\max}$，物体由静止开始做匀加速直线运动，$a=\frac{F-f}{m}=2\ \text{m/s}^2$，$v=at=6\text{m/s}$，$s_2=\frac{1}{2}at^2=9\text{m}$，6～9s 时：$F=f$，物体做匀速直线运动：$s_3=vt=6\times3=18\text{m}$；9～12s 时：$F>f$，物体以 6m/s 为初速度，以 2m/s^2 为加速度继续做匀加速运动 $s_4=vt+\frac{1}{2}at^2=27\text{m}$，所以 0～12s 内物体的位移为 $s=s_1+s_2+s_3+s_4=54\text{m}$)

6. B(由开普勒第三定律可知：$\frac{R^3}{R_0^3}=\frac{T^2}{T_0^2}$，对该式两边取对数，有 $3\lg\frac{R}{R_0}=2\lg\frac{T}{T_0}$，由该式可得：$\lg\frac{R}{R_0}=\frac{2}{3}\lg\frac{T}{T_0}$，符合表达式的图象只有 B 图)

7. (1)设木板和物块的加速度分别为 a 和 a'，在 t 时刻木板和物块的速度分别为 v_t 和 v'_t，木板和物块之间摩擦力的大小为 f，据牛顿第二定律、运动学公式和摩擦定律得

$f=ma'$ ① $f=\mu mg$，当 $v'_t<v_t$ ② $v'_{t_2}=v'_{t_1}+a'(t_2-t_1)$ ③

$F-f=(2m)a$ ④ $v_{t_2}=v_{t_1}+a(t_2-t_1)$ ⑤

由①②③④⑤式与题给条件得

$v_1=4\text{m/s}$，$v_{1.5}=4.5\text{m/s}$，$v_2=4\text{m/s}$，$v_3=4\text{m/s}$ ⑥

$v'_2=4\text{m/s}, v'_3=4\text{m/s}$ ⑦

(2)由⑥⑦式得到物块与木板运动的 $v\text{-}t$ 图象，如图 2-1-57 所示．在 0～3s 内物块相对于木板的距离 Δs 等于木板和物块 $v\text{-}t$ 图线下的面积之差，即图中带阴影的四边形面积，该四边形由两个三角形组成，上面的三角形面积为 0.25(m)，下面的三角形面积为 2(m)，因此：$\Delta s=2.25\text{m}$.

图 2-1-57

8. 煤块在传送带上留下了一段黑色痕迹，说明煤块与传送带之间存在着相对运动，即煤块的加速度小于传送带的加速度，煤块的加速度是由滑动摩擦力提供，由牛顿第二定律可知为 $a=\frac{\mu mg}{m}=\mu g<a_0$，当煤块达到传送带的速度 v_0 需要时间为 $t_1=\frac{v_0}{a}=\frac{v_0}{\mu g}$，传送带达到 v_0 需要时间为 $t_2=\frac{v_0}{a_0}$，在时间 $\Delta t=t_1-t_2$ 的时间内，皮带匀速，煤块加速，以后煤块与传送带的速度相等，无相对运动，两者速度－时间图象如图 2-1-58所示，由图可知黑色痕迹的长度就是两图象与时间轴所围面积之差(图中阴影部分)，即黑色痕迹的长度为 $L=\frac{v_0}{2}\cdot\Delta t=\frac{v_0}{2}\left(\frac{v_0}{\mu g}-\frac{v_0}{a_0}\right)$.

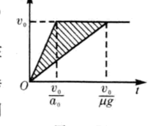


图 2-1-58

2.2 能量与动量部分的图象法

在能量与动量内容中，由于涉及变力的问题，经常遇到力随时间或位移发生变化导致物体的能量与动量也随着发生变化，这类问题若是应用牛顿运动定律求解可能有困难，但从能量和动量的角度求解可能就简捷得多，这部分问题中涉及的图象问题也需要紧扣图象提供的信息进行求解.



解题方法指导

［例 1］ 一个物体同时受到两个水平力 F_1、F_2 的作用，力 F_1、F_2 与位移的关系如图 2-2-1 所示，若物体从静止开始运动，当物体的动能最大时，其位移为 （　　）

A. 2.5m　　B. 5m

C. 7.5m　　D. 10m

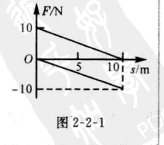


图 2-2-1

［解］ 由图象的物理意义可知：力—位移图象与横轴所围的面积在数值上等于力对物体做的功，要使物体的动能最大，由动能定理可知合外力的功最大，由图象可知当位移 $s=5\text{m}$ 时，外力做功的代数和最大.

［答案］ B

［要点］ 力—位移图象与横轴所围的面积就是力在这段位移上所做的功. 横轴以上的面积为正功，横轴以下的面积为负功.

［例2］ 质点受的力 F 随时间变化的规律如图 2-2-2 所示，力的方向始终在一直线上. 已知 $t=0$ 时质点的速度为零. 在图示的 t_1、t_2、t_3 和 t_4 各时刻中，哪一时刻质点的速度最大？哪一时刻质点离开出发点最远？（　　）

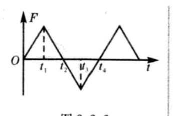


图 2-2-2

A. t_1　　B. t_2

C. t_3　　D. t_4

［解］ 由图和动量定理可知：质点在 $0\to t_2$ 时间内合外力的冲量为正值，说明物体的动量和速度一直在增大，在 $t_2\to t_4$ 的时间内合外力的冲量为负值，说明物体的动量和速度在减小，所以 t_2 时刻物体的速度最大，但运动方向没有变. 在 $0\to t_4$ 时间内合外力的冲量为零，即 t_4 时刻质点的速度为零，物体离出发点最远.

［答案］ BD

［要点］ 力—时间图象与横轴所围的面积就是力在这段时间内的冲量. 横轴以上面积冲量为正方向，横轴以下面积的冲量为负方向.

［评析］ 本题可以由牛顿运动定律来进行判断，但没有应用动量定理简捷. 解答如下：

由图和牛顿第二定律可知：质点在 $0\to t_1$ 时间内做加速度增大的加速运动，在 $t_1\to t_2$ 的时间内做加速度减小的加速运动；在 $t_2\to t_3$ 的时间内做加速度增大的减速运动，在 $t_3\to t_4$ 的时间内做加速度减小的减速运动，由于力的对称性，可知在 t_4 时刻质点的速度为零. 故质点在 t_2 时刻的速度最大. 质点在 $0\to t_4$ 的时间内一直向一个方向做加速、减速运动，所以在 t_4 时刻离出发点最远.

［例3］ 图 2-2-3 为一物体在光滑的斜面上受到一平行于斜面的力的作用，由静止开始沿斜面做直线运动，运动过程中物体的机械能 E 与物体位移 s 的关系图线如图 2-2-4 所示，其中 $0\sim s_1$ 过程的图线为曲线，$s_1\sim s_2$ 过程为直线，根据该图线，下列判断正确的是（　　）

A. $0\sim s_1$ 过程中物体的加速度越来越大

B. $s_1\sim s_2$ 过程中物体做匀速直线运动

C. $s_1\sim s_2$ 过程中物体做变加速直线运动

D. $0\sim s_2$ 过程中物体的动能不断增大



图 2-2-3

图 2-2-4

［解］ 由图象可知物体不可能由静止沿斜面向上运动，因为物体若向上运动，其机械能是增大的，而图象中说明机械能是减小的. 物体沿光滑斜面向下运动，平行于斜面的外力一定是沿斜面向上，若是沿斜面向下，有外力对物体做正功，物体的机械能是增大的，与图象所提供的信息不符. 由此可以写出物体机械能的表达式 $E=E_0-Fs$.

由物体机械能的表达式与对应的图象关系可知，图象曲线部分各点切线的斜率是减小的，说明 F 是减小的，直线段图象的斜率不变，即力 F 不变. 物体能沿斜面下滑，说明外力 F 是小于重力平行于斜面的分量，由牛顿运动定律有 $a=g\sin\theta-\frac{F}{m}$

曲线部分的 F 减小，加速度 a 增大，直线部分 F 不变 a 不变.

［答案］ AD

［评析］ 本题分析过程中要充分利用图象所提供的信息：判断物体的运动方向和力的方向. 再根据图象写出物体机械能随位移变化的表达式进行分析. 若没有以上这些正确分析，本题就没有进入正确的思路.

［例 4］ 机车保持功率不变，列车从车站出发沿平直的铁轨行驶 5min，速度增大到 72km/h. 在这段时间内，列车行驶的距离为 （ ）

A. 一定等于 3000m　　B. 一定大于 3000m

C. 一定小于 3000m　　D. 条件不足，无法判断

［解］ 机车功率不变，机车的加速度 $a=\frac{F-f}{m}$，牵引力 $F=\frac{P}{v}$，随着列车的速度增大，牵引力减小，加速度也在减小，故列车做加速度减小的加速运动. 以恒定功率加速时汽车是做加速度减小的加速运动，其速度—时间图象相对于匀加速直线运动的图象是上凸的，匀变速运动的速度—时间图象是一条直线，机车若是匀变速直线运动，在 5min 内速度增大到 72km/h，这段时间内的位移为 3000m，由图 2-2-5 所示可知，上凸图象所围的面积大于直线所围面积（面积就是位移），这段时间内的位移大于 3000m.

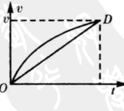


图 2-2-5





［答案］ B

［例5］ 起重机提起重物，重物的运动如图 2-2-6 所示，则起重机的输入功率应是图 2-2-7 中的 （ ）

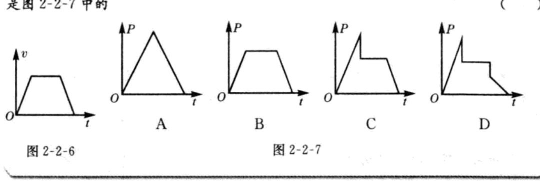


图 2-2-6　　图 2-2-7

［解］ 由重物的速度—时间图象可知：起重机先做匀加速运动，牵引力大于重物的重力，即 $F>Mg$，F 是一个恒力，由 $P=Fv$ 可知其功率线性增大；起重机做匀速运动时 $F=Mg$，功率不变；做匀减速运动时，牵引力小于重力，即 $F<Mg$，也是一个恒力，速度减小，功率线性减小. 在速度两次突变处，牵引力是突然减小.

［答案］ D

［要点］ 扣住两次加速度的转折点处力的变化特点是本题求解的切入点.

［例6］ 如图 2-2-8 所示，粗糙的斜面与光滑的水平面相连接，滑块沿水平面以速度 v_0 运动，设滑块运动到 A 点的时刻为 $t=0$，距 A 点的水平距离 x，水平速度为 v_x，由于 v_0 不同，从 A 点到 B 点的几种可能的运动图象如图 2-2-9 所示，其中表示摩擦力做功最大的是 （ ）

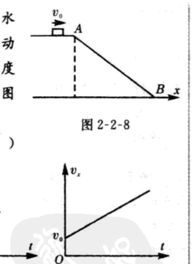


图 2-2-8

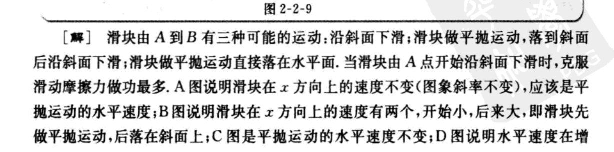


图 2-2-9

［解］ 滑块由 A 到 B 有三种可能的运动：沿斜面下滑；滑块做平抛运动，落到斜面后沿斜面下滑；滑块做平抛运动直接落在水平面. 当滑块由 A 点开始沿斜面下滑时，克服滑动摩擦力做功最多. A 图说明滑块在 x 方向上的速度不变（图象斜率不变），应该是平抛运动的水平速度；B 图说明滑块在 x 方向上的速度有两个，开始小，后来大，即滑块先做平抛运动，后落在斜面上；C 图是平抛运动的水平速度不变；D 图说明水平速度在增

大，即滑块在斜面上匀加速下滑.

［答案］ D

［要点］ 位移—时间图象的斜率是速度；速度—时间图象的斜率是加速度. 寻找摩擦力做功最大的情况就是在斜面上运动的距离最大，滑块在斜面上运动要加速下滑，当它沿水平面的速度越来越大时，说明它在斜面上运动（水平面光滑）.

［例7］ 如图 2-2-10 中所示，在光滑的水平面上的两个小球发生正碰，小球的质量分别为 m_1、m_2，图 2-2-11 为它们碰撞前后的 s-t 图象，已知 $m_1=0.1\text{kg}$，由此可以判断 （　　）

A. m_2 碰前静止，m_1 向右运动

B. 碰后 m_1 和 m_2 都向右运动

C. 由动量守恒算出 $m_2=0.3\text{kg}$

D. 碰撞中损失 0.4J 机械能

图 2-2-10　　图 2-2-11

［解］ 由图象提供信息可知，m_2 碰前位移不变，说明它是静止的. m_1 向右运动才能与 m_2 发生相互作用. 碰前 m_1 向右运动的速度为 $v_{10}=\frac{8}{2}\text{m/s}=4\text{m/s}$，碰后 m_1 和 m_2 的速度分别为 $v_1=\frac{0-8}{6-2}\text{m/s}=-2\text{m/s}$，$v_2=\frac{16-8}{6-2}\text{m/s}=2\text{m/s}$，由动量守恒有 $m_1v_{10}=m_2v_2+m_1v_1$，解得 $m_2=0.3\text{kg}$. 碰撞过程中损失的机械能为 $\Delta E=\frac{1}{2}m_1v_{10}^2-\frac{1}{2}m_1v_1^2-\frac{1}{2}m_2v_2^2=0$，说明碰撞是完全弹性碰撞.

［答案］ AC

［要点］ 位移—时间图象的斜率是速度.

［例8］ 一个质量为 4kg 的物体静止在足够大的水平地面上，物体与地面间的动摩擦因数 $\mu=0.1$. 从 $t=0$ 开始，物体受到一个大小和方向呈周期性变化的水平力 F 作用，力 F 随时间的变化规律如图2-2-12所示. 求 83s 内物体的位移大小和力 F 对物体所做的功. ($g=10\text{m/s}^2$)

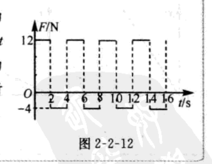


图 2-2-12

［解］ 物体与水平面间的滑动摩擦力为 $f=\mu mg=4\text{N}$，在 0～2s 时间内，$F=12\text{N}$ 时，物体的合外力为 $F_合=8\text{N}$；在 2～4s 时间内，$F=-4\text{N}$ 时，物体的合外力为 $F_合=-8\text{N}$. 以后将重复出现周期性的变化，其图象如图 2-2-13 实线所示，周期为 $T=4\text{s}$，在一个周期内，物体受到的合外力与时间轴所围的面积代数和为零，即合外力的冲量为零，物



体动量的增量为零，即物体动量为零，速度为零. 由于物体受到的合外力大小相同之处，其加速度的大小为 $a=\frac{F_{合}}{m}=2\ m/s^2$，其速度—时间图象如图 2-2-13 中的虚线所示，由图可知物体一直沿同一个方向做加速、减速，再加速、减速……运动，在一个周期内，由于对称性物体位移 $s_0=2\cdot\frac{1}{2}\cdot a\left(\frac{T}{2}\right)^2=8\text{m}$

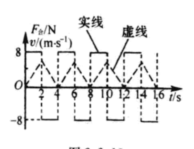


图 2-2-13

时间 $t=83\text{s}=20\frac{3}{4}T$，在 $\frac{3}{4}T$ 内，$s'=s_0-\frac{1}{2}\cdot a\left(\frac{T}{4}\right)^2=7\text{m}$

物体在 83s 内总位移为 $s=20s_0+s'=167\text{m}$，物体末速度为 $v_t=a\frac{T}{4}=2\text{m/s}$

由动能定理可知 $W_F-fs=\frac{1}{2}mv_t^2$，代入数据得 $W_F=676\text{J}$

［要点］ 分析物体运动具有周期性是本题的突破点. 求题设时间与其运动周期的关系，即寻找题设时间内的位移与一个周期内位移的关系，进而求出位移及克服摩擦力所做的功.

［例 9］ 在地面以初速度 v_1 竖直上抛一皮球，皮球落地时速度大小为 v_2，若皮球运动过程中所受到的空气阻力大小与它的速度成正比，试求皮球在空中运动的时间.

［解］ 皮球受到的空气阻力是变化的，故皮球的合外力也随时间而变化，牛顿第二定律和运动学的方法在高中阶段无法进行求解. 由于速度—时间图象与力—时间图象所围的面积分别是位移和冲量，利用空气阻力在全运动过程中的冲量与皮球的速度—时间的图象关系可以进行求解.

皮球的速度在变化，皮球受到的空气阻力也是变化的，皮球运动过程中的加速度一直是减小的，皮球上升过程和下降过程的位移大小相同，方向相反，其速度—时间图象与时间轴所围的面积为零. 空气阻力与速度成正比，且阻力的方向始终与速度方向相反，故皮球受到空气阻力随时间变化的图象与其速度—时间图象相似(设空气阻力方向向下为正，速度方向向上为正)，作出图象如图 2-2-14 所示. 其冲量等于曲线与时间轴所围的面积，此面积为零，即全过程空气阻力的冲量为零，只有重力的冲量使皮球的动量发生变化. 由动量定理得：$mgt=mv_2-m(-v_1)$

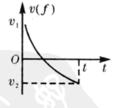


图 2-2-14

$t=\frac{v_1+v_2}{g}$

［要点］ 因阻力与速度成正比，阻力—时间的图象和速度—时间的图象是相似形，皮球上升到最高点后落回到出发点，全过程位移为零是本题求解的切入点.

［总结］ 图象与横轴所围的面积可以表示第三个物理量(这个物理量一定是由图象

中的两物理量乘积所确定)，力随时间变化的曲线与横轴所围的面积表示这段时间内的冲量，速度随时间变化的曲线与横轴所围的面积表示这段时间内的位移. 根据图象的这种特点，求解物理问题可以说是一种重要的解题途径. 这部分例题和练习都是围绕这些特点进行讲解与训练.

跟踪训练

1. 图 2-2-15 显示跳水运动员从离开跳板到入水前的过程. 图 2-2-16 中能正确反映运动员的动能随时间 t 变化的曲线是(忽略空气阻力)　　(　　)

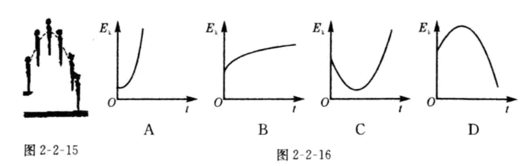


图 2-2-15　　图 2-2-16

2. 如图 2-2-17 所示，水平面 AB 段粗糙，BC 段光滑，物块从 A 点以初动量 p_0 向右沿直线 AB 运动，到达 B 处时与静止在 B 处的另一物体 N 发生碰撞，碰撞时间极短，碰后 N 向右运动，M 以 $p_0/2$ 的动量反向弹回直到最终停止. 以向右的方向为正，图 2-2-18 的图中能反映物块 M 在整个运动过程的运动情况的是　　(　　)

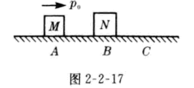


图 2-2-17

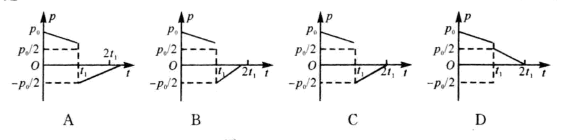


图 2-2-18

3. 如图 2-2-19 所示，在一个质量不计的定滑轮上穿过一根质量为 M 的环形链条，在链条竖直部分有一只质量为 m 的猴子拉着链条开始向上爬，并保持高度不变，则猴子发出的功率随时间变化的关系是图 2-2-20 中的　　(　　)

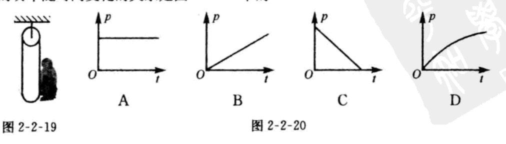


图 2-2-19　　图 2-2-20

4. 汽车在平直公路上由静止开始做匀加速运动，速度达到后 v_m，立即关闭发动机滑行至停止，v-t 图象如图 2-2-21 所示. 汽车的牵引力大小为 F、摩擦力大小为 f，全过程中牵引力做功 W_1，克服摩擦力做功为 W_2，则（　　）

A. $F:f=1:3$　　　　B. $F:f=4:1$

C. $W_1:W_2=1:1$　　　　D. $W_1:W_2=1:3$

图 2-2-21

图 2-2-22

5. 如图 2-2-22 所示，在一光滑的水平面上有两块相同的木板 B 和 C，重物 A（视为质点）位于 B 的右端，A、B、C 的质量相等，现 A 和 B 以同一速度滑向静止的 C，B 与 C 发生正碰，碰后 B 和 C 黏在一起运动，A 在 C 上滑行，A 与 C 之间有摩擦力，已知 A 滑到 C 的右端而未掉下，试问：从 B、C 发生正碰到 A 刚移动到 C 右端期间，C 所走过的距离是 C 板长度的多少倍？

6. 如图 2-2-23 中(a)图所示，竖直弹簧下端与放在水平地面上的物块 A 相连，上端与物块 B 相连，物块 C 在 B 的正上方某处自由落下，与 B 碰撞后黏合在一起. 在物块 C 正上方放置一个速度传感器，以测量 C 下落的速度 v_C；在物块 A 的正下方放置一个压力传感器，以测量物块 A 对地面的压力 N，得到如图(b)所示的 v-t 和 N-t 图线，图中的纵坐标轴上的 P、v_1、v_2 为已知量. 已知弹簧的劲度系数为 k，A、B、C 三个物块的质量相等且都可视质点，重力加速度为 g，求：

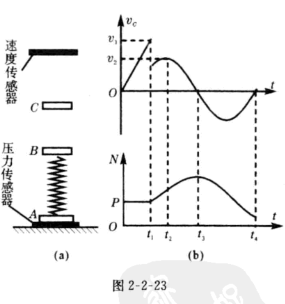


图 2-2-23

(1) 每个物块的质量；

(2) 从 t_1 到 t_2，BC 黏合体对弹簧做的功多大？

(3) 为使 BC 黏合体向上反弹到最大高度时，物块 A 对地面的压力恰好为零，则 C 物块开始下落时与 B 物块的距离应为多大？

7. 如图 2-2-24 所示为一根竖直悬挂的不可伸长的轻绳，下端拴一个小物块 A，上端固定在 C 点，且与一能测量绳的拉力的测力传感器相连. 已知有一质量为 m_0 的子弹 B 沿水平方向以速度 v_0 射入 A 内（未穿透），接着两者一起绕 C 点在竖直面内做圆周运动. 在

各种阻力都可以忽略的条件下测力传感器测得绳的拉力 F 随时间 t 的变化关系如图 2-2-25 所示，已知子弹射入的时间极短，且图 2-2-25 中 $t=0$ 为 A、B 开始以相同速度运动的时刻，根据力学规律和题中(包括图)所提供的信息，对反映悬挂系统本身性质的物理量(例如 A 的质量)及 A、B 一起运动过程中的守恒量，你能求出哪些定量的结果？

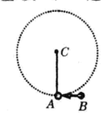


图 2-2-24

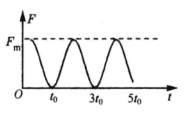


图 2-2-25

8.“绿色奥运”是 2008 年北京奥运会的三大理念之一，奥组委决定在各比赛场馆使用新型节能环保电动车，当时由江汉大学的 500 名学生担任司机，负责接送比赛选手和运输器材. 在检测某款电动车性能的某次实验中，质量为 8×10^2 kg 的电动车由静止开始沿平直公路行驶，达到的最大速度为 15m/s，利用传感器测得此过程中不同时刻电动车的牵引力 F 与对应的速度 v，并描绘出 F-$\frac{1}{v}$ 图象如图 2-2-26 所示(图中 AB、BO 均为直线). 假设电动车行驶中所受的阻力恒定，求此过程中：

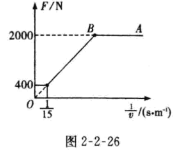


图 2-2-26

(1)电动车的额定功率；

(2)电动车由静止开始经过多长时间，速度达到 2m/s.

答案与提示

1. C(跳水运动员离开跳板后做竖直上抛运动，动能先减小，后增大，由于速度 $v=v_0-gt$，其动能 $E_k=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}m(v_0-gt)^2$，所以只有 C 图符合条件)

2. A(由动量守恒可知 M 与 N 碰前的动量大于 $p_0/2$，才有碰后的动量为 $p_0/2$ 的可能性，碰前动量的减少量小于 $p_0/2$，所以碰后减速的时间应大于 t_1，A 图正确)

3. B(猴子静止，链条对猴子的作用力为 $F=mg$，猴子对链条的作用力 $F'=F=mg$，链条在此力的作用下做匀加速运动，也就是猴子拉链条向下的速度为 $v=at$，猴子发出的功率为 $P=mgv=mgat$)

4. B、C(由图象可知，汽车加速时的加速度为减速时的加速度的 3 倍，即 $F-f=3f$，$F:f=4:1$；由图象可知加速时的位移是减速时位移的$\frac{1}{3}$，$W_F=Fs=4fs$，$W_f=f\cdot4s=4fs$，$W_1:W_2=1:1$)

5. 设 A 和 B 以速度 v_0 向 C 运动，B 与 C 发生正碰，A 没有参与，两木板获得共同速度 u，以后 B 与 C 作为一个整体在滑动摩擦力的作用下做加速运动，A 做减速运动，最后获得共同速度 v，设三物质量均为 m，由动量守恒有 $mv_0=2mu$，$2mv_0=3mv$，$u=\frac{v_0}{2}$，$v=\frac{2v_0}{3}$.

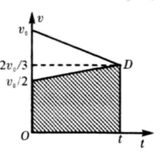


图 2-2-27

作出图象如图 2-2-27 所示，从 B、C 发生正碰到 A 刚移动到 C 右端期间，C 所走过的距离是图中的阴影部分，A 所走过的距离是梯形 v_0DtO 的面积，A 与 C 的距离之差就是图中三角形 $v_0Dv_0/2$ 所围的面积，所以有 $\frac{s_C}{L}=\frac{\frac{v_0/2+2v_0/3}{2}\cdot t}{\frac{v_0-v_0/2}{2}\cdot t}=\frac{7}{3}$

6. (1)由 N-t 图线可知 $2mg=P$，三物块质量 $m=\frac{P}{2g}$

(2)在 t_1 时刻，由动量守恒可得 B、C 黏合体的速度为 $v_{BC_0}=\frac{v_1}{2}$，从 t_1 到 t_2，BC 黏合体和弹簧组成的系统机械能守恒，有 $2mg\cdot(\frac{2mg}{k}-\frac{mg}{k})=\frac{1}{2}\cdot 2m(v_2^2-v_{BC_0}^2)+\Delta E_{Pk}$

解得 $\Delta E_{Pk}=\frac{2m^2g^2}{k}-m(v_2^2-\frac{v_1^2}{4})$（弹簧储存弹性势能），$BC$ 黏合体对弹簧做功为 $W_k=\Delta E_{Pk}=\frac{2m^2g^2}{k}-m(v_2^2-\frac{v_1^2}{4})=\frac{P^2}{2k}-\frac{P}{2g}(v_2^2-\frac{v_1^2}{4})$

(3)要使 BC 黏合体向上反弹到最大高度时，物块 A 对地面的压力恰好为零，即弹簧的伸长量为 $\Delta x_3=\frac{P}{2k}$，此时弹簧的形变量与开始相同，即弹性势能也与开始时相同，BC 黏合体上升的高度为 $2\Delta x_3=\frac{P}{k}$，由机械能守恒有 $P\cdot\frac{P}{k}=\frac{1}{2}\cdot\frac{P}{g}v_{BC_0}^2$，由此式得 $v_{BC_0}^2=\frac{2Pg}{k}=\frac{v_1^2}{4}$，$v_1^2=\frac{8Pg}{k}=2gh_x$，$h_x=\frac{4P}{k}$

7. 设物块 A 的质量为 m，子弹射入物块过程中，设它们共同速度为 v，水平方向上动量守恒有 $m_0v_0=(m+m_0)v$，$v=\frac{m_0}{m_0+m}v_0$　　①

由图(2)可知，当物块与子弹运动到最低点时的绳子拉力最大，设绳线为 l，由牛顿运动定律有　$F_m-(m+m_0)g=(m+m_0)\cdot\frac{v^2}{l}$　　②

由图象可知，当物块与子弹运动到最高点时的绳子拉力为零，此时它们速度为 v'，说明是重力提供向心力，有　$(m_0+m)\frac{v'^2}{l}=(m_0+m)g$　　③

物块与子弹由最低点时运动到最高点的过程中，只有重力做功，机械能守恒，有

$$\frac{1}{2}(m+m_0)v^2=(m+m_0)g\cdot 2l+\frac{1}{2}(m+m_0)v'^2 \quad ④$$

由以上①、②、③、④四式可得 $F_m=6(m+m_0)g$　物块的质量 $m=\frac{F_m}{6g}-m_0$　⑤

将⑤式代入①式后得 $v=\frac{6m_0v_0g}{F_m}$　⑥　　将⑥代入②式后得细绳长 $l=\frac{36m_0^2v_0^2g}{5F_m^2}$

A、B 一起运动过程中守恒量是机械能 E. 若以最低点为势能的零点，则

$$E=\frac{1}{2}(m+m_0)v^2=\frac{3m_0^2v_0^2g}{F_m}$$

8. 分析图线可知：电动车由静止开始做匀加速直线运动，达到额定功率后，做牵引力逐渐减小的变加速直线运动，达到最大速度后做匀速直线运动

当最大速度 $v_{max}=15\text{m/s}$ 时，牵引力为 $F_{min}=400\text{N}$，故恒定阻力　$f=F_{min}=400\text{N}$

额定功率 $P=F_{min}v_{max}=6\text{kW}$，匀加速运动末速度 $v=\frac{P}{F}$，代入数据解得 $v=3\text{m/s}$ 匀加速运动的加速度　$a=\frac{F-f}{m}$，代入数据解得 $a=2\ \text{m/s}^2$，电动车在速度达到3m/s之前，一直做匀加速直线运动，时间 $t=\frac{v'}{a}$，将 $v'=2\text{m/s}$ 代入上式解得：$t=1\text{s}$.

高考思想篇



考点直击

年份	题源及类型	考点
2009	海南卷 T7 选择 4 分、福建理综 T21 计算 19 分、宁夏 T17 选择 6 分	匀变速运动、牛顿运动定律、功、机械能、动能定理、动量、读取图象的能力
2008	四川卷 T18 选择 6 分、宁夏卷 T18 选择 6 分、上海卷 T8 选择 4 分、T21 计算 12 分、山东卷 T17 选择 6 分、四川灾区卷 T25 计算 22 分	
2007	上海卷 T12 选择 5 分、海南卷 T2 选择 6 分	

考题探究

[例 1] **(2009·海南)**一物体在外力的作用下从静止开始做直线运动，合外力方向不变，大小随时间的变化如图 2-2-28 所示. 设该物体在 t_0 和 $2t_0$ 时刻相对于出发点的位移分别是 x_1 和 x_2，速度分别是 v_1 和 v_2，合外力从开始至 t_0 时刻做的功是 W_1，从 t_0 至 $2t_0$ 时刻做的功是 W_2，则 ( )

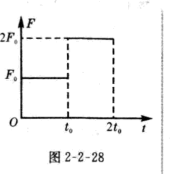


图 2-2-28

A. $x_2=5x_1, v_2=3v_1$　　B. $x_2=9x_1, v_2=5v_1$

C. $x_2=5x_1, W_2=8W_1$　　D. $v_2=3v_1, W_2=9W_1$

[分析] 该物体在 $0\sim t_0$ 时间内的加速度为 $a_1=\frac{F_0}{m}$，t_0 时刻的速度 $v_1=a_1t_0=\frac{F_0}{m}t_0$，位移 $x_1=\frac{1}{2}a_1t_0^2$，$t_0\sim 2t_0$ 时间内加速度为 $a_2=\frac{2F_0}{m}=2a_1$，$2t_0$ 时刻速度 $v_2=v_1+a_2t_0=\frac{3F_0}{m}t_0=3v_1$，位移 $x_2=x_1+v_1t_0+\frac{1}{2}a_2t_0^2=x_1+2a_1t_0^2=5x_1$，$0\sim t_0$ 时间内合外力的功 $W_1=F_0x_1$，$t_0\sim 2t_0$ 时间内合外力的功 $W_2=2F_0(x_2-x_1)=8W_1$.

[答案] AC

[例 2] **(2009·宁夏)**质量为 m 的物体静止在光滑水平面上，从 $t=0$ 时刻开始受到水平力的作用. 力的大小 F 与时间 t 的关系如图 2-2-29 所示，力的方向保持不变，则 ( )

A. $3t_0$ 时刻的瞬时功率为 $\frac{5F_0^2t_0}{m}$

B. $3t_0$ 时刻的瞬时功率为 $\frac{15F_0^2t_0}{m}$

C. 在 0 到 $3t_0$ 这段时间内，水平力的平均功率为 $\frac{23F_0^2t_0}{4m}$

D. 在 0 到 $3t_0$ 这段时间内，水平力的平均功率为 $\frac{25F_0^2t_0}{6m}$

图 2-2-29

[分析] 设物体在 $3t_0$ 时刻速度为 v，$0\sim 3t_0$ 时间内由动量定理有 $F_0\cdot 2t_0+3F_0\cdot t_0=mv$，得 $v=\frac{5F_0t_0}{m}$，$3t_0$ 时刻的瞬时功率 $P_3=3F_0v=\frac{15F_0^2t_0}{m}$，由动能定理可知水平力在 0 到 $3t_0$ 这段时间内做功为 $W=\frac{1}{2}mv^2=\frac{25F_0^2t_0^2}{2m}$，平均功率 $\bar{P}=\frac{W}{3t_0}=\frac{25F_0^2t_0}{6m}$

[答案] BD

［例3］ 物体沿直线运动的v-t关系如图2-2-30所示，已知在第1 s内合外力对物体做的功为W，则 （　　）

A. 从第1 s末到第3 s末合外力做功为$4W$

B. 从第3 s末到第5 s末合外力做功为$-2W$

C. 从第5 s末到第7 s末合外力做功为W

D. 从第3 s末到第4 s末合外力做功为$-0.75W$

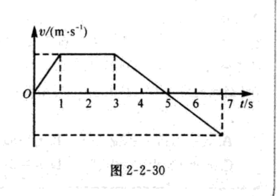


图 2-2-30

［分析］ 由动能定理可知，第1 s末到第3 s末物体的速度不变，动能的增量为零，即合外力的功为零. 第3 s末到第5 s末动能的增加量与第1 s内动能的增加量相同，所以，从第3 s末到第5 s末合外力做功为$-W$. 从第5 s末到第7 s末与第1 s内动能的增加量相同，合外力的功就为W.

［答案］ CD

［例4］ 一滑块在水平地面上沿直线滑行，$t=0$时其速度为1m/s. 从此刻开始滑块运动方向上再施加一水平方向作用力F，力F和滑块的速度v随时间t的变化规律分别如图2-2-31和图2-2-32所示. 设在第1s内、第2s内、第3s内力F对滑块做的功分别为W_1、W_2、W_3，则以下关系正确的是 （　　）

A. $W_1=W_2=W_3$　　B. $W_1<W_2<W_3$

C. $W_1<W_3<W_2$　　D. $W_1=W_2<W_3$

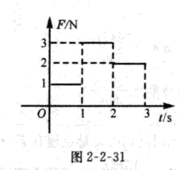


图 2-2-31

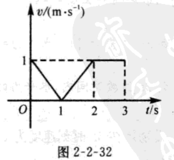


图 2-2-32

［分析］ 由v-t图象可知滑块在第1s内和第2s内的位移均为$s_1=s_2=0.5$m，第3s内位移为$s_3=1$m. 滑块第3s内的加速度为零，滑块做匀速直线运动. 由力—时间图象可知第3s内所加外力与滑动摩擦力平衡，即滑动摩擦力大小为2N，说明3s内外力始终与滑动摩擦力反向，与运动方向相同. 由$W=Fs$可知$W_1=0.5$J，$W_2=1.5$J，$W_3=2$J.

［答案］ B

［例 5］ 质量为 1500kg 的汽车在平直的公路上运动，v-t 图象如图 2-2-33 所示. 由此可求　(　　)

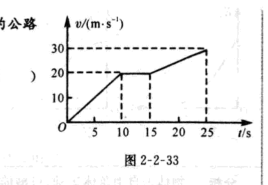


图 2-2-33

A. 前 25 s 内汽车的平均速度

B. 前 10 s 内汽车的加速度

C. 前 10 s 内汽车所受的阻力

D. 15～25 s 内合外力对汽车所做的功

［分析］ 由 v-t 图象可以求前 25s 内汽车的平均速度，前 10s 内汽车的加速度. 由于不知道物体的受力情况，无法求出汽车所受的阻力. 15～25s 内合外力对汽车所做的功应等于汽车动能的变化量，汽车质量和速度均已知，故可求 15～25s 内合外力所做的功.

［答案］ ABD

［例 6］ 一物体沿固定斜面从静止开始向下运动，经过时间 t_0 滑至斜面底端. 已知在物体运动过程中物体所受的摩擦力恒定. 若用 F、v、s 和 E 分别表示该物体所受的合力、物体的速度、位移和机械能，则图 2-2-34 图象中可能正确的是　(　　)

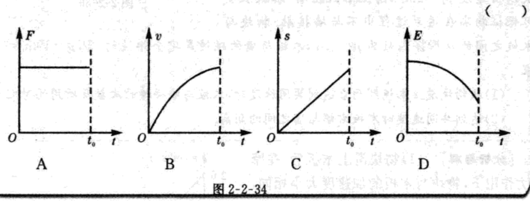


图 2-2-34

［分析］ 物体在平行于斜面方向有重力的分量和滑动摩擦力，此两力的合力为恒力，A 图正确；物体沿固定斜面做初速度为零的匀加速运动，$v=at$，B 图错误；位移 $s=\frac{1}{2}at^2$，C 图错误；其机械能由功能原理可知 $E=E_0-fs=E_0-\frac{1}{2}fat^2$，由于物体下滑到斜面底端时具有动能，所以，D 图正确.

［答案］ AD

［例 7］ 物体做自由落体运动，E_k 代表动能，E_p 代表势能，h 代表下落的距离，以水平地面为零势能面. 图 2-2-35 所示的图象中，能正确反映各物理量之间关系的是　(　　)

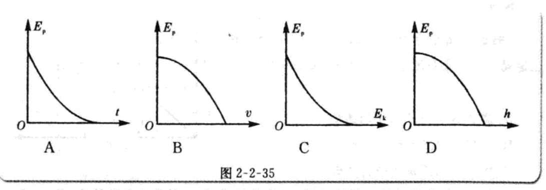


图 2-2-35

［分析］ 物体做自由落体运动，机械能守恒，设初始位置的机械能为 E_0，由题设条件可知物体的势能 $E_p=E_0-\frac{1}{2}mg^2t^2$；$E_p=E_0-\frac{1}{2}mv^2$，$E_p=E_0-E_k$，$E_p=E_0-mgh$，物体的势能与时间和速度均为二次函数关系，由于二次项的系数为负数，所以曲线开口向下，只有 B 图正确.

［答案］ B

［例8］ 如图 2-2-36 所示，一质量 $m=1\text{kg}$ 的木块静止在光滑水平地面上. 开始时，木块右端与墙相距 $L=0.08\text{m}$；质量为 $m=1\text{kg}$ 的小物块以初速度 $v_0=2\text{m/s}$ 滑上木板左端. 木板长度可保证物块在运动过程中不与墙接触. 物块与木板之间的动摩擦因数为 $\mu=0.1$，木板与墙的碰撞是完全弹性的. 取 $g=10\text{m/s}^2$，求

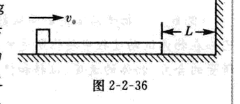


图 2-2-36

(1)从物块滑上木板到两者达到共同速度时，木板与墙碰撞的次数及所用的时间；

(2)达到共同速度时木板右端与墙之间的距离.

［分析与解］ (1)物块滑上木板后，在摩擦力作用下，物块与木板的加速度大小相同，方向相反，木板从静止开始做匀加速运动. 设木块加速度为 a，经历时间 T 后与墙第一次碰撞，碰撞时速度为 v_1，则 $\mu mg=ma$

$$L=\frac{1}{2}aT^2 \qquad v_1=aT$$

由以上两式解得 $T=0.4\text{s}$ $v_1=0.4\text{m/s}$

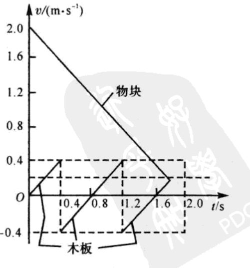


图 2-2-37

在物块与木板两者达到共同速度前，在每两次碰撞之间，木板受到物块对它的摩擦力而做加速度恒定的运动，碰前一段时间做加速运动，碰后做减速运动，速度减为零后做加速运

动;物块的加速度不变,一直做匀减速运动,木板和物块的速度—时间图象如图 2-2-37 所示,木板的速度由正值变为负值均是碰撞前后瞬间的速度. 两图象的斜率大小相同. 由图象可知:达到共同速度 $v=0.2\text{m/s}$ 前木块共经历 2 次碰撞,从开始到物块与木板两者达到共同速度所用时间为 $t=1.8\text{s}$

(2)物块与木板达到共同速度时,木板右端与墙之间的距离为

$s=L-\frac{1}{2}a\Delta t^2$,$\Delta t=1.8\text{s}-1.6\text{s}=0.2\text{s}$,并代入数据得 $s=0.06\text{m}$

[评析] 本题应用图象法极其简捷.

[例 9] (2009·福建)如图 2-2-38,在水平地面上固定一倾角为 θ 的光滑绝缘斜面,斜面处于电场强度大小为 E、方向沿斜面向下的匀强电场中. 一劲度系数为 k 的绝缘轻质弹簧的一端固定在斜面底端,整根弹簧处于自然状态. 一质量为 m、带电量为 q($q>0$)的滑块从距离弹簧上端为 s_0 处静止释放,滑块在运动过程中电量保持不变,设滑块与弹簧接触过程没有机械能损失,弹簧始终处在弹性限度内,重力加速度大小为 g.

(1)求滑块从静止释放到与弹簧上端接触瞬间所经历的时间 t_1;

(2)若滑块在沿斜面向下运动的整个过程中最大速度大小为 v_m,求滑块从静止释放到速度大小为 v_m 过程中弹簧的弹力所做的功 W;

(3)从滑块静止释放瞬间开始计时,请在 2-2-39 图中画出滑块在沿斜面向下运动整个过程中速度与时间关系 v-t 图象. 图中横坐标轴上的 t_1、t_2 及 t_3 分别表示滑块第一次与弹簧上端接触、第一次速度达到最大值及第一次速度减为零的时刻,纵坐标轴上的 v_1 为滑块在 t_1 时刻的速度大小,v_m 是题中所指的物理量.(本小题不要求写出计算过程)

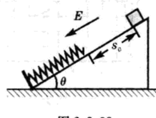


图 2-2-38

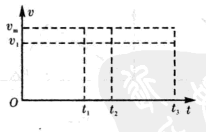


图 2-2-39

[分析与解] (1)滑块从静止释放到与弹簧刚接触的过程中做初速度为零的匀加速直线运动,设加速度大小为 a,则有

$$qE+mg\sin\theta=ma \quad ①$$

$$s_0=\frac{1}{2}at_1^2 \quad ②$$

联立①②可得 $t_1=\sqrt{\dfrac{2ms_0}{qE+mg\sin\theta}}$ ③

(2)滑块速度最大时所受合力为零,设此时弹簧压缩量为 x_0

有 $mg\sin\theta+qE=kx_0$ ④

从静止释放到速度达到最大的过程中,由动能定理得

$$(mg\sin\theta+qE)\cdot(s_0+x_0)+W=\frac{1}{2}mv_m^2-0 \quad ⑤$$

联立④⑤可得 $W=\dfrac{1}{2}mv_m^2-(mg\sin\theta+qE)\cdot\left(s_0+\dfrac{mg\sin\theta+qE}{k}\right)$

(3)如图 2-2-40 所示.

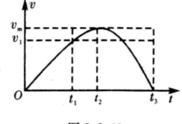


图 2-2-40

思维考试测试

1. 一个质量为 m 的物体放在光滑的水平面上,受到一个方向不变而大小变化的水平力 $F=kt$(k 为常量)作用,由静止开始运动,F-t 图象如图 2-2-41 所示,由图象可知 ( )

A. 在时刻 T 物体的速度为 $v=\dfrac{kT^2}{2m}$　　B. 在时刻 T 物体的动能为 $E_k=\dfrac{k^2T^4}{4m}$

C. 在时间 T 内物体的位移为 $s=\dfrac{kT^3}{4m}$　　D. 在时间 T 内物体的位移为 $s=\dfrac{kT^3}{8m}$

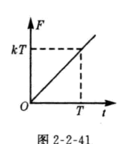


图 2-2-41

图 2-2-42

图 2-2-43

2. 汽车在水平路上从静止开始做匀加速直线运动,到 t_1 末关闭发动机做匀减速运动,直到 t_2 末静止. 此过程中汽车的速度—时间图象如图 2-2-42 所示. 图中 $\alpha<\beta$,若汽车牵引力做功为 W,做功的平均功率为 P;汽车加速和减速过程中克服摩擦力做功分别是 W_1 和 W_2,平均功率的大小分别为 P_1 和 P_2,则下列表达式中正确的是 ( )

A. $W=W_1+W_2$　　B. $W_1>W_2$

C. $P=P_1+P_2$　　D. $P_1=P_2$

3. 总质量为 80kg 的跳伞运动员从离地 500m 的直升机上跳下,经过 2s 拉开绳

索开启降落伞，如图 2-2-43 所示是跳伞过程中的 v-t 图，试根据图象求：(g 取 $10\mathrm{m/s^2}$)

(1)$t=1\mathrm{s}$ 时运动员的加速度和所受阻力的大小；

(2)估算 14s 内运动员下落的高度及克服阻力做的功；

(3)估算运动员从飞机上跳下到着地的总时间.

4. 一个物体静置于光滑水平面上，外面扣一质量为 M 的盒子，如图2-2-44所示. 现给盒子一初速度 v_0，此后，盒子运动的 v-t 图象呈周期性变化，如图2-2-45所示. 请据此求盒内物体的质量.

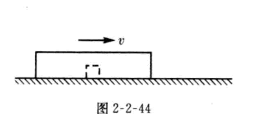


图 2-2-44

图 2-2-45

5.(**北京物理竞赛**)一物体在力 F 的作用下由静止开始做直线运动，力 F 的方向不变，大小随时间的变化如图 2-2-46 所示，该物体在 t_1 和 $2t_1$ 时刻的速度分别为 v_1 和 v_2，试求 $v_1:v_2=$?并求出力在两段时间做的功分别为 W_1 和 W_2，则 $W_1:W_2=$?

图 2-2-46

6.(**北京物理竞赛**)如图 2-2-47 所示，长为 L 的轻弹簧竖直放置，一端固定在水平面上，在其正上方有一个质量为 m 的物块，在竖直方向的力 F 的作用下，物块从高为$\frac{5L}{4}$处开始缓慢下移，下移的总位移为 L，整个下移过程都是极其缓慢进行的. 如图所示. 已知弹簧的劲度系数$\frac{4mg}{L}$.

(1)试作出物块在这一过程中受到的力 F 随它下移的位移 x 变化图象. 要求说明作图依据；

(2)在此过程中力 F 做的功；

(3)物块下移 L 时，如果突然撤去力 F，物块被弹簧弹起距地面的最大高度.

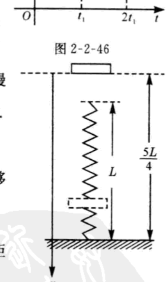
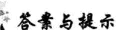


图 2-2-47



答案与提示

1. A(由图象的物理意义可知该图象与时间所围的面积就是力 F 在时间 T 内的冲量，由动量定理有 $I=\frac{1}{2}FT=\frac{1}{2}kT^2=mv$，$v=\frac{kT^2}{2m}$，动能 $E_k=\frac{k^2T^4}{8m}$，物体的速度与时间是平方关系，其图象为 2-2-48 所示，图中虚线为匀加速运动，它与时间轴所围面积为$s=$

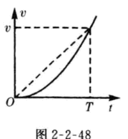


图 2-2-48

$\frac{1}{2}vT=\frac{kT^3}{4m}$，实线为抛物线，在时间 T 内所围面积比 s 小，但大于 $\frac{s}{2}=\frac{kT^3}{8m}$，故 A 选项正确）

2. ABD（由图象可知全过程中汽车动量的增量为零，即合外力的冲量为零，$Ft_1-ft_2=0$，汽车加速过程和全过程中的平均速度均为最大速度一半，加速过程中位移 s_1 与全过程中的位移 s 与运动时间成正比，$\frac{s_1}{s}=\frac{t_1}{t_2}$，$\frac{f}{F}=\frac{t_1}{t_2}$，有 $Fs_1=fs$，即 $W=W_1+W_2$，A 选项正确；由图象所围面积（面积即位移）可知加速阶段位移大于减速阶段位移，B 选项正确；由图象可知加速阶段的平均速度等于减速阶段中的平均速度，由于摩擦力相同，由 $P=fv$ 可知 D 选项正确；不同阶段力的功率不能相加，C 选项错误）

3.（1）从图中可以看出，在 $t=2\text{s}$ 内运动员做匀加速运动，加速度为 $a=\frac{v_t}{t}=\frac{16}{2}\text{m/s}^2=8\text{ m/s}^2$，设此过程中运动员受到的阻力大小为 f，根据牛顿第二定律，有 $mg-f=ma$ 得 $f=m(g-a)=80\times(10-8)\text{N}=160\text{N}$

（2）从图中估算得出运动员在 $t_1=14\text{s}$ 内下落格子数为 39.5，即 $h=39.5\times2\times2\text{m}=158\text{m}$

根据动能定理，有 $mgh-W_f=\frac{1}{2}mv^2$，所以有 $W_f=mgh-\frac{1}{2}mv^2=1.25\times10^5\text{ J}$

（3）14s 后运动员做匀速运动的时间为 $t'=\frac{H-h}{v}=\frac{500-158}{6}\text{s}=57\text{s}$

运动员从飞机上跳下到着地需要的总时间 $t_总=t_1+t'=(14+57)\text{s}=71\text{s}$

[**要点**]①由图线判断运动员做匀加速直线运动的时间段.

②在图象中较准确地数出 14s 内图线与时间轴所围小正方形的个数，确定其位移，从而确定阻力所做的功.

4. 设物体质量为 m，t_0 时刻受盒子碰撞获得速度 v，根据动量守恒 $Mv_0=mv$ ①

$3t_0$ 时刻物体与盒子右壁碰撞，盒子速度变为 v_0，说明是弹性碰撞 $\frac{1}{2}Mv_0^2=\frac{1}{2}mv^2$ ②

联立①②解得 $m=M$ ③

（通过图象分析得出 $v_0=v$，结合动量守恒，得出正确结果）

5. 由于两段时间外力都是恒力，均做匀加速运动，两段时间的加速度大小分别为 a 和 $2a$，由匀变速运动规律有 $v_1=at_1$，$v_2=v_1+2at_1=3at_1$，$v_1:v_2=1:3$；两段时间内的位移分别为 $s_1=\frac{v_1}{2}t_1$，$s_2=\frac{v_1+v_2}{2}t_1=2v_1t_1$，所以两段时间内的功分别为 $W_1=F_1s_1=\frac{1}{2}F_1v_1t_1$，$W_2=2F_1s_2=4F_1v_1t_1$，$W_1:W_2=1:8$.

6.（1）物块一起极其缓慢下移，受的合外力为零：当它下降 $0.25L$ 的过程中，外力 $F=-mg$；当它开始接触弹簧后，$F+mg-k(x-0.25L)=0$，由此式可得：

$F=-mg+4mg\left(\frac{x}{L}-0.25\right).$

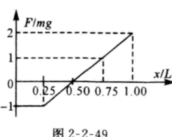


图 2-2-49

由以上两关系式可作出 F 随它下移的位移 x 变化图象如图 2-2-49 所示.

(2)在此过程中力 F 做的功就是图象与 x 轴所围的面积:

$$W_F=-\frac{0.25+0.5}{2}\times1\cdot mgL+\frac{2}{2}\times(1.00-0.50)\cdot mgL=\frac{1}{8}mgL.$$

(3)物体从高为$\frac{5L}{4}$处开始缓慢下移到物块被弹簧弹起距地面的最大高度的全过程来看,只有外力 F 和重力做功,即外力做功的代数为零,有

$\frac{1}{8}mgL-mg\left(H-\frac{5}{4}L\right)=0$,解得:$H=\frac{11}{8}L.$

2.3 振动及波动部分图象法

在振动和波动问题中,图象是表示运动特征和求解的重要手段. 在这部分不重点罗列由图象提供的信息来进行求解,主要强调的是由图象法来求解问题. 这部分问题要紧扣住振动和波动均具有周期性进行求解.



解题方法指导

[例1] 一个质点做简谐运动,周期为 T,则下列说法中正确的是 (　　)

A. 若 t 时刻和 $(t+\Delta t)$ 时刻质点的位移相同,Δt 一定是 T 的整数倍

B. 若 t 时刻和 $(t+\Delta t)$ 时刻质点速度相同,则 Δt 一定是 $\frac{T}{2}$ 的整数倍

C. 若 $\Delta t=T$,则在 t 时刻和 $(t+\Delta t)$ 时刻质点的加速度一定相等

D. 若 $\Delta t=\frac{T}{2}$,则在 t 时刻和 $(t+\Delta t)$ 时刻质点的动量一定相等

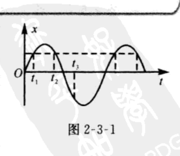


图 2-3-1

[分析] 由图 2-3-1 所示的振动图象中的 t_1 和 t_2 两时刻,质点的位移相同,$\Delta t=t_2-t_1\neq T$;t_2 和 t_3 两时刻,质点速度相同 $\Delta t=t_3-t_2\neq T/2$;当 $\Delta t=T$,质点的加速度肯定相等,因为质点所做的简谐运动是一个周期性的运动;若 $\Delta t=\frac{T}{2}$时,如图中的 $t_3-t_1=\frac{T}{2}=\Delta t$,在这两个时刻,质点的速度大小相等方向相反,质点的动量不相等.

[答案] C

[要点] 由振动图象来说明具有周期性的特征比用语言表达更为直观、简捷.

［例 2］ 质点做简谐运动，若质点经过某一位置时开始计时，下列说法中正确的是 （　　）

A. 当质点再次经过此位置时，经过的时间为一个周期

B. 当质点的速度再次与零时刻的速度相同时，经过的时间为一个周期

C. 当质点的加速度再次与零时刻的加速度相同时，经过的时间为一个周期

D. 当质点经过的路程为振幅的 4 倍时，经过的时间为一个周期

［解］ 如图 2-3-2 所示是质点振动图象，当质点离开 C 点向 x 轴正方向到再次回 C 点向 x 轴负方向运动，说明所需的时间不是一个周期，A 选项错误；由图中 C、B(C、B 两点是关于平衡位置对称的两点)说明当质点从 C 向 B 运动时，经过 C、B 两点的速度相等，所需的时间不是一个周期，说明了 B 选项错误；C 选项与 A 选项的错误是相同的；质点运动的路程为振幅的 4 倍，则所需的时间是一个周期.

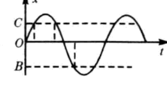


图 2-3-2

［答案］ D

［例 3］ 下表中给出的是做简谐运动物体的位移 x 或速度 v 与时刻的对应关系，T 是振动的周期，则下列选项中正确的是 （　　）

状态 时刻 物理量	0	$\frac{T}{4}$	$\frac{T}{2}$	$\frac{3T}{4}$	T
甲	零	正向最大	零	负向最大	零
乙	零	负向最大	零	正向最大	零
丙	正向最大	零	负向最大	零	正向最大
丁	负向最大	零	正向最大	零	负向最大

A. 若甲表示位移 x，则丙表示相应的速度 v

B. 若乙表示位移 x，则丙表示相应的速度 v

C. 若丙表示位移 x，则甲表示相应的速度 v

D. 若丁表示位移 x，则甲表示相应的速度 v

［解］ 振动物体的特点是：位移 x 为零时，若下一个 $T/4$ 时刻的位移 x 为正最大，速度此时刻正向最大 v_m；若下一个 $T/4$ 时刻的位移 x 为负最大，速度 v 此时刻负向最大. 位移 x 无论是正向最大还是负向最大，速度 v 总是为零. 由此质点做简谐振动的图象可知：若甲表示位移(对应图中的 x_1，如图 2-3-3 所示)，则图中的 x_2 表示对应的速度图象，

显然与丙表示相应的速度 v 是吻合，A 选正确；B 选项的内容与 A 选项相矛盾，错误；而若丙表示位移（对应图的 x_2），则将图 2-3-3 中的纵轴向右移动 $\frac{T}{4}$（对应图的 x_3），即可知甲表示相应的速度 v 是错误的；对于 D 选项，x_3 表示位移，将图 2-3-3 中的纵轴 x_3 向右移动 $T/4$，就是速度图象，而实际上是图象 x_1.

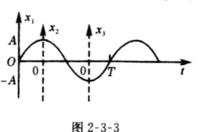


图 2-3-3

［答案］ AD

［要点］ 扣住速度与位移对应关系是求解的突破口.

［例 4］ 图 2-3-4 甲中的演示简谐运动图象的装置图. 当盛沙漏斗下面的薄木板 N 被匀速地拉出时，摆动着的漏斗中漏出的沙在板上形成的曲线显示出摆的位移随时间变化的关系，板上的直线 OO' 代表时间轴，乙图是两个摆中的沙在各自木板上形成的曲线，若板 N_1 和板 N_2 拉动的速度 v_1 和 v_2 的关系为 $v_2=2v_1$. 则板 N_1、N_2 上曲线所代表的振动周期 T_1 和 T_2 的关系为 （　　）

A. $T_2=T_1$　　B. $T_2=2T_1$　　C. $T_2=4T_1$　　D. $T_2=T_1/4$

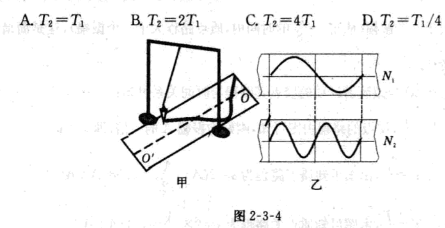


图 2-3-4

［解］ 板在匀速拉出过程中所拉出的距离 $s=vt$，当两板拉出的距离相等时，这段距离所表示的时间与拉板的速度成反比，由于 $v_2=2v_1$，所以在拉动相同的距离的条件下，N_2 板的这段距离所表示的时间为 N_1 板相同的距离所表示时间的一半. 在图 2-3-4 乙所示中，N_1、N_2 两板相同的距离所表示的时间为 $t_1=2t_2$. 对于在 N_1 板中显示其振动图象的单摆为一个周期 T_1 的距离，在 N_2 板上相同的距离却显示为二个周期，即有关系式：$T_1=4T_2$.

［答案］ D

［要点］ 明确薄板上漏沙的形状是由两个运动的叠加结果：竖直面内的振动和水平面上的匀速直线运动合成的结果.

［例 5］ 对于简谐振动的物体，其周期为 T，下列说法正确的是 （　　）

A. 在一个 T 内，物体通过的路程为振幅的 4 倍

B. 在 $\frac{T}{4}$ 内，物体通过的路程为振幅的 1 倍

C. 在 $\frac{T}{2}$ 内，物体通过的路程为振幅的 2 倍

D. 在 $\frac{3T}{4}$ 内，物体通过的路程为振幅的 3 倍

［解析］ 做简谐运动的物体，在一个周期内，它经过的路程为振幅的 4 倍，在半个周期内，它经过的路程是振幅的 2 倍，在四分之一个周期内，它经过的路程可能等于一个振幅（如图 2-3-5 中质点从平衡位置到最大位移处），也可能性小于一个振幅（如图 2-3-5中从 $\frac{T}{8}\to\frac{3T}{8}$ 的时间内，质点的路程就不足一个振幅），也可能大于一个振幅（从 $\frac{3T}{8}\to\frac{5T}{8}$ 的时间内，质点路程大于一个振幅），这是简谐运动的一个重要特征.

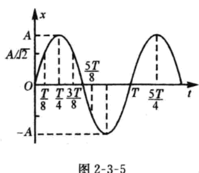


图 2-3-5

由图 2-3-5 所示中，做简谐运动的质点其路程与时间关系可知：

$\Delta t=\frac{5}{4}T-T=\frac{T}{4}$，质点的路程由图可知，刚好为振幅 A 的一倍，即 $s=A$

$\Delta t=\frac{3}{8}T-\frac{1}{8}T=\frac{T}{4}$，由图可知质点路程为 $s=2(A-\frac{A}{\sqrt{2}})=0.586A<A$

$\Delta t=\frac{5}{8}T-\frac{3}{8}T=\frac{T}{4}$，由图可知质点的路程为 $s=2\times\frac{A}{\sqrt{2}}=1.41A>A$

$\Delta t=\frac{5}{8}T-\frac{1}{8}T=\frac{T}{2}$，由图可知质点的路程为 $s=2(A-\frac{A}{\sqrt{2}})+2\times\frac{A}{\sqrt{2}}=2A$

这说明在四分之一个周期的时间内，振动物体通过的路程可能是一个振幅，可能小于振幅，也可能大于振幅（只有振动的物体从平衡位置开始或从最大位移处开始的四分之一个周期内的路程才是等于一个振幅的长度），在二分之一周期内，振动物体的路程总是振幅的 2 倍. 同时对于本题的结论，做简谐运动的质点在四分之一个周期内的路程与振幅的关系是需要理解和记忆的. 从以上的分析可知：AC 两选项正确.

［答案］ AC

［思维］ 应用振动的图象来分析问题是很直观的，简捷. 虽然振动图象是表明振动

物体的位移 x 与时间 t 的关系，但用它来定性地分析振动物体在一段时间内的路程却比用计算法快捷.

［例6］ 一列在竖直方向上振动的简谐波沿水平的 x 轴正方向传播，振幅为 20cm，周期为 4×10^{-2}s. 现沿 x 轴方向任意取五个相邻的点 P_1、P_2、P_3、P_4 和 P_5，它们在某一时刻离开平衡位置的位移都向上，大小都为 10cm，则在此时 P_1、P_2、P_3 和 P_4 四点可能的运动是 （　　）

A. P_1 向下，P_2 向上，P_3 向下，P_4 向上

B. P_1 向上，P_2 向下，P_3 向上，P_4 向下

C. P_1 向下，P_2 向下，P_3 向上，P_4 向上

D. P_1 向上，P_2 向上，P_3 向上，P_4 向上

［解］ 简谐波的波形图如图 2-3-6所示，按照题意选取如图所示的五个点 P_1、P_2、P_3、P_4 和 P_5，由于运动的周期性（即对称性），这五个点的位置有可能是图中所示两种情况：

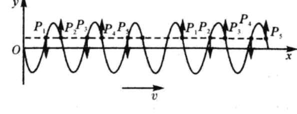


图 2-3-6

若是左侧五个相邻的点，它们运动方向由图所示的情况与选项中的条件相比较，A 选项正确；若是右侧的五个相邻的点，则是 B 正确.

［答案］ AB

［要点］ 振动具有周期性，题设中五个质点的位置没有约束，就存在着两种情况. 应用图象来确定五个相邻点的位置时，不容易漏掉两种情况中的任意一种可能性.

［例7］ 有一列沿水平绳传播的简谐横波，频率为 10Hz，振动方向沿竖直方向，当绳上的质点 P 到达其平衡位置且向下运动时，在其右方相距 0.6m 的质点 Q 刚好到达最高点，由此可知波速与传播方向可能是 （　　）

A. 8m/s，向右传播　　B. 8m/s，向左传播

C. 24m/s，向右传播　　D. 24m/s，向左传播

［解］ 作出波形如图 2-3-7 和图 2-3-8 所示. 若 P 点在图 2-3-7 位置，波向右传播，其波长为 2.4m，波速为 24m/s；若 P 点在图 2-3-8 的位置，波向左传播，其波长为 0.8m，波速 8m/s.



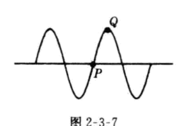


图 2-3-7

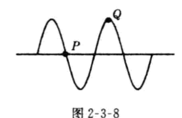


图 2-3-8

［答案］ BC

［说明］ 波的频率为定值，若 P、Q 的距离大于一个波长，则波长减小，由波传播的规律 $v=\lambda f$ 可知波的传播速度变小，且小于 8m/s 和 24m/s. 所以，本题中的 P、Q 两点的距离小于一个波长. 若是波的传播速度还有其他的较小的值，那么求解过程中还需考虑到 P、Q 两点的距离与波长的关系有两种可能性 $L_{PQ}=(n+\frac{1}{4})\lambda$，$L_{PQ}=(n+\frac{3}{4})\lambda$.

［例 8］ 一列波沿 x 轴传播，已知 A、B 两质点间距离是 3m，某一时刻 A、B 两质点位移均为零，A、B 间只有一个波谷，该波波长值可能为 （　）

A. 2m　　B. 3m

C. 4m　　D. 6m

［解］ A、B 两点之间的波形图可能有如图 2-3-9 所示的三种情形：则波长与 A、B 间距离的关系有三种可能性.

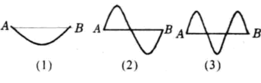


图 2-3-9

［答案］ ABD

［要点］ 波形图具有周期性.

［例 9］ 如图 2-3-10 所示表示两列相干水波的叠加情况，图中的实线表示波峰，虚线表示波谷. 设两列波的振幅均为 5cm，且图示的范围内振幅不变，波速和波长分别为 1m/s 和 0.5m. C 点是 BE 连线的中点，下列说法正确的是 （　）

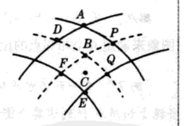


图 2-3-10

A. C、E 两点都保持静止不动

B. 图示时刻 A、B 两点的竖直高度差为 20 cm

C. 图示时刻 C 点正处在平衡位置且向水面上运动

D. 从图示的时刻起经 0.25s，B 点通过的路程为 20cm

［解］ 图中加强区是质点 A、B、E 的连线处，减弱区是过 D、F 的连线处和过 P、Q 的连线处. 显然，C、E 两点是振动的加强点，不可能静止不动. A、B 在图示的时刻，A 在波峰，B 在波谷，它们振动是加强的，故振幅均为两列波

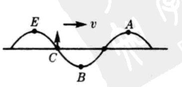


图 2-3-11

的振幅之和，均为 10 cm，此时的高度差为 20 cm，B 选项正确. A、B、C、E 均为振动加强处，且在同一条直线上，作出这条加强区的波形如图 2-3-11 所示，由图可知波是由 E 处向 A 处传播（因为圆弧的中心就是波源），由图可知 C 点向水面（上方表示水面）运动，C 选项正确. 波的周期 $T=\frac{\lambda}{v}=0.5\text{s}$，$0.25\text{s}=0.5T$，在半个周期内，质点的路程为振幅的 2 倍，振动加强点 B 的路程为 20 cm，D 选项正确.

［答案］ BCD

［要点］ 加强区或减弱区中的质点均处于振动状态，只是加强区质点振幅是两个振动的振幅之和，减弱区质点振幅是两个振动的振幅之差.

［例 10］ 一列沿 x 轴正方向传播的简谐横波，周期为 0.50s，某一时刻，离开平衡位置的位移都相等的各质点依次为 P_1、P_2、P_3、…. 已知 P_1 和 P_2 之间的距离为 20cm，P_2 和 P_3 之间的距离为 80cm，则 P_1 的振动传到 P_2 所需的时间为 （　）

A. 0.50s　　B. 0.13s　　C. 0.10s　　D. 0.20s

［解］ P_1、P_2、P_3 这些点间的关系如图 2-3-12 所示，由图可知该列波的波长为 100 cm＝1m，波速为 $v=\frac{\lambda}{T}=\frac{1}{0.50}\text{m/s}=2.0\text{m/s}$，$\Delta t_x=\frac{\overline{P_1P_2}}{v}=\frac{0.2}{2.0}\text{s}=0.10\text{s}$.

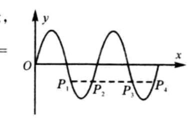


图 2-3-12


［答案］ C

［要点］ 波形图是解答本题的最佳途径.

［例 11］ 如图 2-3-13 所示在平面 xy 内有一沿水平轴 x 正方向传播的简谐横波，波速为 3.0m/s，频率为 2.5Hz，振幅为 8.0×10^{-2}m，已知 $t=0$ 时刻 P 点质点的位移为 $y=4.0\times10^{-2}$m，速度沿 y 轴正向. Q 点在 P 点的右方 9.0×10^{-1}m 处，对于 Q 点的质点来说 （　）

A. 在 $t=0$ 时，位移为 $y=-4.0\times10^{-2}$m

B. 在 $t=0$ 时，速度沿 y 轴负方向

C. 在 $t=0.1$s 时，位移为 $y=-4.0\times10^{-2}$m

D. 在 $t=0.1$s 时，速度沿 y 轴正方向

图 2-3-13



[解] 由题意可知，这列波的波长为$\lambda=\frac{v}{f}=\frac{3.0}{2.5}m=1.2$m，$P$、$Q$两点间距含有的波长数为$\frac{L}{\lambda}=\frac{0.9}{1.2}=\frac{3}{4}$个.由题意可知此时的波形图如图2-3-14中实线所示；该波的周期为$T=\frac{1}{f}=0.4$s，在$t=0.1$s相当于$t=0$时波形图向左移动的四分之一个波长，其波形图由图中的虚线所示.由图可知，Q点的质点在$t=0$时，速度沿y轴负方向，位移为正值；在$t=0.1$s时，速度仍沿y轴负方向，位移为$y=-4.0\times10^{-2}$m.

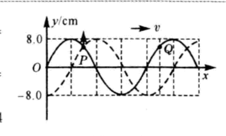


图 2-3-14

[答案] BC

[要点] 由质点的位移和速度方向确定该时刻的波形图，然后由波形确定另一个质点位移和速度方向，进而确定后一时刻的波形图.波的形成过程中，后振动的质点总是追随先振动的质点是解答波动问题的基本出发点.

跟踪训练

1. 甲、乙二位同学分别使用图2-3-15中(a)所示的同一套装置观察单摆做简谐运动时的振动图象.已知二人实验时所用的摆长相同，落在木板上的细沙分别形成的曲线如图(b)中所示.下面关于两图线不同的原因的判断中，正确的是 ( )

A. 甲图表示沙摆摆动的幅度较大，乙图表示摆动的幅度较小

B. 甲图表示沙摆振动的周期较大，乙图表示乙摆振动周期较小

C. 甲图表示沙摆是正弦规律变化简谐运动，乙图不是简谐运动

D. 二人拉木板的速度不同，甲图表示木板运动速度较大

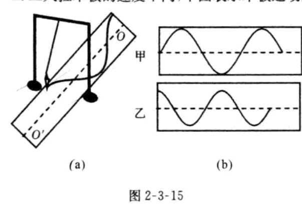


图 2-3-15

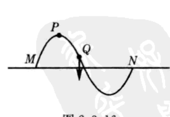
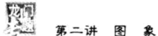


图 2-3-16

2. 一列波在媒质中向某一方向传播，图2-3-16所示为此波在某一时刻波形图，并且此时振动还只发生在M、N之间.此列波周期为T，Q质点速度方向在波形图中向下，下列判断正确的是 ( )

A. 波源是M，由波源起振开始计时，P点已经振动的时间为T




B. 波源是 N，由波源起振开始计时，P 点已经振动的时间为 $3T/4$

C. 波源是 N，由波源起振开始计时，P 点已经振动的时间为 $T/4$

D. 波源是 M，由波源起振开始计时，P 点已经振动的时间为 $T/4$

3. 如图 2-3-17 所示，一条均匀的弹性绳，1、2、3、4…是绳上一系列等间距的质点，它们之间的距离均为 1m. 当 $t=0$ 时，第一个质点向上开始做简谐运动，经 0.1s 第一次达到最大位移，此时第 4 个质点刚开始振动. 再经过 0.6s，弹性绳上某些质点的位置和振动方向如图 2-3-18 所示(只画出其中一段绳上某四个质点的情况)，其中正确的是 (　　)

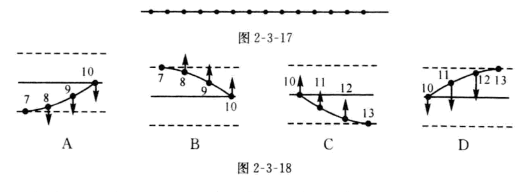


图 2-3-17

图 2-3-18

4. 如图 2-3-19 所示，S_1、S_2 是振幅相同的相干波源，向外传播过程中，振幅的衰减不计，虚线表示波谷，实线表示波峰，下列判断正确的是 (　　)

A. P 点振动最强，位移始终为最大

B. Q 点在图示时刻位移最大，经 $\frac{T}{4}$ 后，位移为零

C. R 点在振动的过程中位移始终为零

D. P、Q 连线之间有一点振动是减弱的

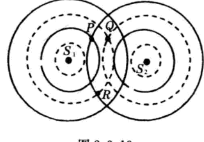


图 2-3-19

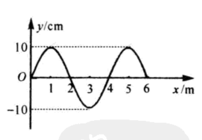


图 2-3-20

5. 一列简谐机械横波某时刻的波形图如图 2-3-20 所示，波源的平衡位置坐标为 $x=0$. 当波源质点处于其平衡位置上方且向下运动时，介质中平衡位置坐标 $x=2\text{m}$ 的质点所处位置及运动情况是 (　　)

A. 在其平衡位置下方且向上运动

B. 在其平衡位置下方且向下运动

C. 在其平衡位置上方且向上运动

D. 在其平衡位置上方且向下运动

6. 一列简谐波沿 x 轴传播. $t=0$ 时的波形如图 2-3-21 所示,质点 A 与质点 B 相距 1m,A 点速度沿 y 轴正方向;$t=0.02$s 时,质点 A 第一次到达正向最大位移处,由此可知 ( )

A. 此波的传播速度为 25m/s

B. 此波沿 x 轴负方向传播

C. 从 $t=0$ 时起,经过 0.04s,质点 A 沿波传播方向迁移了 1m

D. 在 $t=0.04$s 时,质点 B 处于平衡位置,速度沿 y 轴负方向

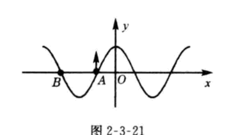


图 2-3-21　　图 2-3-22

7. 一单摆做小角度摆动,其振动图象如图 2-3-22 所示,以下说法中正确的是 ( )

A. t_1 时刻摆球速度最大,悬线对它的拉力最小

B. t_2 时刻摆球速度为零,悬线对它的拉力最小

C. t_3 时刻摆球速度为零,悬线对它的拉力最大

D. t_4 时刻摆球速度最大,悬线对它的拉力最大

8. 一砝码和一轻弹簧构成弹簧振子,图 2-3-23 所示的装置可用于研究该弹簧振子的受迫振动. 匀速转动把手时,曲杆给弹簧振子以驱动力,使振子做受迫振动. 把手匀速转动的周期就是驱动力的周期,改变把手匀速转动的速度就可以改变驱动力的周期. 若保持把手不动,给砝码一向下的初速度,砝码便做简谐运动,振动图线如图 2-3-24 所示. 当把手以某一速度匀速转动,受迫振动达到稳定时,砝码的振动图线如图 2-3-25 所示.

若用 T_0 表示弹簧振子的固有周期,T 表示驱动力的周期,Y 表示受迫振动达到稳定后砝码振动的振幅,则 ( )

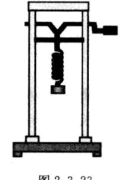


图 2-3-23

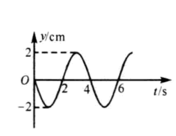


图 2-3-24

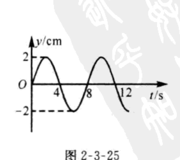


图 2-3-25

A. 由图线可知 $T_0=4$s

B. 由图线可知 $T_0=8$s

C. 当 T 在 4s 附近时，Y 显著增大；当 T 比 4s 小得多或大得多时，Y 很小

D. 当 T 在 8s 附近时，Y 显著增大；当 T 比 8s 小得多或大得多时，Y 很小

9. 如图 2-3-26 所示，O 为上下振动的波源，振动频率为 100Hz，它所产生的横波同时向左、向右传播. 波速为 80m/s，M、N 两质点距波源的距离分别为 $OM=17.4$m，$ON=16.2$m，当波源通过平衡位置向上振动时，M、N 的位置分别为 （ ）

M O N

图 2-3-26

A. M 点在波峰，N 点在波谷　　B. M、N 两点均在波峰

C. N 点在波峰，M 点在波谷　　D. M、N 两点均在波谷

10. 一列在竖直方向振动的简谐横波，波长为 λ，沿正 x 轴方向传播，某一时刻，在振动位移向上且大小等于振幅一半的各点中，任取相邻的两点 P_1、P_2，已知 P_1 的 x 坐标小于 P_2 的 x 坐标，则 （ ）

A. 若 $\overline{P_1P_2}<\frac{\lambda}{2}$，则 P_1 向下运动，P_2 向上运动

B. 若 $\overline{P_1P_2}<\frac{\lambda}{2}$，则 P_1 向上运动，P_2 向下运动

C. 若 $\overline{P_1P_2}>\frac{\lambda}{2}$，则 P_1 向下运动，P_2 向上运动

D. 若 $\overline{P_1P_2}>\frac{\lambda}{2}$，则 P_1 向上运动，P_2 向下运动

答案与提示

1. AD（两摆起动时振幅不相同，同一地点摆长相同的单摆周期相同，拉板速度不相同）

2. C（Q 点向下运动，由图可知 Q 点下方相邻质点均在 Q 点右侧，说明 Q 点右侧质点比 Q 点先振动，该波由 N 向 M 传播，N 是波源，波传到 P 点后，沿波的传播方向上，到图示的时刻，只传播了四分之一个波长，也就是 P 点已经振动的时间为 $T/4$）

3. BC（由题意确定周期 0.4s，波长 12m，再经过 0.6s 波共传播了 $1.75T$，形成 1.75λ，其波形图如图 2-3-27 所示，将图 2-3-18 中的图象与它相比较可知 B、C 两图正确）

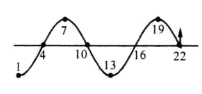


图 2-3-27

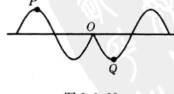


图 2-3-28

4. BCD（在波的干涉中，振动加速和振动减弱的物理含义是振动质点的振幅增大或减小，质点还是在做简谐运动. 显然 A 选项错误；在题图中 Q 点是振动加强点，图示时刻的位移为负最大，再经过 $T/4$，它回到平衡位置，位移为零；R 点是振动减弱点，由于两列波源的振幅相同，所以对于 R 点来讲，它的振幅为零，振动过程中它的位移始终为零；P、

Q两点均为振动加强点，相邻两加强点之间一定有一个振动减弱的点，因为干涉图样是加强点与减弱点总是相互间隔开来）

5. A（当波源质点处于其平衡位置上方且向下运动时，介质中平衡位置坐标 $x=2\text{m}$ 的质点与波源是反相点，它处在平衡位置下方向上运动）

6. AB（由 A 质点的运动可知这列波沿 x 轴负方向传播；由题意可知这列波的周期为 $T=0.08\text{s}$，波速 $v=\frac{\lambda}{T}=\frac{2}{0.08}\text{m/s}=25\text{m/s}$；在波的传播过程中，传播的是振动的形式，质点并不随迁移；在图示时刻，B 的速度方向沿 y 轴负方向，在 $t=0.04\text{s}$ 时，相对图示时刻是半个周期，质点 B 仍处于平衡位置，速度方向与图示时刻相反，速度沿 y 轴正方向）

7. D（t_1、t_3 时刻摆球速度为零，摆球在最高点，悬线对它的拉力最小；t_2、t_4 时刻摆球速度最大，摆球在最低点，悬线对它的拉力最大）

8. AC（由弹簧振子做简谐运动的图线可知其周期为 4s. 受迫振动的特点，受迫的频率在固有频率的附近时，达到共振，振幅最大，远离固有频率，受迫振动振幅较小）

9. A（波长 $\lambda=\frac{v}{f}=\frac{80}{100}\text{m}=0.8\text{m}$，$M$、$N$ 与波源距离分别为 $OM=17.4\text{m}=(21+\frac{3}{4})\lambda$，$ON=16.2\text{m}=(20+\frac{1}{4})\lambda$，$M$ 与 N 为反相点，波源 O 在平衡位置向上振动时波形图如图 2-3-28 所示，图中 P 与 M、Q 与 N 分别是同相点，M 在波峰，N 点在波谷）

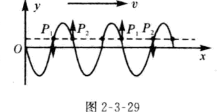


图 2-3-29

10. AD（在图 2-3-29 所示的两种情况，由图中质点的运动方向与选项的内容一致的是 A、D）

高考思想篇



年份	题源及类型	考点
2009	重庆理综 T15 选择 6 分、浙江理综 T21 选择 6 分 四川理综 T19 选择 6 分、全国卷Ⅰ T20 选择 6 分 福建理综 T17 选择 6 分、北京理综 T17 选择 6 分	振动图象、波动图象波的传播规律
2008	全国卷Ⅰ T16 选择 6 分、天津卷 T21 选择 6 分 上海卷 T22 计算 12 分	
2007	江苏卷 T5 选择 3 分、上海卷 T9 选择 5 分 全国卷Ⅰ T15 选择 6 分	

考题探究

［例 1］　(2009·重庆)同一音叉发出的声波同时在水和空气中传播，某时刻的波形曲线见题图 2-3-30，以下说法正确的是　　　　（　　）

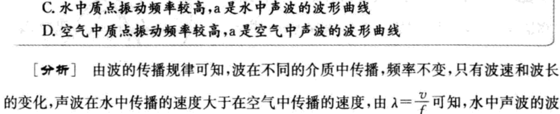
A. 声波在水中波长较大，b 是水中声波的波形曲线

B. 声波在空气中波长较大，b 是空气中声波的波形曲线

C. 水中质点振动频率较高，a 是水中声波的波形曲线

D. 空气中质点振动频率较高，a 是空气中声波的波形曲线

图 2-3-30



［分析］　由波的传播规律可知，波在不同的介质中传播，频率不变，只有波速和波长的变化，声波在水中传播的速度大于在空气中传播的速度，由 $\lambda=\frac{v}{f}$ 可知，水中声波的波长较长.

［答案］　A

［例 2］　(2009·浙江)一列波长大于 1m 的横波沿着 x 轴正方向的传播处 $x_1=1\text{m}$ 和 $x_2=2\text{m}$ 的两质点 A、B 的振动图象如图 2-3-31 所示. 由此可知　　　　（　　）

A. 波长为 $\frac{4}{3}$m

B. 波速为 1m/s

C. 3s 末 A、B 两质点的位移相同

D. 1s 末 A 质点的振动速度大于 B 质点的振动速度

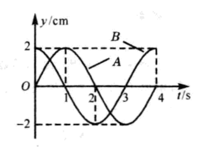


图 2-3-31

［分析］　$x_1=1\text{m}$ 的 A 质点比 $x_2=2\text{m}$ 的 B 质点离波源近，1s 时 A 质点在波峰，该波峰到 4s 时传播到 B 质点，即传播时间 $\Delta t=3\text{s}$，波速为 $v=\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{1}{3}\text{m/s}$，由振动图象可知波的周期 $T=4\text{s}$，波长 $\lambda=vT=\frac{4}{3}\text{m}$，由图象可知 3s 末 A、B 两质点的位移不相同，1s 末 A 质点的振动速度为零，B 质点的振动速度最大.

［答案］　A



［例 3］ (2009·四川)图 2-3-32 所示为一列沿 x 轴负方向传播的简谐横波，实线为 $t=0$ 时刻的波形图，虚线为 $t=0.6\text{s}$ 时的波形图，波的周期 $T>0.6\text{s}$，则 （ ）

A. 波的周期为 2.4s

B. 在 $t=0.9\text{s}$ 时，P 点沿 y 轴正方向运动

C. 经过 0.4s，P 点经过的路程为 4m

D. 在 $t=0.5\text{s}$ 时，Q 点到达波峰位置

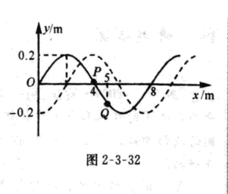


图 2-3-32

［分析］ 该横波的周期 $T>0.6\text{s}$，由图可知，实线的波谷沿 x 轴负方向传播到虚线时传播的距离是 $\Delta s=6\text{m}$，经过时间是 $t=0.6\text{s}$，波速为 $v=\frac{\Delta s}{t}=10\text{m/s}$，波长 $\lambda=8\text{m}$，周期为 $T=\frac{\lambda}{v}=0.8\text{s}$，作出 P、Q 两质点的振动图象如图 2-3-33 所示，由 P 质点振动图象可知在 $t=0.9\text{s}$ 时，P 点沿 y 轴负方向运动；经过 0.4s(即半个周期)P 点经过的路程是振幅的二倍，为 0.4m. 由 Q 质点振动图象可知在 $t=0.5\text{s}$ 时，Q 点到达正最大位移(即波峰位置).

图 2-3-33

［答案］ D

［例 4］ (2009·全国理综Ⅰ)一列简谐横波在某一时刻的波形图如图 2-3-34 所示，图中 P、Q 两质点的横坐标分别为 $x=1.5\text{m}$ 和 $x=4.5\text{m}$. P 点的振动图象如图 2-3-35 所示. 在图 2-3-36 所示的四幅图中，Q 点的振动图象可能是 （ ）

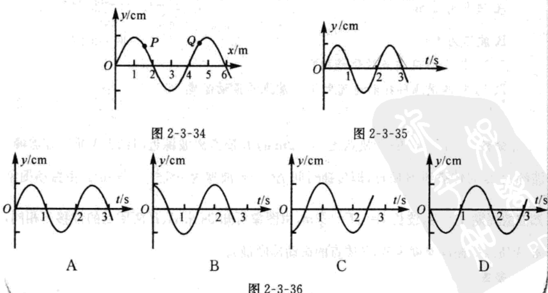


图 2-3-36



［分析］ P、Q两质点相距为3m，波长为4m，即P、Q两质点相距为波长的四分之三．$t=0$时刻，若波沿x轴正方向传播，P点在平衡位置向y轴正方向运动，那么Q点在y轴正最大位移处；若波沿x轴负方向传播，那么Q点在y轴负最大位移处．

［答案］ BC

［例5］ **(2009·福建卷)**图2-3-37为一列简谐横波在$t=0.10$s时刻的波形图，P是平衡位置为$x=1$m处的质点，Q是平衡位置为$x=4$m处的质点，图2-3-38为质点Q的振动图象，则　　　　(　　)

A. $t=0.15$s时，质点Q的加速度达到正向最大

B. $t=0.15$s时，质点P的运动方向沿y轴负方向

C. 从$t=0.10$s到$t=0.25$s，该波沿x轴正方向传播6m

D. 从$t=0.10$s到$t=0.25$s，质点P通过的路程为30cm

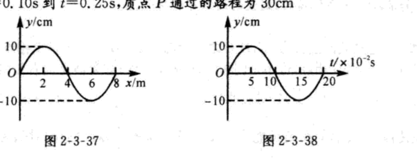


图2-3-37　　　　图2-3-38

［分析］ 由Q质点的振动图象可知$t=0.10$s的振动方向沿y轴负方向，说明该波沿x轴负方向传播，$t=0.15$s时，质点Q的位移为负向最大值，故其加速度为正向最大值．$t=0.15$s时，质点P的位移与$t=0.10$s时刻的位移相同，但速度方向相反，沿y轴负方向；从$t=0.10$s到$t=0.25$s，时间间隔为周期的3/4，由于质点P在这段时间的初始时刻不在平衡位置和最大位移处，它通过的路程不是振幅的三倍关系．

［答案］ AB

［例6］ **(2009·北京)**一简谐机械波沿x轴正方向传播，周期为T，波长为λ．若在$x=0$处质点的振动图象如图2-3-39所示，则该波在$t=T/2$时刻的波形曲线为图2-3-40中的　　(　　)

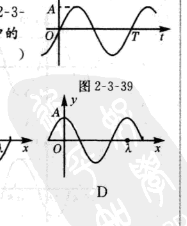


图2-3-39

A　　B　　C　　D

图2-3-40

［分析］ 在$t=T/2$时刻，由在$x=0$处质点的振动图象可知该点从平衡位置向y轴负方向运动，由于波沿x轴正方向传播，只有A图正确．

［答案］ A

［例7］ 如图2-3-41所示，实线和虚线分别为某种波在t时刻和$t+\Delta t$时刻的波形曲线．B和C是横坐标分别为d和$3d$的两个质点，下列说法中正确的是（　　）

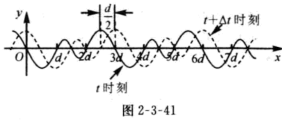


图2-3-41

A. 任一时刻，如果质点B向上运动，则质点C一定向下运动

B. 任一时刻，如果质点B速度为零，则质点C的速度也为零

C. 如果波是向右传播的，则波的周期可能为$\frac{6}{7}\Delta t$

D. 如果波是向左传播的，则波的周期可能为$\frac{6}{13}\Delta t$

［分析］ 这列波的波长为$3d$，B、C之间距离为$2d$，B与C不是反相点，A选项错误；同理，B与C既不是反相点，也不是同相点，B选项错误；如果波是向右传播的，传播的距离可能为$3nd+\frac{d}{2}=(n+\frac{1}{6})\lambda$，对应的时间为$(n+\frac{1}{6})T=\Delta t$，当$n=1$时，$T=\frac{6}{7}\Delta t$，如果波是向左传播的，传播的距离可能为$3nd+\frac{5d}{2}=(n+\frac{5}{6})\lambda$，对应的时间为$(n+\frac{5}{6})T=\Delta t$，若$T=\frac{6}{13}\Delta t$，则$n$不为整数，不可能．

［答案］ C

［例8］ 一列简谐横波沿x轴负方向传播，波速$v=4\text{m/s}$，已知坐标原点($x=0$)处质点的振动图象如图2-3-42所示，在图2-3-43中能够正确表示$t=0.15\text{s}$时波形的图是（　　）

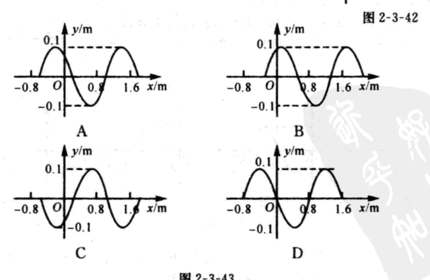


图2-3-43

［分析］　由振动图象可知在 $t=0.15$s 时，原点的坐标约为 0.07m，速度方向沿 y 轴负方向. 波沿 x 轴负方向传播，由波动图象可知，x 轴上坐标大于 0 的附近点的位移应小于原点的位移，即 A 图正确.

［答案］　A

［例 9］　如图 2-3-44 所示，位于介质Ⅰ和Ⅱ分界面上的波源 S，产生两列分别沿 x 轴负方向与正方向传播的机械波. 若在两种介质中波的频率及传播速度分别为 f_1、f_2 和 v_1、v_2，则（　　）

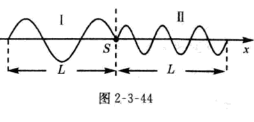


图 2-3-44

A. $f_1=2f_2$，$v_1=v$　　B. $f_1=f_2$，$v_1=0.5v_2$

C. $f_1=f_2$，$v_1=2v_2$　　D. $f_1=0.5f_2$，$v_1=v_2$

［分析］　波在传播的过程中，频率不变，波速、波长发生变化，由波长关系可知两种介质中波速之比为 2，即 $v_1=2v_2$，C 正确.

［答案］　C

［例 10］　一列简谐横波沿 x 轴传播，周期为 T. $t=0$ 时刻的波形如图2-3-45所示. 此时平衡位置位于 $x=3$m 处的质点正在向上运动，若 a、b 两质点平衡位置的坐标分别为 $x_a=2.5$m，$x=5.5$m，则（　　）

A. 当 a 质点处在波峰时，b 质点恰在波谷

B. $t=T/4$ 时，a 质点正在向 y 轴负方向运动

C. $t=3T/4$ 时，b 质点正在向 y 轴负方向运动

D. 在某一时刻，a、b 两质点的位移和速度可能相同

图 2-3-45

［分析］　由图可知波长 $\lambda=4$m，a、b 两质点的距离为 3m，它们不是反相点，它们之间不可能出现 A 选项的现象. 由于 a、b 两质点的距离与波长没有倍数关系，它们不可能同时出现位移和速度都相同的现象，D 选项错误. $t=0$ 时刻平衡位置位于 $x=3$m 处的质点正在向上运动，说明波沿 x 轴负方向传播，$t=T/4$ 时，对应波形图如图 2-3-46 中的实线所示，此时 a 质点正在向 y 轴正方向运动，$t=3T/4$ 时，对应波形图如图 2-2-46 中的虚线所示，此时 b 质点正在向 y 轴负方向运动.

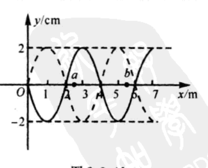


图 2-3-46

［答案］　C

［例 11］ 一列简谐横波沿直线由 a 向 b 传播，相距 10.5m 的 a、b 两处的质点振动图象如图 2-3-47 中 a、b 所示，则 （ ）

A. 该波的振幅可能是 20 cm

B. 该波的波长可能是 8.4 m

C. 该波的波速可能是 10.5 m/s

D. 该波由 a 传播到 b 可能历时 7s

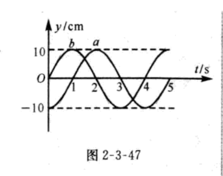


图 2-3-47

［分析］ 从两个质点的振动图象，直接可以看出振动的振幅为 10cm，周期为 4s，A 错误，因为波是沿着 a 向 b 传播，从振动形式可以看出，b 比 a 至少晚振动 $3T/4$，即由 a 传播到 b 需时 $\Delta t=(n+\frac{3}{4})T$，对应有 $10.5\text{m}=(n+\frac{3}{4})\lambda$，其中 $n=0,1,2\cdots$，若波的波长是 8.4m，代入后，n 不为整数，由 $v=\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{10.5}{(n+\frac{3}{4})\times 4}\text{m/s}=\frac{10.5}{4n+3}\text{m/s}$，波速 10.5m/s，$n$ 不是整数，故不可能，当 $n=1$ 时，$\Delta t=7\text{s}$，D 选项正确.

［答案］ D

［例 12］ 有两列简谐横波 a、b 在同一媒质中沿 x 轴正方向传播，波速均为 $v=2.5\text{m/s}$. 在 $t=0$ 时，两列波的波峰正好在 $x=2.5\text{m}$ 处重合，如图 2-3-48 所示. （ ）

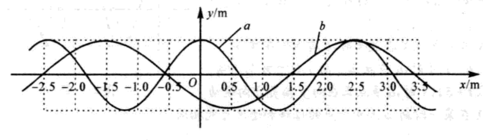


图 2-3-48

(1)求两列波的周期 T_a 和 T_b；

(2)求 $t=0$ 时，两列波的波峰重合处的所有位置；

(3)辨析题：分析并判断在 $t=0$ 时是否存在两列波的波谷重合处.

某同学分析如下：既然两列波的波峰存在重合处，那么波谷与波谷重合处也一定存在. 只要找到这两列波半波长最小公倍数，……，即可得到波谷与波谷重合处所有位置.

你认为该同学的分析正确吗？若正确，求出这些点的位置. 若不正确，指出错误处并通过计算说明理由.

[分析与解]　(1)从图中可以看出两列波的波长分别为 $\lambda_a=2.5\text{m}$，$\lambda_b=4.0\text{m}$，因此它们的周期分别为 $T_a=\frac{\lambda_a}{v}=\frac{2.5}{2.5}\text{s}=1\text{s}$，$T_b=\frac{\lambda_b}{v}=\frac{4.0}{2.5}\text{s}=1.6\text{s}$

(2)两列波的最小公倍数对应的长度为 $S=20\text{m}$，$t=0$ 时，两列波波峰处的所有位置为 $x=(2.5\pm 20k)\text{m}$，$k=0,1,2,3\cdots$

(3)该同学的分析不正确.

要找两列波的波谷与波谷重合处，必须从波峰重合处出发，找到这两列波半波长的奇数倍恰好相等的位置. 设距离 $x=2.5\text{m}$ 为 L 处两列波的波谷与波谷相遇，并设

$L=(2m-1)\frac{\lambda_a}{2}$，$L=(2n-1)\frac{\lambda_b}{2}$，式中 m、n 均为正整数

只要找到相应的 m、n 即可. 将 $\lambda_a=2.5\text{m}$，$\lambda_b=4.0\text{m}$ 代入并整理，得

$\frac{2m-1}{2n-1}=\frac{\lambda_b}{\lambda_a}=\frac{4.0}{2.5}=\frac{8}{5}$，由于该式中 m、n 在整数范围内无解，所以不存在波谷与波谷重合处.

思维考试测试

1. 如图 2-3-49 为一列沿 x 轴正方向传播的简谐横波在 $t=0$ 时的波形. 当 R 点在 $t=0$ 时的振动状态传到 S 点时，PR 范围内(含 P、R)有一些质点正在向 y 轴负方向运动，这些质点的位置范围是　　(　　)

A. $2\text{cm}\leqslant x\leqslant 4\text{cm}$　B. $2\text{cm}<x<4\text{cm}$　C. $2\text{cm}\leqslant x<3\text{cm}$　D. $2\text{cm}<x\leqslant 3\text{cm}$

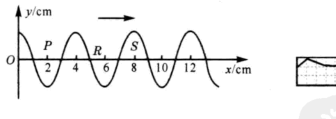
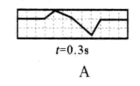
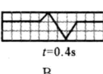


图 2-3-49　　图 2-3-50

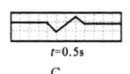
2. 两个不等幅的脉冲波在均匀介质中均以 1.0m/s 的速率沿同一直线相向传播，$t=0$ 时刻的波形如图 2-3-50 所示，图中小方格的边长为 0.1m，则图 2-3-51 中不同时刻，波形正确的是　　(　　)



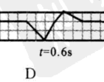
A



B



C



D

图 2-3-51

3. 将一根长为100多厘米的均匀弦线，沿水平的 x 轴放置，拉紧并使两端固定，如图2-3-52中(a)所示. 现将对离右端固定点25cm处(取该处为原点 O)的弦上一点施加一个沿垂直于弦线方向(即 y 轴方向)的扰动，其位移随时间变化规律如图(b)所示，该扰动将沿弦线传播而形成波(孤立的脉冲波). 已知该波在弦线中传播速度为2cm/s，则图(c)中表示自原点 O 沿弦向右传播的波在 $t=2.5$s时的波形图是（　　）

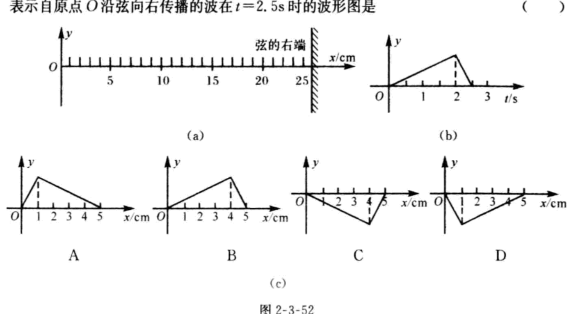


图 2-3-52

答案与提示

1. C(R 点在 $t=0$ 时的振动状态是由平衡位置沿 y 轴正方向运动，当该振动状态传到 S 点时，其波形图如图2-3-53所示，由图可知，质点正在向 y 轴负方向运动的有 $2\text{cm} \leqslant x < 3\text{cm}$)

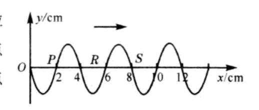


图 2-3-53

2. ABD(根据波的独立传播原理可知波在传播过程中波的形状不变，再由波的叠加原理可知两列相遇处的质点是两列波引起的位移之和. $t=0.3$s，两列波均传播了0.3m，即两列波的波前端相遇，A正确；$t=0.4$s，两列波的前端重叠了二小格，B正确；$t=0.5$s，两列波的前端重叠了四小格，波形图不可能出现位移为正值，C图错误；$t=0.6$s，两列波只有尾端部分相接，没有重叠区，D图正确)

3. A(由波速和传播距离的关系可知 $\Delta s=v\cdot\Delta t=5$cm，振动最强的点传播的距离就是 $\Delta s'=v\cdot\Delta t'=2\times(2.5-2)cm=1$cm，只有A图正确)

2.4 电场部分图象法

表现电场的性质及带电粒子在电场和磁场中的运动经常应用图象来描述，需要根据图象直接提供的信息及挖掘其蕴藏的信息，才能顺利求解. 这是近几年来高考重点考查的能力之一.



解题方法指导

［例 1］ 如图 2-4-1(a)，AB 是一条点电荷的电场线，图(b)是放在电场线上 a、b 处检验电荷的电量与所受到的电场力间的函数图线，下列说法正确的是 （ ）

A. 场源电荷带正电，位于 A 侧

B. 场源电荷带正电，位于 B 侧

C. 场源电荷带负电，位于 A 侧

D. 场源电荷带负电，位于 B 侧

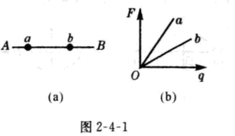


图 2-4-1

［解］ 图象的斜率 $k=\frac{F}{q}=E$，即为场强，斜率大的场强大，有 $E_a>E_b$，由点电荷场强 $E=k\frac{q}{r^2}$ 可知场强大的点离场源电荷近，a 点比 b 点离场源电荷近，但由于不知电场线的方向，也不知检验电荷的受力方向，不能判断场源电荷的正、负.

［答案］ A、C

［要点］ 电场中带电体受到的电场力—电量关系图象的斜率就是电场强度.

［例 2］ 如图 2-4-2(a)中 AB 是电场中的一条电场线，若将一负电荷从 A 点处自由释放，负电荷沿电场线从 A 到 B 运动过程中的速度—时间图线如图 2-4-2(b)所示，试比较 A、B 两点电势高低和场强的大小，下列说法中正确的是 （ ）

A. $\varphi_A>\varphi_B$，$E_A>E_B$

B. $\varphi_A>\varphi_B$，$E_A<E_B$

C. $\varphi_A<\varphi_B$，$E_A>E_B$

D. $\varphi_A<\varphi_B$，$E_A<E_B$

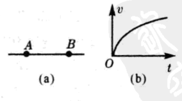


图 2-4-2

［解析指导］ 由速度—时间图线的斜率随时间而减小，说明加速度减小，这说明此过程场强是减小，可知负电荷受电场力方向由 A 指向 B，电场线的方向则由 B 指向 A，$\varphi_A<\varphi_B$，加速度减小说明 $E_A>E_B$.

［答案］ C

［要点］ 速度—时间图象的斜率是加速度，同一带电体的加速度的大小随电场强度的变化而成正比例变化．负电荷在电场中自由释放向电势高的方向运动．

［例3］ 电透镜是利用静电场使电子束会聚或发散的一种装置，其中某部分静电场的分布如图 2-4-3 所示，虚线表示这个静电场在 xOy 平面内的一簇等势线，等势线的形状相对于 Ox 轴、Oy 轴对称．等势线的电势沿 x 轴正向增加，相邻两等势线的电势差相等．且一个电子经过 P 点（其横坐标为 $-x_0$）时，速度与 Ox 轴平行．适当控制实验条件，使该电子通过电场区域时仅在 Ox 轴上方运动．在通过电场区域的过程中，该电子沿 y 方向的分速度 v_y 随位置坐标 x 的变化是图 2-4-4 中的哪个 （ ）

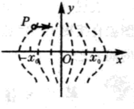


图 2-4-3

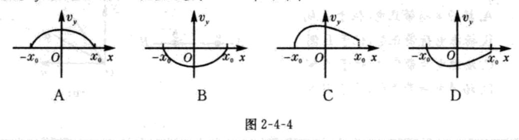


图 2-4-4

［解］ 由题中“等势线的电势沿 x 轴正向增加”，可依图 2-4-3中的等势线确定电场线如图 2-4-5 所示，由电场线的形状可知：在 x 轴方向上的分量一直指向负方向；在 y 轴方向上的分量是在 $x<0$ 的区域内指向 y 轴正方向，$x>0$ 的区域内指向 y 轴负方向，且大小相对于 y 轴具有对称性．

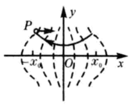


图 2-4-5

由电场线确定电子在 x 轴和 y 轴上分运动：x 轴上电子沿其正方向做加速运动．

y 轴上，在 $x<0$ 的区域内，电子先做初速度为零的加速运动，在 $x>0$ 的区域内做减速运动．

电子在 x 轴是沿其正方向做初速度不为零的加速运动，电子由 $x=-x_0$ 运动到 $x=0$ 的时间大于由 $x=0$ 运动到 $x=x_0$ 的时间，即 $\Delta t_{-x}>\Delta t_{+x}$．

在 y 轴上，电子在 $x<0$ 区域做初速度为零的加速运动，在 $x>0$ 区域做减速运动．电子由 $x=-x_0$ 到 $x=0$ 与由 $x=0$ 到 $x=x_0$，电子在 y 轴上加速度大小 a_y 相对 y 轴具有对称性，但方向相反，在 y 轴两侧运动的时间关系 $\Delta t_{-x}>\Delta t_{+x}$，电子在 y 轴获得速度增加量大于速度的减小量，即 $\Delta v_{-xy}>\Delta v_{+xy}$，电子到达横坐标为 x_0 时 v_y 没有减小到 0．

［答案］ D

［评析］ 本题除了考查电场线与等势面垂直和电场力做功特点的知识点外，还考查分析、判断能力，考查对称法应用的条件．

本题的难度较大，虽然是判断电子在 y 轴分速度随 x 变化的规律，但要分析到在 x

轴上电子在 $x<0$ 区域运动的时间与 $x>0$ 区域运动的时间的关系，才能正确判断电子在 y 轴分速度随 x 变化. 本题关键有两点. 即

(1)$\Delta t_{-x}>\Delta t_{+x}$；(2)$\Delta v_{-xy}>\Delta v_{+xy}$. 只有分析到这两点才能正确求解.

认为B图正确的学生所占比例几乎达98%以上，出现错误的根本原因是认为等势线具有对称性，也就错误地认为电子在 y 轴上加速与减速也具有对称性. 这种泛用对称性而不探究对称性的要点是错误的根本原因.

加速度在 y 轴分量 a_y 大小相对 y 轴对称，若要 y 轴分速度大小 v_y 相对 y 轴具有对称性，还有一个条件，就是在 y 轴两侧对称区域运动的时间相等. 因为加速度是速度对时间的变化，也就是说速度大小由加速度和时间来决定，不能单凭加速度相对长度具有对称性，就判断速度相对同样的长度具有对称性.

所以，应用对称性应注意到：当一个物理量(如速度)由另外两个物理量(如加速度、时间)确定时，这两个物理量一个(加速度)具有对称性，一个(时间)具有相等或对称性时，这个物理量(速度)才能具有对称性.

[例4] 如图 2-4-6 所示，图中 A、B 是一对平行的金属板，在两板间加上一周期为 T 的交变电压 u，A 板的电势 $U_A=0$，B 板的电势 U_B 随时间的变化规律为：在 0 到 $T/2$ 的时间内，$U_B=U_0$；在 $T/2$ 到 T 的时间内，$U_B=-U_0$；在 T 到 $3T/2$ 时间内，$U_B=U_0$；在 $3T/2$ 到 $2T$ 的时间内，$U_B=-U_0$；…. 现有一电子从 A 板上的小孔进入两板间的电场区内，电子初速度和重力影响均可忽略 ( )

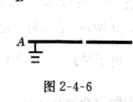


图 2-4-6

A. 若电子是在 $t=0$ 时刻进入，它将一直向 B 板运动

B. 若电子是在 $t=\frac{T}{8}$ 时刻进入的，它可能时而向 B 板运动，时而向 A 板运动，最后打在 B 板上

C. 若电子是在 $t=\frac{3}{8}T$ 时刻进入的，它可能时而向 B 板运动，时而向 A 板运动，最后打在 B 板上

D. 若电子是在 $t=\frac{T}{2}$ 时刻进入的，它可能时而向 B 板运动，时而向 A 板运动

[解] 作出 A、B 两板间所加电压与时间关系的图象如图 2-4-7 所示，金属板 A、B 间的电场强度随时间的变化图象也应是相应的矩形波图形. 同理可知，电子在电场中所受的电场力与时间的关系还是矩形波图形. 在半个周期内，电场力不变，电子做匀变速运动. 以由 A 板指向 B 板方向的位移和速度为正，可知：

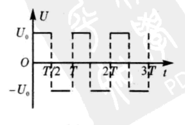


图 2-4-7

若 $t=0$ 时，电子进入电场，在 $0\to\frac{T}{2}$ 的时间内，做匀加速运动；在 $\frac{T}{2}\to T$ 的时间内做匀减速运动，当 $t=T$ 时速度为零. 其速度—时间图线如图 2-4-8A 所示. 在 $T\to\frac{3}{2}T$ 的时间内，电子做匀加速运动……，这说明了电子是一直向 B 板运动，A 选项正确.

电子在 $t=\frac{T}{8}$ 进入电场时，在 $\frac{T}{8}\to\frac{T}{2}$ 的时间内，做匀加速运动，在 $\frac{T}{2}\to\frac{7}{8}T$ 的时间内做匀减速运动，当 $t=\frac{7}{8}T$ 时，速度为零(电子也可能在这段时间内已经到达了 B 板). 若是电子在这段时间内没有到达 B 板，在 $\frac{7}{8}T\to T$ 的时间内，电子反向做匀加速运动，在 $T\to\frac{9}{8}T$ 的时间内电子做匀减速运动，当 $t=\frac{9}{8}T$ 时电子的速度为零，以后又向 B 板做匀速运动，重复前一个运动周期的运动. 电子在前一个加速减速过程中的运动时间是后一个加速减速运动时间的三倍，所以前一个过程中的位移的数值大于后一个过程中的位移数值，在一个运动的周期内，电子总的位移是指向 B 板的，其速度—时间图线如图 2-4-8B所示，也就是说电子在一个周期内接近 B 板，所以 B 选项正确.

电子是在 $t=\frac{3}{8}T$ 时刻进入，在 $\frac{3}{8}T\to\frac{T}{2}$ 的时间内做匀加速运动；在 $\frac{T}{2}\to\frac{5}{8}T$ 的时间内做匀减速运动；$t=\frac{5}{8}T$ 时，速度为零(电子也可能在这段时间内已经到达了 B 板). 若是电子在这段时间内没有到达 B 板，在 $\frac{5}{8}T\to T$ 的时间内，电子反向做匀加速运动，此过程中的加速运动时间是前面加速减速时间的 1.5 倍，电子已经飞离了 A 板，其速度—时间图线如图 2-4-8C 所示，故电子不可能在 A、B 板间往返运动，C 选项错误.

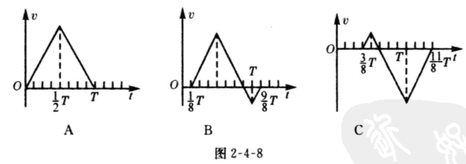


图 2-4-8

电子在 $t=\frac{T}{2}$ 时刻进入时，电子受电场力是指向 A 板，它将离开电场，D 选项错误.

［答案］ AB

［要点］ 分析电子在不同时刻进入电场时，一个周期内的路程与位移的关系，从而确定能否打到 B 板或不能打到 B 板. 用图象法直观、简捷.

跟踪分析电子的速度与加速度和时间关系来确定电子的一个周期内位移.

此类题的变式很多：如求电子打到 B 板的动能最大，交变电压频率或周期应满足什

么条件;电子在什么时刻进入电场刚好做往复运动.若将带电粒子变为质点,需要考虑到质点的重力.

[例5] 图2-4-9所示,真空中相距$d=5\text{cm}$的两块平行金属板A、B与电源连接(图中未画出),其中B板接地(电势为零),A板电势变化的规律如图2-4-10所示.将一个质量$m=2.0\times10^{-27}\text{kg}$,电量$q=+1.6\times10^{-19}\text{C}$的带电粒子从紧临B板处释放,不计重力.求

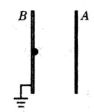


图2-4-9

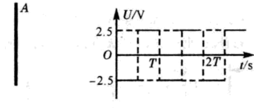


图2-4-10

(1)在$t=0$时刻释放该带电粒子,释放瞬间粒子加速度的大小;

(2)若A板电势变化周期$T=1.0\times10^{-5}\text{s}$,在$t=0$时将带电粒子从紧临B板处无初速度释放,粒子到达A板时动量的大小;

(3)A板电势变化频率多大时,在$t=T/4$到$t=T/2$时间内从紧临B板处无初速度释放,粒子不能到达A板.

[解] (1)在$t=0$时刻释放该带电粒子,粒子受电场力为$F=qE=\frac{qU}{d}$,加速度为$a=\frac{F}{m}=\frac{qU}{md}=4.0\times10^{9}\text{m/s}^2$.

(2)若A板电势变化周期$T=1.0\times10^{-5}\text{s}$,在$t=0$时将带电粒子从紧临B板处无初速度释放,粒子到达A板需要的时间为$t=\sqrt{\frac{2d}{a}}=\sqrt{\frac{2\times5\times10^{-2}}{4\times10^{9}}}\text{s}=5\times10^{-6}\text{s}=\frac{T}{2}$,即粒子恰好经过半个周期到达A板,粒子到达A板时动量的大小为$p=F\cdot\frac{T}{2}=\frac{UqT}{2d}=4.0\times10^{-23}\text{kg}\cdot\text{m/s}$.

(3)在$t=\frac{T}{4}$到$t=\frac{T}{2}$时间内从紧临B板处无初速度释放,带电粒子在电场中先加速、后减速,在一个周期内的速度如图2-4-11所示,由图可知,图象若是在半个周期内没有到达A板,粒子以后就不可能达到A板.

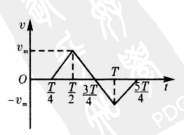


图2-4-11

即$2\cdot\frac{1}{2}a\left(\frac{T}{2}-\frac{T}{4}\right)^2=\frac{aT^2}{16}=\frac{a}{16f^2}<d$,

$f > \sqrt{\frac{a}{16d}} = 5\sqrt{2} \times 10^4$ Hz

［说明］ 本题与例 4 有异曲同工之妙.

［例 6］ 如图 2-4-12 中(1)所示，在真空中竖直放置带水平小孔的两块平行金属板 A、B，两板相距为 l. 有一电子(质量为 m、电量为 e)从 A 板小孔无初速度释放，若两板间加上电压为 $U(U_A<U_B)$ 的直流电压时，经时间 T，电子可从两板间小孔飞出电场. 现在两板间加上如图 2-4-12 中(2)所示的周期性交变电压，当 $U_A<U_B$ 时为正. 要使电子能沿两板小孔飞出电场，在此条件下，电子至少经多长时间才能飞出电场？若 $t=T/8$ 时，电子开始释放，电子飞出 B 板小孔所需的时间是多少？

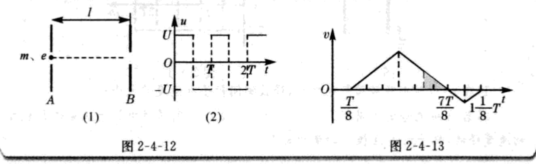


图 2-4-12　　图 2-4-13

［解］ 电压为 U 时电子加速度为 a，

$$\frac{1}{2}aT^2=l \qquad ①$$

加交变矩形波电压后，当电子从 $t=mT(m=0、1、2、\cdots)$ 开始释放，电子穿过 A、B 板的时间最少. 电压幅值不变，电子加速度 a 大小不变，有 $n\cdot\frac{1}{2}a\left(\frac{T}{2}\right)^2=l$ ②

由①、②两式解得 $n=4$，即 $t=4\times T/2=2T$

电子在 $t=T/8$ 时释放，运动一周期的位移如图 2-4-13 中 v-t 图线所围面积，即为

$$s=2\cdot\frac{1}{2}a\left(\frac{3T}{8}\right)^2-2\cdot\frac{1}{2}a\left(\frac{T}{8}\right)^2=\frac{aT^2}{8}$$

显然有 $\frac{l}{s}=4$，即需要 4 个周期时间. 电子在一个周期内位移为 $aT^2/8$，它在一个周期内路程却大于 $aT^2/8$，由图 2-4-13 所示速度—时间图线可知电子在一个周期的后 $T/4$ 内向着 A 板运动，电子在电场中运动的第四个周期内，当它飞出了极板 B 后，不会再返回向 A 板运动，电子运动三个周期后，在第四个周期后两个 $T/8$ 内的位移大小为(即图线与时间轴所围面积的负值) $2\times\frac{1}{2}a\left(\frac{T}{8}\right)^2=\frac{aT^2}{64}$

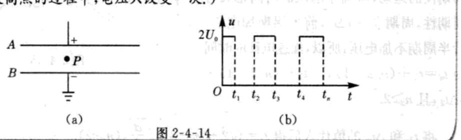
而图线与时间轴所围面积的正值中有一部分要与负值相消，即为图 2-4-13 的阴影部分，这部分位移所需时间为 t_x，$\frac{1}{2}at_x^2=\frac{aT^2}{64}$，$t_x=\frac{\sqrt{2}}{8}T$，

电子穿出 A、B 两板需时 $t_2=3T+\frac{3}{4}T-t_x=\frac{30-\sqrt{2}}{8}T$.

［要点］ 1. 电子从 $t=0$ 进入电场是做周期性加速、减速单向直线运动，若电子从 $t=T/8$ 进入电场，做减速运动，在速度为零后要反向加速，再减速为零又反向加速，电子做往返运动，但一个周期内的位移还是远离 A 板.

2. 电子飞出 B 板的时间中要考虑到最后一段位移所需要的时间不是一个周期，而是小于一个周期. 这类似小学中的"井深 1 丈，一个小虫从井底向上爬，白天爬 3 尺，晚上掉 2 尺，需要多少天爬到井面？"所需要的时间是 8 天，而不是 10 天.

［例 7］ （广东高考题）如图 2-4-14 中的(a)所示，A、B 为水平放置的平行金属板，板间距离为 d(d 远小于板的长和宽)，在两板之间有一带负电的质点 P. 已知若在 A、B 间加电压 U_0，则质点 P 可以静止平衡. 现在 A、B 间加上如图(b)所示的随时间 t 变化的电压 u. 在 $t=0$ 时质点 P 位于 A、B 间的中点处且初速度为零. 已知质点能在 A、B 之间以最大的幅度上下运动而又不与两板相碰，求图(b)中 u 改变的各时刻 t_1、t_2、t_3 及 t_n 的表达式.（质点开始从中点上升到最高点，及以后每次从最高点到最低点或从最低点到最高点的过程中，电压只改变一次.）



(a) (b)

图 2-4-14

［解］ 设质点 P 质量为 m，电量大小为 q，根据题意，当 A、B 间电压为 U_0 时，有 $q\dfrac{U_0}{d}=mg$，当两板间的电压为 $2U_0$ 时，P 的加速度向上，其大小为 a，则 $q\dfrac{2U_0}{d}-mg=ma$，解得：$a=g$. 当两板间的电压为零时，P 自由下落，加速度为 g，方向向下. 在 $t=0$ 时，两板间的电压为 $2U_0$ 时，P 自 A、B 间的中点向上做初速度为零的匀加速运动，加速度为 g. 设经过时间 Δt_1，P 的速度变为 v_1，此时电压变为零，P 在重力作用下做匀减速运动，再经过时间 $\Delta t_1'$，P 正好到达 A 板且速度为零，故有 $v_1=g\Delta t_1$，$0=v_1-g\Delta t_1'$，$\dfrac{1}{2}d=\dfrac{1}{2}g\Delta t_1^2+v_1\Delta t_1'-\dfrac{1}{2}g\Delta t_1'^2$.

由以上各式，得 $\Delta t_1=\Delta t_1'=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cdot\sqrt{\dfrac{d}{g}}$，$t_1=\Delta t_1$，得 $t_1=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cdot\sqrt{\dfrac{d}{g}}$；

在重力作用下，P 由 A 板处向下做匀加速运动，经过时间 Δt_2，P 的速度变为 v_2，方向向下，这时加上电压使 P 做匀减速运动，经过时间 $\Delta t_2'$，P 正好到达 B 板且速度为零，故有 $v_2=g\Delta t_2$，$0=v_2-g\Delta t_2'$，$d=\dfrac{1}{2}g\Delta t_2^2+v_2\Delta t_2'-\dfrac{1}{2}g\Delta t_2'^2$.

由以上各式，得 $\Delta t_2=\Delta t_2'$，$\Delta t_2=\sqrt{\dfrac{d}{g}}$，因为 $t_2=t_1+\Delta t_1'+\Delta t_2$，得 $t_2=(\sqrt{2}+1)\sqrt{\dfrac{d}{g}}$；

在电场力与重力的合力作用下，P 由 B 板处向上做匀加速运动，经过时间 Δt_3，P 的速度变为 v_3，此时电压变为零，P 在重力作用下做匀减速运动，再经过时间 $\Delta t'_3$，P 正好到达 A 板且速度为零，故有

$$v_3=g\Delta t_3,0=v_3-g\Delta t_3',d=\frac{1}{2}g\Delta t_3^2+v_3\Delta t_3'-\frac{1}{2}g\Delta t'^2_3$$

由以上各式，得 $\Delta t_3=\Delta t_3'$，$\Delta t_3=\sqrt{\frac{d}{g}}$，因为 $t_3=t_2+\Delta t_2'+\Delta t_3$，得 $t_3=(\sqrt{2}+3)\sqrt{\frac{d}{g}}$；

由以上分析，在重力作用下 P 由 A 板处向下做匀加速运动，经过时间 Δt_2，再加上电压，经过时间 $\Delta t_2'$，P 正好到达 B 板且速度为零.

$$t_4=t_3+\Delta t_2'+\Delta t_2\text{，得 }t_4=(\sqrt{2}+5)\sqrt{\frac{d}{g}}；$$

质点运动过程中的速度时间图象如图 2-4-15 所示，由图可知，质点从 t_2 后做周期性的运动，所加速电压的时间也具有周期性，周期 $T=4\Delta t_2$，前半周期加电压，后半周期不加电压，所以，加速电压的时间为 $t_n=t_2+(n/2-1)T=t_2+(n/2-1)\cdot 4\Delta t_2$，且 $n\geqslant 2$.

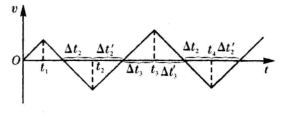


图 2-4-15

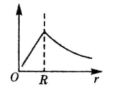
将 t_2 和 Δt_2 的值代入后得 $t_n=(\sqrt{2}+2n-3)\sqrt{\frac{d}{g}}$，$(n\geqslant 2)$.

［要点］ 本题根据末速度为零的匀减速运动与初速度为零的匀加速运动具有对称性的特点，作出图 2-4-15，说明质点的运动特征，求出 t_1、t_2，就可以写出电压 u 改变的各时刻 t_1、t_2、t_3 及 t_n 的表达式. 直观、简捷.

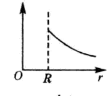


跟踪训练

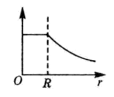
1. 如图 2-4-16 所示，坐标原点 O 都表示一个半径为 R 的带正电实心导体球的球心位置，纵坐标表示带电球产生的电场的场强或电势的大小，电势的零点取在无限远处；横坐标 r 表示离开球心的距离. 坐标平面上的曲线表示该带电体所产生的电场的场强大小或电势大小随距离变化关系. 则下列说法正确的是 （　　）



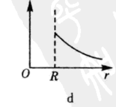
a



b



c



d

图 2-4-16

A. 图 a 表示场强，图 b 表示电势　　　　B. 图 b 表示场强，图 c 表示电势

C. 图 c 表示场强，图 d 表示电势　　　　D. 图 d 表示场强，图 a 表示电势

2. 在静电场沿 x 方向的电势分布如图2-4-17所示，则　　（　　）

A. 在 $0\to x_1$ 之间不存在沿 x 方向电场

B. 在 $0\to x_1$ 之间存在沿 x 方向匀强电场

C. 在 $x_1\to x_2$ 之间存在沿 x 方向匀强电场

D. 在 $x_1\to x_2$ 之间存在沿 x 方向非匀强电场

图 2-4-17

3. 如图 2-4-18(a)所示，AB 是某电场中的一条电场线，若有一电子以某一初速度，仅在电场力的作用下，沿 AB 由 A 运动到 B，其速度—时间图象如图 2-4-18(b)所示，下列关于 A、B 两点的电势 φ 和电场强度 E 的判断正确的是　　（　　）

A. $E_A>E_B$　　　　B. $E_A<E_B$

C. $\varphi_A>\varphi_B$　　　　D. $\varphi_A<\varphi_B$

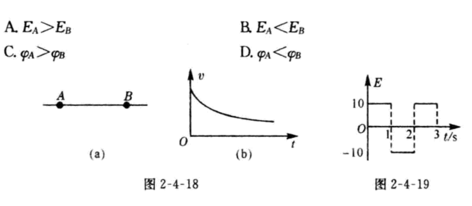


图 2-4-18　　　　图 2-4-19

4. 在空间有一正方向水平向右、大小按图 2-4-19 所示的图象变化的电场，位于电场中 A 点的电子在 $t=0$ 时速度为零，在 $t=1$s 时，电子离开 A 点的距离大小为 L，那么在 $t=2$s时，电子将处于　　（　　）

A. A 点　　　　B. A 点左方 L 处

C. A 点右方 $2L$ 处　　　　D. A 点左方 $2L$ 处

5. 在两个足够大平行金属板间加上如图 2-4-20 所示电压，使原来静止在两板中央的电子有可能做振动的图象应是图中的　　（　　）

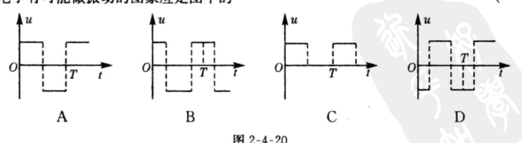


图 2-4-20

6. 图 2-4-21(a)中，A、B 表示真空中水平放置的相距为 d 的平行金属板，板长为 L，两板加电压后板间的电场可视为匀强电场. 现在 A、B 两板间加上如图(b)所示周期性的交变电压，在 $t=0$ 时恰有一质量为 m、电量为 q 的粒子在板间中央沿水平方向以速度 v_0 射入电场，忽略粒子的重力，则下列关于粒子运动状况表述中正确的是　　（　　）

A. 粒子在垂直于板的方向上分运动可能是往复振动

B. 粒子在垂直于板的方向上分运动是单向运动

C. 只要 T 和 U_0 的值满足一定条件，粒子就可沿与板平行的方向飞出

D. 粒子不可能沿与板平行的方向飞出

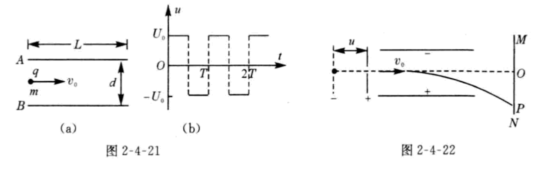


图 2-4-21　　图 2-4-22

7. 如图 2-4-22 所示，一电子由静止经过加速电压 u 的加速后，水平进入一平行板偏转电压，进入电场时电子速度与极板平行，最后打至荧光屏上的 P 点，若无偏转电压时电子打至 O 点，设 $OP=x$，则 x-u 图象为图 2-4-23 中的　　（　　）

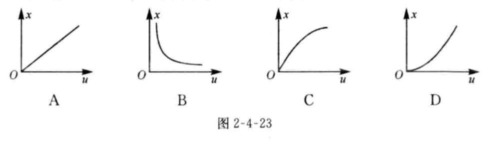


图 2-4-23

8. 两平行金属板水平放置，两板间电压随时间变化的关系如图 2-4-24 所示，开始上板带正电，若在 0→0.1s 时间内，质量为 m、带负电量为 q 的粒子在电场中央静止，两板间距离足够大，0.1s 时刻粒子开始运动（不计粒子重力）则以下判断正确的是　　（　　）

A. 粒子先向上运动，后向下运动，$t=0.4$s 时刻在出发点上方

B. 粒子先向上运动，后向下运动，$t=0.4$s 时刻在出发点下方

C. 粒子在 $t=0.2$s 时刻和 $t=0.3$s 时刻在同一位置

D. 粒子在 $t=0.3$s 时刻和 $t=0.4$s 时刻速度的大小相等，方向相反

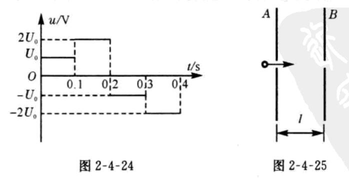


图 2-4-24　　图 2-4-25

9. 如图 2-4-25 所示，A、B 是一对中间开有小孔的平行金属板，两小孔的连线与金属板面相垂直，两极板的距离为 l，两极板间加上低频交流电压，A 板电势为零，B 板电势

$u=U_0\cos\omega t$. 现有一电子在 $t=0$ 时穿过 A 板上的小孔射入电场. 设初速度和重力的影响均可忽略不计，则电子在两极板间可能 ( )

A. 一直向 B 板运动，最后穿出 B 板，而不论 ω、l 为任何值

B. 以 AB 间的某一点为平衡位置来回振动

C. 时而向 B 板运动，时而向 A 板运动，但最后穿出 B 板

D. 如果 ω 小于某个值 ω_0，l 小于某个值 l_0，一直向 B 板运动，最后穿出 B 板

答案与提示

1. B(带电球体内场强处处为零，外部场强与 r^2 成反比，带电球体是一个等势体，离球体越远，电势越低)

2. AC(在 $0\to x_1$ 之间电势不变，说明电势差为零，即不存在沿 x 方向电场；在 $x_1\to x_2$ 之间电势均匀变化，则说明存在着沿 x 方向匀强电场)

3. AC(由速度—时间图象可知电子做加速度减小的减速运动，说明电子受到的电场力与运动方向相反，则电场方向就与运动方向相同，$\varphi_A>\varphi_B$，电子受到的电场力是减小的，说明场强减小，$E_A>E_B$)

4. D(电子在电场中受到的电场力大小不变，方向作周期性的变化，即电子加速度的大小不变，方向作周期性变化，0→1s 电子向左做匀加速运动，1s→2s，电子向左做减速运动，由运动对称性可知，电子在 2s 末的速度为零，在第 2s 内的位移也是 L，所以，$t=2$s 时，电子将处于 A 点左方 $2L$ 处)

5. BC(与题图所对应的电子的 v-t 图象如图 2-4-26 所示，由 v-t 图象与时间轴所围的面积就是位移可知，A 图的位移越来越大，B 图的位移在一个周期内为零，C 图位移也是越来越大，D 图在一个周期内的位移为零，凡是在一个周期内位移为零的图象，均是做周期性的运动)

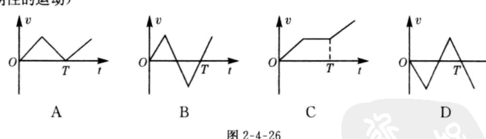


图 2-4-26

6. BC(当 $t=0$ 时，带电粒子飞入电场后，在电场方向上受到电场力做加速运动，若是粒子在 $T/2$ 的时间内没有打在极板上，且没有飞出电场，那么在 $T/2\to T$ 的时间内，粒子做匀减速运动，若是粒子在这段时间内还没有打在极板上，同时还没有飞出电场，当 $t=T$ 时，粒子沿电场方向的速度为零. 在第二个周期内又将重复第一个周期的运动，……粒子在垂直于板的方向上分运动不可能是往复振动，只能是单向运动. 当粒子在周期 T 的整数倍时飞出电场时，它的速度方向是与板平行的，因为此时粒子沿电场方向的速度刚好为零)



7. B(电子打在屏上，x 的大小与电子离开偏转电场的偏转角 θ 有关，$\tan\theta=\frac{v_y}{v_0}=\frac{eEl}{mv_0^2}=\frac{eEl}{2eu}=\frac{El}{2u}$，$x=L\tan\theta=\frac{El}{2u}L$，式中的 L 是偏转极板中点到屏的距离)

8. AD(粒子在 0.1s→0.2s 内向上做初速度为零的匀加速运动，设末速度为 $2v_0$，位移为 $s_1=\frac{0+2v_0}{2}\cdot\Delta t=v_0\Delta t$，在 0.2s→0.3s 的时间内做减速运动，时间相同，加速度只有前面的一半，速度减为 v_0，位移为 $s_2=\frac{2v_0+v_0}{2}\Delta t=1.5s_1$，在 0.3s→0.4s 的时间内粒子先做减速运动，速度为零后反向加速，整个运动的速度与时间图象如图 2-4-27 所示，由图可知在 $t=0.3$s 时刻和 $t=0.4$ 时刻速度的大小相等，方向相反，且粒子在同一位置. 粒子在 $t=0.3$s 时刻的运动类似于竖直上抛运动)

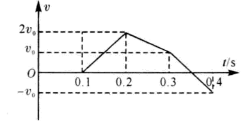


图 2-4-27

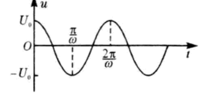


图 2-4-28

9. BD(B 板电压 $u=U_0\cos\omega t$ 可用图 2-4-28 的图象所示，也就是 A、B 两板间的电场强度随时间的变化图象也是余弦图线，电子所受到的电场力也是余弦图线. F-t 图线与横轴所围的面积是力 F 的冲量，也就是电子获得的动量，由图可知，当 $t=\pi/\omega$ 时，电子的动量为零，以后将反向向 A 板运动. 所以在 $t=\pi/\omega$ 的时间内电子在没有穿出 B 板，电子就再也不能穿出 B 板，而只能以 AB 间的某一点为平衡位置来回振动. 若要电子穿出 B 板，只能在 $t=\pi/\omega$ 的时间内穿出，这就要求 ω 要小于某个值 ω_0，同时 l 小于某个值 l_0，电子才能穿出 B 板)

高考思想篇

考点直击

年份	题源及类型	考点
2009	上海卷 T3 选择 4 分、江苏卷 T8 选择 4 分	电场强度、电势、带电体在交变电场中的运动
2008	海南卷 T5 选择 3 分、重庆卷 T21 选择 6 分 山东卷 T25 计算 18 分、广东卷 T19 计算 16 分	
2007	广东卷 T4 选择 4 分、海南卷 T2 选择 6 分	

考题探究

[例 1] (2009·上海)两带电量分别为 q 和 $-q$ 的点电荷放在 x 轴上，相距为 L，能正确反映两电荷连线上场强大小 E 与 x 关系的是图 2-4-29 中的 ( )

图 2-4-29

[分析] 两带电量分别为 q 和 $-q$ 的点电荷之间的场强是两个点电荷产生场强的叠加，由于方向相同，叠加的结果是场强增大，点电荷产生的场强 $E=\frac{kq}{r^2}$，越接近点电荷处场强越大，当 $r\to 0$ 时，$E\to\infty$. 在连线的中点，两个点电荷产生的场强相等，所以，中点处的场强不为零，由于对称性，在接近两点电荷的对称点，场强相等，只有 A 图符合条件.

[答案] A

[评析] 本题的选项是利用对称性的极限的观点进行判断，而不是利用表达式进行分析讨论.

[例 2] (2009·江苏)空间某一静电场的电势 φ 在 x 轴上分布如图 2-4-30 所示，x 轴上 B、C 两点电场强度在 x 方向上的分量分别是 E_{Bx}、E_{Cx}，下列说法中正确的有 ( )

A. E_{Bx} 的大小大于 E_{Cx} 的大小

B. E_{Bx} 的方向沿 x 轴正方向

C. 电荷在 O 点受到的电场力在 x 方向上的分量最大

D. 负电荷沿 x 轴从 B 移到 C 的过程中，电场力先做正功，后做负功

图 2-4-30

[分析] 电场强度是沿电场方向上电势变化快慢的量度，由图可知 B 点电势变化比 C 点快，E_{Bx} 的大小大于 E_{Cx} 的大小；在 $x>0$ 的区域，场强 x 分量方向沿 x 轴正方向，在 $x<0$ 的区域，场强 x 分量方向沿 x 轴负方向；O 点的场强为零；负电荷沿 x 轴从 B 移到 C 的过程中，电场力先做正功，后做负功.

[答案] AD

［例3］ 质子和中子是由更基本的粒子即所谓“夸克”组成的. 两个强作用荷相反(类似于正负电荷)的夸克在距离很近时几乎没有相互作用(称为“渐近自由”);在距离较远时,它们之间就会出现很强的引力(导致所谓“夸克禁闭”). 作为一个简单的模型,设这样的两夸克之间的相互作用力 F 与它们之间的距离 r 的关系为

$$F=\begin{cases}0, & 0<r<r_1\\ -F_0, & r_1\leqslant r\leqslant r_2\\ 0, & r>r_2\end{cases}$$

式中 F_0 为大于零的常数,负号表示引力. 用 U 表示夸克间的势能,令 $U_0=F_0(r_2-r_1)$,取无穷远为势能零点. 图 2-4-31 中 U-r 图象中正确的是 ( )

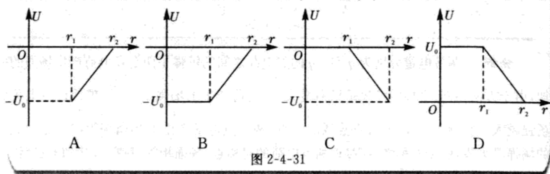


图 2-4-31

［分析］ 取无穷远为势能零点,当两夸克之间的距离由无穷远逐渐减小时,引力做正功,它们的势能是减小的,势能由零减小为负值,当它们之间的距离小于 r_1,两夸克之间没有相互作用力时,势能不变,所以 B 图正确.

［答案］ B

［例4］ 图 2-4-32 是某同学设计的电容式速度传感器原理图,其中上板为固定极板,下板为待测物体,在两极板间电压恒定的条件下,极板上所带电量 Q 将随待测物体的上下运动而变化,若 Q 随时间 t 的变化关系为 $Q=\dfrac{b}{t+a}$(a、b 为大于零的常数),其图象如图 2-4-33 所示,那么图 2-4-34、图 2-4-35 中反映极板间场强大小 E 和物体速率 v 随 t 变化的图线可能是 ( )

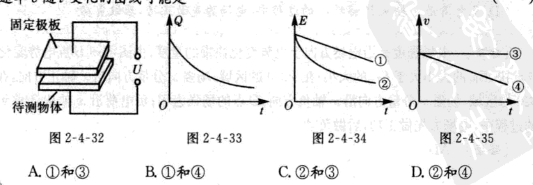


图 2-4-32　图 2-4-33　图 2-4-34　图 2-4-35

A. ①和③　B. ①和④　C. ②和③　D. ②和④

［分析］ 平行板电容器的电容 $C=\frac{\varepsilon S}{4\pi kd}$，极板带电量 $Q=CU=\frac{\varepsilon SU}{4\pi k}\cdot\frac{1}{d}$，此式与 $Q=\frac{b}{t+a}$ 相比较可知，$t+a=d$，$\frac{\varepsilon SU}{4\pi k}=b$. 极板间场强 $E=\frac{U}{d}=\frac{U}{t+a}$，$E$ 随 t 的变化关系与 Q 随时间 t 的变化关系相同，故②表示 E-t 图线；由 $t+a=d$ 可知，d 是 t 的一次函数关系，$v=\frac{\Delta d}{\Delta t}$ 是一常量，③表示速率 v 随 t 变化的图线.

［答案］ C

［例5］ 平行板间加如图 2-4-36 所示周期变化的电压，重力不计的带电粒子静止在平行板中央，从 $t=0$ 时刻开始将其释放，运动过程无碰板情况. 图 2-4-37中，能正确定性描述粒子运动的速度图象的是 （ ）

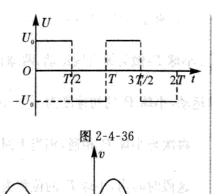


图 2-4-36

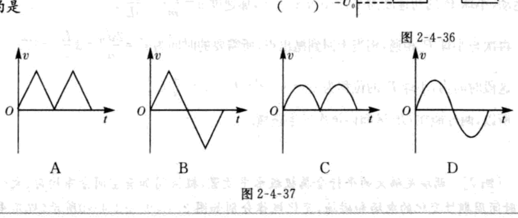


图 2-4-37

［分析］ 带电粒子由静止开始做加速运动，经过半个周期，加速度大小不变，方向反向，粒子做减速运动，在 T 时刻速度为零，以后重复以前的运动，带电粒子做加速—减速的周期性运动.

［答案］ A

［例6］ 如图 2-4-38(a)所示，在光滑绝缘水平面的 AB 区域内存在水平向右的电场，电场强度 E 随时间的变化如图 2-4-38(b)所示. 不带电的绝缘小球 P_2 静止在 O 点. $t=0$ 时，带正电的小球 P_1 以速度 v_0 从 A 点进入 AB 区域，随后与 P_2 发生正碰后反弹，反弹速度大小是碰前的 $\frac{2}{3}$ 倍，P_1 的质量为 m_1，带电量为 q，P_2 的质量 $m_2=5m_1$. A、O 间距为 L_0，O、B 间距 $L=\frac{4}{3}L_0$，已知 $\frac{qE_0}{m_1}=\frac{2v_0^2}{3L_0}$，$T=\frac{L_0}{v_0}$.

(1)求碰撞后小球 P_1 向左运动的最大距离及所需时间.

(2)讨论两球能否在 OB 区间内再次发生碰撞.

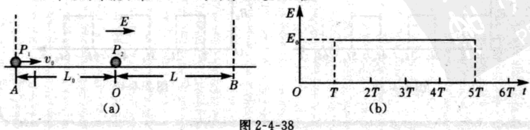


图 2-4-38

［分析与解］ (1)小球 P_1 由 A 点向 O 点运动时无电场力，即碰撞前瞬间小球 P_1 的速度为 v_0 不变，所需要的时间为 T，碰后小球 P_1 的速度由题意可知为 $v_1=\frac{2}{3}v_0$，方向向左，碰撞后小球 P_1 的加速度为 $a=\frac{qE_0}{m_1}=\frac{2v_0^2}{3L_0}$，小球 P_1 向左运动的最大距离 $s_{左\max}=\frac{v_1^2}{2a}=\frac{L_0}{3}$，所需要的时间为 $t=\frac{v_1}{a}=\frac{L_0}{v_0}=T$.

(2)两球相碰，动量守恒：$m_1v_0=5m_1v_2-m_1\cdot\frac{2}{3}v_0$，解得小球 P_2 碰后的速度 $v_2=\frac{v_0}{3}$. 小球 P_2 做匀速直线运动，两球再次相遇，若以小球 P_2 为参考系，小球 P_1 做类竖直上抛运动，小球 P_1 的初速度为 $v'_0=v_1+v_2=v_0$，加速度 $a=\frac{qE_0}{m_1}=\frac{2v_0^2}{3L_0}$.

再次与小球 P_2 相遇，相当于回到抛出点，所需要的时间为 $t'=\frac{2v'_0}{a}=3\frac{L_0}{v_0}=3T$.

这段时间内，小球 P_2 的位移为 $s_2=v_2\cdot t'=L_0<L=\frac{4}{3}L_0$.

所以，两球能在 OB 区间内再次发生碰撞.

［例7］ 两块足够大的平行金属极板水平放置，极板间加有空间分布均匀、大小随时间周期性变化的电场和磁场，变化规律分别如图 2-4-39、图2-4-40所示(规定垂直纸面向里为磁感应强度的正方向). 在 $t=0$ 时刻由负极板释放一个初速度为零的带负电的粒子(不计重力). 若电场强度 E_0、磁感应强度 B_0、粒子的比荷 $\frac{q}{m}$ 均为已知，且 $t_0=\frac{2\pi m}{qB_0}$，两板间距 $h=\frac{10\pi^2 mE_0}{qB_0^2}$.

(1)求粒子在 $0\sim t_0$ 时间内的位移大小与极板间距 h 的比值.

(2)求粒子在板间做圆周运动的最大半径(用 h 表示).

(3)若板间电场强度 E 随时间的变化仍如图 2-4-39 所示，磁场的变化改为如图 2-4-41 所示，试画出粒子在图 2-4-42 的板间运动的轨迹图(不必写计算过程)(板间暗虚线格子是为了便于作图).

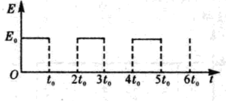


图 2-4-39

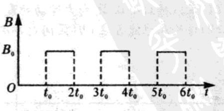


图 2-4-40

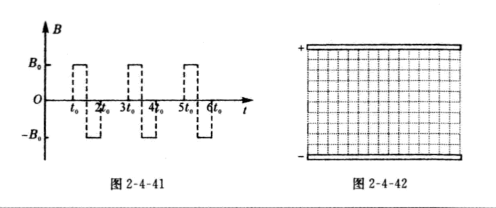


图 2-4-41　　图 2-4-42

［分析与解］ (1)设粒子在 $0\sim t_0$时间内运动位移大小为 s_1,加速度为 a:

$$s_1=\frac{1}{2}at_0^2 \quad ①$$

$$a=\frac{qE_0}{m} \quad ②$$

又已知 $t_0=\frac{2\pi m}{qB_0}$,$h=\frac{10\pi^2 mE_0}{qB_0^2}$联立①②式解得$\frac{s_1}{h}=\frac{1}{5}$ ③

(2)粒子在 $t_0\sim 2t_0$时间内只受洛仑兹力,粒子做匀速圆周运动.设运动速度大小为 v_1,轨道半径为 R_1,周期为 T,则

$$v_1=at_0 \quad ④$$

$$qv_1B_0=\frac{mv_1^2}{R_1} \quad ⑤$$

联立④⑤式得 $R_1=\frac{h}{5\pi}$ ⑥ 又 $T=\frac{2\pi m}{qB_0}$ ⑦ 即粒子在 $t_0\sim 2t_0$时间内恰好完成一个周期圆周运动.在 $2t_0\sim 3t_0$时间内,粒子做初速度为 v_1 的匀加速直线运动,设位移大小为 s_2,$s_2=v_1t_0+\frac{1}{2}at_0^2$ 解得 $s_2=\frac{3}{5}h$ ⑧

由于 $s_1+s_2<h$,所以粒子在 $3t_0\sim 4t_0$时间内继续做匀速圆周运动,设速度大小为 v_2,半径为 R_2,则

$$v_2=v_1+at_0 \quad ⑨$$

$$qv_2B=\frac{mv_2^2}{R_2} \quad ⑩$$

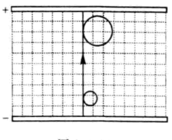
解得 $R_2=\frac{2h}{5\pi}$

由于 $s_1+s_2+R_2<h$,粒子恰好又完成一个周期的圆周运动.在 $4t_0\sim 5t_0$时间内,粒子运动到正极板(如图 2-4-43 所示).因此粒子运动的最大半径 $R_2=\frac{2h}{5\pi}$.

(3)粒子在板间运动的轨迹如图 2-4-43 所示.

［解析］ 由题意可知,电磁场的周期为 $2t_0$,前半周期粒子受电场作用做匀加速直线运动,加速度大小为:$a=\frac{qE_0}{m}$,方向向上.

后半周期粒子受磁场作用做匀速圆周运动，周期为 T，$T=\frac{2\pi m}{qB_0}=t_0$

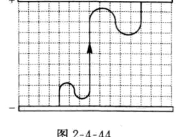

图 2-4-43

由于磁场在$\frac{3t_0}{2}$时刻反向，粒子旋转方向也反向，但沿电场方向上的位移在 t_0 时间仍为零.

粒子相当于恰好完成一次匀速圆周运动. 至第 n 个周期末，粒子位移为 s_n

$s_n=\frac{1}{2}a(nt_0)^2$. 又已知 $h=\frac{10\pi^2 mE_0}{qB_0^2}$，由以上各式得 $s_n=\frac{n^2}{5}h$.

粒子速度大小为 $v_n=nat_0$，粒子做圆周运动半径为 $R_n=\frac{mv_n}{qB_0}$.


图 2-4-44

解得 $R_n=\frac{n}{5\pi}h$. 显然 $s_2+R_2<h<s_3$.

(1)粒子在 $0\sim t_0$ 时间内的位移大小与极板间距 h 的比值 $\frac{s_1}{h}=\frac{1}{5}$.

(2)粒子在极板间做圆周运动的最大半径 $R_2=\frac{2}{5\pi}h$.

(3)粒子在极板间运动的轨迹图见图 2-4-44.

思维考试测试

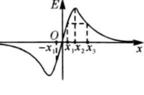


图 2-4-45

1. **(2010·江苏)**空间有一沿 x 轴对称分布的电场，其电场强度 E 随 x 变化的图象如图 2-4-45 所示. 下列说法正确的是 ( )

A. O 点的电势最低　　B. x_2 点的电势最高

C. x_1 和 $-x_1$ 两点的电势相等　　D. x_1 和 x_3 两点的电势相等

2. 有一个负点电荷只受电场力的作用，分别从两电场中 a 点由静止释放，在它沿直线运动到 b 点的过程中，动能 E_k 随位移 s 变化关系图象如图 2-4-46 中的①、②图线所示，则能与图线相对应两个电场的电场线分布图分别是图 2-4-47 中的哪些 ( )

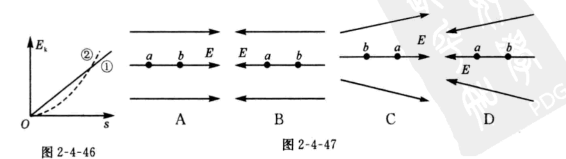


图 2-4-46　　图 2-4-47

3. 如图 2-4-48 甲所示的示波器是一种常见的电学仪器，可以在荧光屏上显示出被检测的电压随时间的变化情况如图 2-4-48 乙. 电子经电压 u_1 加速后进入偏转电场. 竖直偏转电压 u_2、水平偏转电压 u_3. 如图 2-4-48 乙所示的甲、乙电压时，与荧光屏上所得的图形的对应图 2-4-49 中正确的是　(　　)

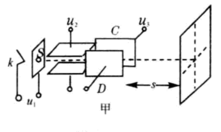


图 2-4-48

A. 如果只在 u_2 上加上甲图所示的电压，则在荧光屏上看到的图形如图 a 所示

B. 如果只在 u_3 上加上乙图所示的电压，则在荧光屏上看到的图形如图 b 所示

C. 如果同时在 u_2 和 u_3 上加上甲、乙所示的电压，则在荧光屏上看到的图形如图 c 所示

D. 如果同时在 u_2 和 u_3 上加上甲、乙所示的电压，则在荧光屏上看到的图形如图 d 所示

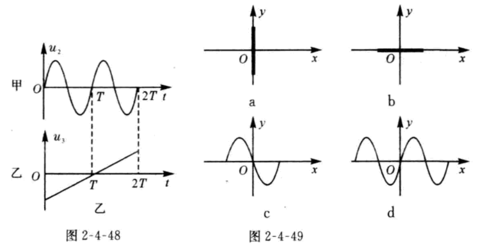


图 2-4-48　　图 2-4-49

4. 为研究静电除尘，有人设计了一个盒状容器，容器侧面是绝缘的透明有机玻璃，它的上下底面是面积 $A=0.04\text{m}^2$ 的金属板，间距 $L=0.05\text{m}$，当连接到 $U=2500\text{V}$ 的高压电源正负两板时，能在两金属板间产生一个匀强电场，如图 2-4-50 所示. 现把一定量均匀分布的烟尘颗粒密闭在容器内. 每立方米的烟尘颗粒 10^{13} 个，假设这些颗粒都处于静止状态，每个颗粒带电量为 $q=+1.0\times10^{-17}\text{C}$，质量 $m=2.0\times10^{-15}\text{kg}$，不考虑烟尘颗粒之间的相互作用和空气阻力，并忽略烟尘颗粒所受重力. 求合上电键后：

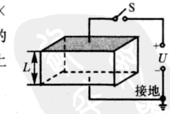


图 2-4-50

(1)经多长时间烟尘颗粒可以被全部吸附?

(2)除尘过程中电场对烟尘颗粒共做了多少功?

(3)经过多长时间容器中烟尘颗粒的总动能达到最大?

5. **(2010·江苏)** 制备纳米薄膜装置的工作电极可简化为真空中间距为 d 的两平行极板，如图 2-4-51 甲所示，加在极板 A、B 间的电压 U_{AB} 作周期性变化，其正向电压为 U_0，反向电压为 $-kU_0(k>1)$，电压变化的周期为 $2r$，如图 2-4-51 乙所示. 在 $t=0$ 时，极板 B 附近的一个电子，质量为 m、电荷量为 e，受电场作用由静止开始运动. 若整个运动过



程中,电子未碰到极板 A,且不考虑重力作用.

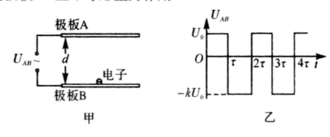
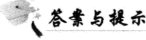


图 2-4-51

(1)若 $k=\frac{5}{4}$,电子在 $0\sim2\tau$ 时间内不能到达极板 A,求 d 应满足的条件;

(2)若电子在 $0\sim200\tau$ 时间未碰到极板 B,求此运动过程中电子速度 v 随时间 t 变化的关系;

(3)若电子在第 N 个周期内的位移为零,求 k 的值.



答案与提示

1. C(由电场强度 E 随 x 变化的图象变化关系,可知这是两个等量正电荷所形成电场在其连线的垂直平分线为 x 轴的上电场变化关系. 由等量正电荷所形成电场的特点可知,O 点的电势最高,与 O 点对称的 x_1 和 $-x_1$ 两点的电势相等,x_1 的电势高于 x_3 点的电势,所以 C 正确)

2. BC(负的点电荷只受电场力,其动能增大,电场力做正功,负电荷由低电势处向高电势处运动,A 图错误,其动能关系式由动能定理有 $E_k=Fs$,图象①是直线,说明 F 不变,对应的电场就是匀强电场,B 图正确;图象②是曲线,其斜率是越来越大,说明 F 在不断地增大,即电场强度不断增大,C 图正确,D 图错误)

3. ABD(如果只在 u_2 上加上甲图所示的电压,而水平方向没有扫描电压,屏幕竖直方向有一条亮线,a 图正确;如果只在 u_3 上加上乙图所示的电压,在竖直方向上电子没有发生偏转,屏幕在水平方向上有一条亮线;如果同时在 u_2 和 u_3 上加上甲、乙所示的电压,扫描电压的周期是 y 轴输入电压周期的 2 倍,即可出现两个完整的正弦波图形,d 图正确)

4. 两金属板间有匀强电场,带电烟尘颗粒在电场力的作用下向负极板做初速度为零的匀加速运动,要使烟尘全部吸附,也就是靠近正极板的烟尘被吸附后所有的烟尘均被吸附到负极板. 在除尘过程中,电场力对烟尘颗粒所做的功等于所有的烟尘颗粒吸附到负极板电场力所做的功,由于烟尘均匀分布,可将烟尘等效集中在容器的中心位置,在电场力作用下由容器中心移到负极板所做的功. 电场力做功每个烟尘颗粒的动能增大,同时,烟尘被吸附,容器中的烟尘在减少,烟尘的总动能是先增大后减小,只有确定容器中烟尘颗粒的总动能的表达式才能确定总动能最大时.

(1)当最靠近上表面的烟尘颗粒被吸附到下板时,烟尘就被全部吸附,烟尘颗粒受到的电场力 $F=\frac{qU}{L}$, $L=\frac{1}{2}at^2$,所以 $t=\sqrt{\frac{2m}{qU}}L=0.02\text{s}$.

(2)容器中烟尘的总电量为 $Q=NALq$,受到的电场力最大为 $F_{max}=\frac{QU}{L}=NAqU$,电

场力随着烟尘被吸附到负极板上，随距离均匀地减小，如图2-4-52所示. 由图象的知识可知，电场力做功等于图象与位移轴所围面积，即 $W=\frac{1}{2}F_{max}L=\frac{1}{2}NAqUL=2.5\times10^{-4}$J.

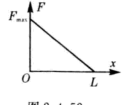


图 2-4-52

(3)设烟尘颗粒下落距离为 x，容器中没有被吸附颗粒总电量 $Q'=NA(L-x)q$，这些颗粒所受到的电场力为 $F_x=Q'\cdot\frac{U}{L}=NAqU\cdot\frac{L-x}{L}$，这个电场力恰恰是这些没有被吸附的颗粒所受的电场力，这个电场力所做的功就是没有被吸附颗粒获得的总动能，$E_{k总}=F_xx=NAqU\cdot\frac{L-x}{L}\cdot x$，当 $x=\frac{1}{2}L$ 时，$E_{k总}$ 达到最大，$x=\frac{1}{2}at_{min}^2$，$t_{min}=\sqrt{\frac{m}{qU}}x=0.014$s.

5.(1)电子在 $0\sim\tau$ 时间内做匀加速运动，加速度 $a_1=\frac{eU_0}{md}$ ①

位移 $x_1=\frac{1}{2}a_1\tau^2$ ②

在 $\tau\sim2\tau$ 时间内先做匀减速运动，后反向做匀加速运动加速度的大小 $a_2=\frac{5eU_0}{4md}$ ③

初速度的大小 $v_1=a_1\tau$ ④

匀减速运动阶段的位移 $x_2=\frac{v_1^2}{2a_2}$ ⑤

依据题，$d>x_1+x_2$，解得 $d>\sqrt{\frac{9eU_0\tau^2}{10m}}$ ⑥

(2)在 $2n\tau\sim(2n+1)\tau$，$(n=0,1,2,\cdots,99)$ 时间内速度增量 $\Delta v_1=a_1\tau=\frac{eU_0}{md}\tau$ ⑦

在 $(2n+1)\tau\sim2(n+1)\tau$，$(n=0,1,2,\cdots,99)$ 时间内加速度大小

$a'_2=\frac{ekU_0}{md}$，速度增量 $\Delta v_2=-a'_2\tau=-\frac{ekU_0}{md}\tau$ ⑧

(a)当 $0\leqslant t-2n\tau<\tau$ 时，电子的运动速度 $v=n\Delta v_1+n\Delta v_2+a_1(t-2n\tau)$ ⑨

解得 $v=[t-(k+1)n\tau]\frac{eU_0}{md}$，$(n=0,1,2,\cdots,99)$ ⑩

(b)当 $0\leqslant t-(2n+1)\tau<\tau$ 时，电子速度 $v=(n+1)\Delta v_1+n\Delta v_2-a'_2[t-(2n+1)\tau]$ ⑪

解得 $v=[(n+1)(k+1)\tau-kt]\frac{eU_0}{dm}$，$(n=0,1,2,\cdots,99)$ ⑫

(3)电子在 $2(N-1)\tau\sim(2N-1)\tau$ 时间内的位移 $x_{2N-1}=v_{2N-2}\tau+\frac{1}{2}a_1\tau^2$，

电子在 $(2N-1)\tau\sim2N\tau$ 时间内的位移 $x_{2N}=v_{2N-1}\tau+\frac{1}{2}a'_2\tau^2$，

由⑩式可知 $v_{2N-2}=(N-1)(1-k)\frac{eU_0}{dm}\tau$，由⑫式可知 $v_{2N-1}=(N-Nk+k)\frac{eU_0}{dm}\tau$，

依题意得 $x_{2N-1}+x_{2N}=0$，解得：$k=\frac{4N-1}{4N-3}$.

2.5 电磁感应部分图象法

闭合回路的磁通量发生变化会产生感应电流.感应电流的产生及其大小和方向的变化与诸多因素有关:如感应电流是闭合回路一部分导体切割磁感线而产生,切割磁感线的导体的长度变化、速度变化均可以引起感应电流的变化,还可能由于回路的几何形状不同而导致回路中感应电流的变化,同样磁通量的变化率发生变化也会导致感应电流的变化.正由于这些变化的多样性,感应电流会随时间或距离的变化中暗藏诸多的考查点,这些正是多年来高考所关注的内容.



解题方法指导

[例1] 如图 2-5-1 所示,在 PQ、QR 区域中存在着磁感应强度大小相等、方向相反的匀强磁场、磁场方向均垂直于纸面.一导线框 $abcdefa$ 位于纸面内,框的邻边都相互垂直,bc 边与磁场的边界 P 重合,导线框与磁场区域的尺寸如图所示.从 $t=0$ 时刻开始,线框匀速横穿两个磁场区域.以 $a\to b\to c\to d\to e\to f$ 为线框中的电动势 ε 的正方向,以图 2-5-2 中四个 ε-t 关系示意图中正确的是 ( )

图 2-5-1

A　B　C　D

图 2-5-2

[解] 由感应电动势 $\varepsilon=BLv$ 中的 L 是切割磁感线的有效长度,由 cd 进入左侧磁场过程中切割磁感线的有效长度是 l,由 cd 进入右侧磁场的过程中,由于左右两侧的磁场方向相反,ed 和 cb 切割磁感线产生的感应电动势抵消,整个线框中的感应电动势为零,当 fa 进入磁场后,也即 ed 进入右侧磁场后,cb 已离开右侧磁场区域,线框中切割磁感线的有效长度是 $3l$,当 fa 进入右侧磁场区域时 ed 已离开右侧磁场区域,所以切割磁感线的有效长度为 $2l$,再根据题设中所确定的正、负方向确定其感应电动势的正负值.

[答案] C



［要点］　(1)公式 $\varepsilon=BLv$ 中 B、L、v 的物理意义：在 L 上，B 和 v 均为常量，且这三个物理量的方向互相垂直，L 是切割磁感线的有效长度.

(2)在闭合回路中，有两段导体切割磁感线时，在回路中引起的感应电流方向一致时，两段导体均为电源；若感应电流的方向相反，回路中感应电动势是两段导体产生的感应电动势之差的绝对值.

［例2］　在竖直向上的匀强磁场中，水平放置一个不变形的单匝金属圆线圈，规定线圈中感应电流的正方向如图 2-5-3 所示，当磁场的磁感应强度 B 随时间 t 如图 2-5-4 所示变化时，图2-5-5中正确表示线圈中感应电动势 E 变化的是　　(　　)

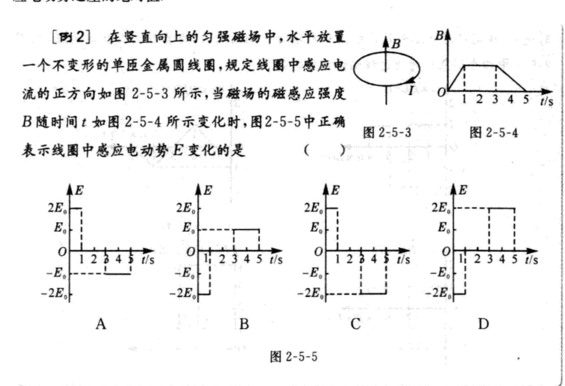


图 2-5-3　　图 2-5-4

图 2-5-5

［解］　由图可知 0→1s 磁感应强度均匀增大，感应电流的磁场方向与原磁场方向相反，向下，由右手螺旋定则可知感应电流是顺时针方向(从上向下看)为正，感应电动势为正，且为定值，感应电流大小不变；在 1s→3s 时间内，磁感应强度不变，线圈中的磁通量不变，感应电流为零；在 3s→5s 时间内，磁感应强度均匀地减小，磁感应强度对时间的变化率是 0→1s 的一半，感应电流为负，感应电流也为开始时的一半.

［答案］　A

［要点］　磁感应强度均匀变化时，感应电动势为定值，感应电流不变；磁感应强度的变化率为零，感应电动势为零，感应电流也为零. 感应电流的方向由楞次定律确定，在本题，感应电流的方向与磁感应强度的变化率的正、负有关.



［例3］ 如图2-5-6所示，一有界匀强磁场，磁感应强度大小均为B，方向分别垂直纸面向里和向外磁场宽度均为L，在磁场区域的左侧相距为L处，有一边长为L的正方形导体线框，总电阻为R，且线框平面与磁场方向垂直．现使线框以速度v匀速穿过磁场区域．若以初始位置为计时起点，规定逆时针方向时的电流和电动势方向为正，B垂直纸面向里时为正，则图2-5-7中四个图象中对此过程描述正确的是（　　）

图2-5-6

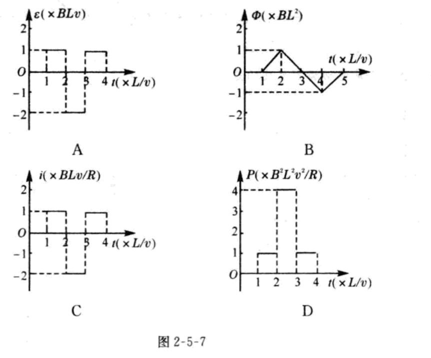


图2-5-7

［解］ 正方形线圈匀速进入左侧磁场的过程中感应电流是逆时针方向为正，线圈开始进入右侧磁场后，线圈左右两边切割磁感线产生的感应电动势在闭合回路中同向，产生的感应电流是顺时针方向，为负，同时电流是开始时的二倍，A、C两图对应此时间段均为负值，当线圈离开右侧磁场时，感应电流是逆时针方向，为正，A、C两图正确．线圈开始进入右侧磁场区域直到全部进入右侧磁场区域所需要的时间是1个单位时间，B图却用了2个单位时间，错误．由电功率$P=\varepsilon I$，可知D图对．

线圈在两侧磁场区域里产生的感应电动势是在一侧磁场区域里的二倍，电阻不变，功率就为四倍．

［答案］ B

［要点］ 本题的判断要扣住感应电流的方向，在磁场中运动的时间，感应电动势的大小，从这三个角度进行判断最迅速．

[例 4] 如图 2-5-8 所示，有一质量 $m=1\text{kg}$ 的正方形金属框，其总电阻 $R=0.5\Omega$，金属框放在表面绝缘且光滑的斜面 $AA'B'B$ 顶端（金属框上边与 AA' 重合），自静止开始沿斜面下滑，下滑过程中穿过一段边界与斜面底边 $B'B$ 平行、宽度为 d 的匀强磁场后滑至斜面底端（金属框下边与 $B'B$ 重合）. 设金属框在下滑过程中的速度为 v，与此对应的位移为 s，那么 v^2-s 图象如图 2-5-9 所示. 已知匀强磁场方向垂直斜面向上，试问：

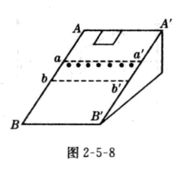


图 2-5-8

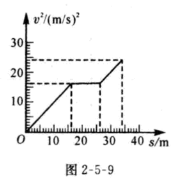


图 2-5-9

(1)根据 v^2-s 图象所提供的信息，计算出斜面倾角 θ 和匀强磁场宽度 d；

(2)匀强磁场的磁感应强度多大？金属框从斜面顶端滑至底端所需的时间为多少？

[分析与解] (1)由 v^2-s 图象可知，线框有一段匀速运动，说明线框进入磁场到离开磁场都是做匀速直线运动（若是变速运动，则是加速度变化的变速运动，而图象没有曲线），匀速距离为磁场宽度二倍，$2d=10\text{m}$，线框边长为 $l=d=5\text{m}$.

线框在无磁场区域做匀加速运动，由匀变速运动公式可知

$$v^2=2as, a=\frac{v^2}{2s}=\frac{16}{2\times16}\text{m/s}^2=0.5\text{m/s}^2, a=g\sin\theta, \theta=\arcsin\frac{a}{g}=\arcsin 0.05$$

(2)线框在磁场中匀速运动时受到的合外力为零，在平行于斜面方向上有

$$F_B=IBl=\frac{B^2l^2v}{R}=mg\sin\theta \qquad B=\frac{1}{l}\sqrt{\frac{mgR\sin\theta}{v}}=0.05\text{T}$$

金属框从斜面顶端滑至底端所需的时间 $t=\sqrt{\frac{2\times16}{0.5}}+\frac{10}{\sqrt{16}}+\frac{\sqrt{24}-\sqrt{16}}{0.5}=12.3\text{s}$

[要点] 正确读取图象所提供的信息：线框进入磁场和离开磁场均做匀速直线运动，说明磁场的宽度是它匀速直线运动距离的一半，若是磁场的宽度不符合这个条件，图象就会出现曲线，这是本题的切入点. 两段加速运动阶段的斜率相同，说明加速度相同，这只能是在无磁场区域中的运动，即由重力平行于斜面的分量提供加速度.

跟踪训练

1. 图 2-5-10 中两条平行虚线之间存在匀强磁场，虚线间的距离为 l，磁场方向垂直纸面向里. $abcd$ 是位于纸面内的梯形线圈，ad 与 bc 间的距离也为 l. $t=0$ 时刻，bc 边与磁场区域边界重合. 现令线圈以恒定的速度 v 沿垂直于磁场区域边界的方向穿过磁场区域. 取沿 $a\to b\to c\to d\to a$ 的感应电流为正，则在线圈穿越磁场区域的过程中，感应电流 I 随时间 t 变化的图线可能是图 2-5-11 中的（　　）

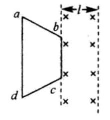


图 2-5-10

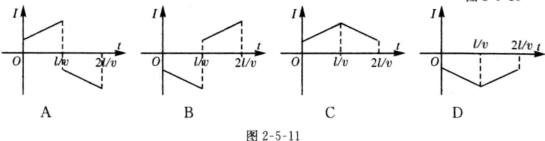


图 2-5-11

2. 如图 2-5-12 所示，在 $x\leqslant 0$ 的区域内存在匀强磁场，磁场的方向垂直于 xOy 平面(纸面)向里. 具有一定电阻的矩形线框 $abcd$ 位于 xOy 平面内，线框架的 ab 边与 y 轴重合. 令线框从 $t=0$ 的时刻起由静止开始沿 x 轴正方向做匀加速运动，则线框中的感应电流 I(取逆时针方向的电流为正)随时间 t 的变化图线 I-t 图可能是图2-5-13中的（　　）

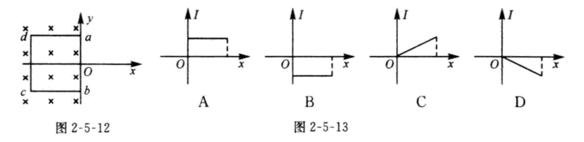


图 2-5-12　　图 2-5-13

3. 一矩形线圈位于一随时间 t 变化的匀强磁场内，磁场方向垂直线圈所在的平面(纸面)向里，如图 2-5-14 所示，磁感应强度 B 随 t 的变化规律如图 2-5-15 所示. 以 I 表示线圈中的感应电流，以图 2-5-14 中线圈上箭头所示方向的电流为正，则图2-5-16中的 I-t 图象中正确的是（　　）

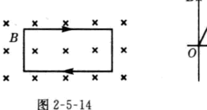


图 2-5-14



图 2-5-15

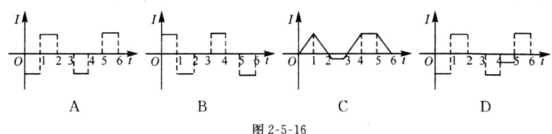


图 2-5-16

4. 铁路上常使用一种电磁装置向控制中心传输信号以确定火车的位置. 如图 2-5-17 所示(俯视图),能产生匀强磁场的磁铁,被安装在火车首节车厢下面,当它经过安放在两铁轨间的线圈时,便会产生一电信号,被控制中心接收. 当火车匀减速直线运动通过线圈时,则控制中心接收到的线圈两端的电压信号为图 2-5-18 中 ( )

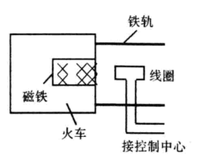


图 2-5-17

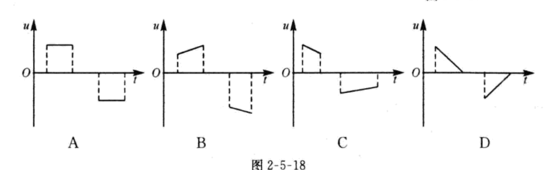


图 2-5-18

5. 如图 2-5-19 所示,一有界匀强磁场,其边界构成等腰直角三角形 Oab, $Ob=2l$,磁场方向垂直纸面向里. 一个电阻为 R、边长为 l 的正方形导线框,沿 Ob 的方向以速度 v 做匀速直线运动通过有界匀强磁场,正方形导线框下边线与 b 在一条直线上. 在 $t=0$ 时刻恰好位于图中所示位置的 O 点. 以逆时针方向为导线框中感应电流的正方向,在图 2-5-20 中的四幅图中能够正确表示感应电流—时间(I-t)关系的图象是(时间以 l/v 为单位) ( )

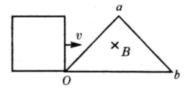


图 2-5-19

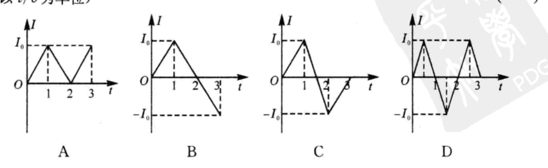


图 2-5-20



答案与提示

1. B(由右手定则可知线圈进入磁场时的感应电流为负方向,出磁场时的感应电流为正方向,所以只有B选项正确)

2. D(线框从 $t=0$ 的时刻起由静止开始沿 x 轴正方向做匀加速运动,切割磁感线的边是 cd 边,设线框的加速度为 a,cd 边长为 l,产生的感应电动势 $E=Blv=Blat$,线框的电阻为 R,线框中的感应电流 $I=\frac{E}{R}=\frac{BLat}{R}$,此式说明线框中的感应电流的大小将随时间 t 而增大,由右手定则可知线框中的电流方向是顺时针方向,线框中感应电流的方向与规定的方向相反,取负值)

3. A(由图中磁感应强度在 0→1 的时间内是均匀增大的,感应电流是恒定的,感应电流的磁场方向是垂直于纸面向外,可知感应电流的方向与图示的方向相反,所以电流是负值;在 1→2 的时间内磁感应强度是均匀减小,则感应电流是正值,大小不变,在 2→3 和 4→5 的时间内,磁感应强度不变,感应电流均为零)

4. C(火车减速时线圈中感应电流减小,进入磁场最后瞬间的感应电流大小与开始离开磁场瞬间感应电流大小相差不大,线圈通过磁场的时间逐渐增长,线圈进入磁场和离开磁场时感应电流方向相反,由以上四个特点确定C图正确)

5. C(正方形线圈从 O 点运动到等腰直角三角形的正中央的过程中切割磁感线的有效长度是均匀增大,所以,感应电动势和感应电流均匀增大,线圈再向右运动时线圈左边进入磁场后,导致切割磁感线的有效长度减小,由于两边均在磁场中,减小率是增大率的2倍,此过程感应电流的方向还发生变化,当线圈右侧离开磁场后,线圈中感应电流的方向还是负方向,电流大小变化率与进入磁场时具有对称性)

高考思想篇

考点直击

年份	题源及类型	考点
2009	宁夏理综T19选择6分、上海卷T24计算14分	电磁感应、法拉第电磁感应定律、楞次定律、闭合回路欧姆定律
2008	全国Ⅱ卷T21选择6分、全国Ⅰ卷T20选择6分、上海卷T10选择4分、广东卷T21计算17分	
2007	理综Ⅰ卷T21选择6分、上海卷T23计算13分	

考题探究

［例 1］ 如图 2-5-21 所示，一个边长为 l 的正方形虚线框内有垂直于纸面向里的匀强磁场；一个边长也为 l 的正方形导线框所在平面与磁场方向垂直；虚线框对角线 ab 与导线框的一条边垂直，ba 的延长线平分导线框. 在 $t=0$ 时，使导线框从图示位置开始以恒定速度沿 ab 方向移动，直到整个导线框离开磁场区域. 以 i 表示导线框中感应电流的强度，取逆时针方向为正. 图 2-5-22 中表示 i-t 关系的图示中，可能正确的是　　（　　）

图 2-5-21

A　　B　　C　　D

图 2-5-22

［分析］ 线圈的 pq 边进入磁场的过程中，由图 2-5-23(a)图中的位置 1(实线)到位置 2(虚线)的过程中，切割磁感线的有效长度在增大，感应电流在增大；由图 2-5-23(b)图中的位置 2(虚线)到位置 3(实线)的过程中，切割磁感线的有效长度不变，感应电流大小不变；由图 2-5-23(c)图中的位置 3(实线)到位置 4(虚线)的过程中，切割磁感线的有效长度在减小，感应电流大小减小，此过程中减小率与(a)图中进入时的增大率大小相等；由图2-5-23(d)图中的位置 4(虚线)到位置 5(实线)的过程中，切割磁感线有效长度在减小到零，感应电流大小减小到零，此过程中减小率是(a)图中由位置 1 到位置 2 的增大率的 2 倍. 再以后的运动与前一段运动具有对称性，仅感应电流方向与原来相反.

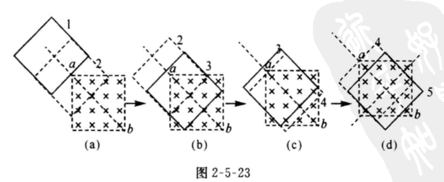


图 2-5-23

［答案］ C

［要点］ (1)选择特殊位置(即突变位置，如图中的 1、2、3、4、5 个位置)之间切割磁感线的有效长度关系进行分析，以免漏掉其中的某一过程，这是典型的跟踪分析法，也可

以说是顺藤摸瓜.

(2)利用对称性可以事半功倍,就可以省去后半过程的分析.

[例2] 矩形导线框 $abcd$ 固定在匀强磁场中,磁感线的方向与导线框所在平面垂直,规定磁场的正方向垂直纸面向里,磁感应强度 B 随时间变化的规律如图 2-5-24 中的(b)所示.若规定顺时针方向为感应电流 i 的正方向,图 2-5-25 各图中正确的是 ( )

(a) (b)

图 2-5-24

A B C D

图 2-5-25

[分析] 由(b)图可知磁感应强度的变化率大小是不变的,仅仅是方向发生变化,即感应电流的大小不变,也只是方向发生变化,在 0→1s 和 3s→4s 时间内,磁感应强度的变化率相同,由楞次定律可知感应电流是负值,在 1s→3s 的时间内,磁感应强度的变化引起的感应电流方向为正值.

[答案] D

[要点] 在线圈面积一定的条件下,感应电流大小只与磁感应强度的变化率有关,方向与变化率的正、负有关.

[例3] 如图 2-5-26 所示,平行于 y 轴的导体棒以速度 v 向右匀速直线运动,经过半径为 R、磁感应强度为 B 的圆形匀强磁场区域,导体棒中的感应电动势 E 与导体棒位置 x 关系的图象是图 2-5-27中的 ( )

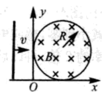
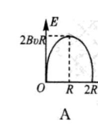
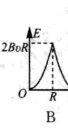


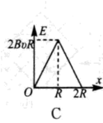
图 2-5-26



A



B



C



D

图 2-5-27

[分析] 导体棒切割磁感线的有效长度随其进入磁场区域的长度变化而变化,其有效长度为 $L=2\sqrt{R^2-(R-x)^2}$,即电动势 $E=BLv=2Bv\sqrt{R^2-(R-x)^2}$

其中 $0\leqslant x\leqslant 2R$，只有 A 图图象符合要求）

［答案］ A

［例 4］ 如图 2-5-28 所示，$LOO'L'$ 为一折线，它所形成的两个角 $\angle LOO'$ 和 $\angle OO'L'$ 均为 45°. 折线的右边有一匀强磁场，其方向垂直于纸面向里，一边长为 l 的正方形导线框沿垂直于 OO' 的方向以速度 v 做匀速直线运动，在 $t=0$ 的刻恰好位于图中所示位置. 以逆时针方向为导线框中电流的正方向，在图 2-5-29 四幅图中能够正确表示电流—时间（I-t）关系的是（时间以 l/v 为单位）　　（　　）

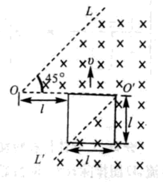


图 2-5-28

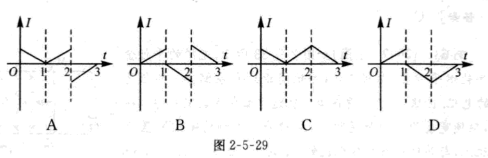


图 2-5-29

［解］ 当线圈向上运动时，由图 2-5-30 中位置 1（实线）到位置 2（虚线）过程中，回路中切割磁感线的有效长度由零逐渐增大到 L，感应电流增大，感应电流逆时针，为正；当线框由位置 2 到位置 3（点画线）过程中，切割磁感线的有效长度在增大，感应电流增大，感应电流顺时针，为负；由位置 3 继续向上运动，切割磁感线的有效长度在减小，感应电流减小到零，感应电流顺时针方向，为负.

［答案］ D

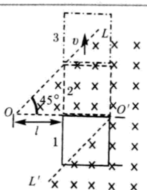


图 2-5-30

［例 5］ （2009・宁夏）如图 2-5-31 所示，一导体圆环位于纸面内，O 为圆心. 环内两个圆心角为 90° 的扇形区域内分别有匀强磁场，两磁场磁感应强度的大小相等，方向相反且均与纸面垂直. 导体杆 OM 可绕 O 转动，M 端通过滑动触点与圆环良好接触. 在圆心和圆环间连有电阻 R. 杆 OM 以匀角速度 ω 逆时针转动，$t=0$ 时恰好在图示位置. 规定从 a 到 b 流经电阻 R 的电流方向为正，圆环和导体杆的电阻忽略不计，则杆从 $t=0$ 开始转动一周的过程中，电流随 ωt 变化的图象是图 2-5-32 中　　（　　）

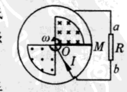


图 2-5-31

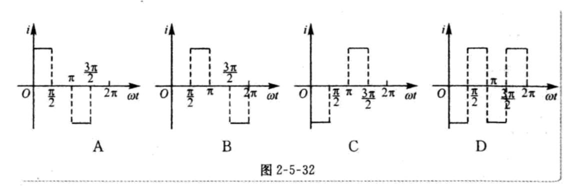


图 2-5-32

［分析］ 导体杆在转动的过程中，一个周期内有一半的时间不在磁场中，故无感应电流，D图排除；$t=0$ 时恰好在图示位置转动，第一个 $T/4$ 内有感应电流，B图排除；由右手定则可知第一个 $T/4$ 内感应电流从 b 到 a 为负值，只有C图正确.

［答案］ C

［例6］ **(2009·上海)** 如图 2-5-33 所示，光滑的平行金属导轨水平放置，电阻不计，导轨间距为 l，左侧接一阻值为 R 的电阻. 区域 $cdef$ 内存在垂直轨道平面向下的有界匀强磁场，磁场宽度为 s. 一质量为 m，电阻为 r 的金属棒 MN 置于导轨上，与导轨垂直且接触良好，受到 $F=0.5v+0.4(\mathrm{N})$（v 为金属棒运动速度）的水平力作用，从磁场的左边界由静止开始运动，测得电阻两端电压随时间均匀增大.（已知 $l=1\mathrm{m}$，$m=1\mathrm{kg}$，$R=0.3\Omega$，$r=0.2\Omega$，$s=1\mathrm{m}$）

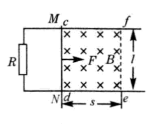


图 2-5-33

(1)分析并说明该金属棒在磁场中做何种运动；

(2)求磁感应强度 B 的大小；

(3)若撤去外力后棒的速度 v 随位移 x 的变化规律满足 $v=v_0-\dfrac{B^2l^2}{m(R+r)}x$，且棒在运动到 ef 处时恰好静止，则外力 F 作用的时间为多少？

(4)若在棒未出磁场区域时撤去外力，画出棒在整个运动过程中速度随位移的变化所对应的各种可能的图线.

［分析与解］ (1)金属棒做匀加速运动. 因 R 两端电压 $U\propto I\propto \varepsilon\propto v$，$U$ 随时间均匀增大，即 v 随时间均匀增大，加速度为恒量.

(2)金属棒受到的安培力为 $F_B=\dfrac{B^2l^2v}{R+r}$，由牛顿第二定律有 $F-\dfrac{B^2l^2v}{R+r}=ma$

将 $F=0.5v+0.4$ 代入得 $\left(0.5-\dfrac{B^2l^2}{R+r}\right)v+0.4=a$

金属棒做匀加速运动，a 与 v 无关，所以 $0.5-\dfrac{B^2l^2}{R+r}=0$，得 $B=0.5\mathrm{T}$，$a=0.4\mathrm{m/s^2}$

(3)金属棒做匀加速运动的位移为 $x_1=\dfrac{1}{2}at^2$，做减速运动时有 $v_0=\dfrac{B^2l^2v}{m(R+r)}x_2=at$

$x_1+x_2=s$，故有$\frac{1}{2}at^2+\frac{m(R+r)}{B^2l^2}at=s$，得：$0.2t^2+0.8t-1=0$，解得：$t=1\text{s}$.

(4)可能图线如图 2-5-34 所示：

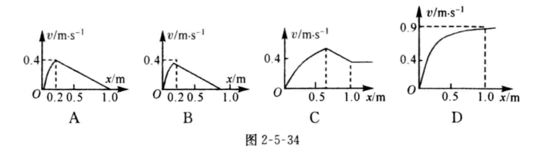


图 2-5-34

金属棒在 F 作用下做匀加速运动时，其位移与速度关系有 $v_0^2=2ax_1$. 撤去外力后在安培力作用下做减速运动，通过金属棒电量 $\Delta q=\bar{I}\cdot\Delta t=\frac{\bar{E}}{R+r}\cdot\Delta t=\frac{\Delta\Phi}{(R+r)\Delta t}\cdot\Delta t=\frac{Blx_2}{R+r}$，安培力的冲量 $F_B\Delta t=\bar{I}Bl\cdot\Delta t=Bl\Delta q=\frac{B^2l^2}{R+r}x_2$，由动量定理有$\frac{B^2l^2}{R+r}x_2=m(v_0-v)$，得到 $v=v_0-\frac{B^2l^2}{m(R+r)}x_2=(v_0-0.5x_2)\text{m/s}$. 因 $a=0.4\text{m/s}^2$：①若 $x_1=0.2\text{m}$，$v_0=0.4\text{m/s}$，$v=0$ 时，$x_2=0.8\text{m}$，A 图图象所描述；②若 $x_1<0.2\text{m}$，$v_0<0.4\text{m/s}$，$v=0$ 时，$x_2<0.8\text{m}$，B 图图象所描述；③若要金属棒离开磁场后具有速度，则 $v>0$，$(v_0-0.5x_2)\text{m/s}>0$，将 $v_0^2=2ax_1$ 代入后得 $\sqrt{0.8x_1}-0.5x_2>0$，将 $x_1+x_2=1\text{m}$ 代入后，整理后得 $5x_1^2-26x_1+5<0$，令 $5x_1^2-26x_1+5=0$，可得两解：$x_1=0.2\text{m}$ 和 $x_1=5\text{m}$，由于 $5x_1^2-26x_1+5<0$，要使该式成立，只能取 $0.2\text{m}<x_1<5\text{m}$，且 $x_1<1\text{m}$，金属棒离开磁场后具有速度做匀速直线运动，这就是 C 图所描述；④当外力作用的距离为 1m 时，就是 D 图所描述.

[评析]　本题的难点在第四小问，前三小问为第四小问作铺垫. 第四小问中分析金属棒在外力作用时的匀加速运动和安培力作用时的加速度减小的减速运动两种形式中的变与不变. 匀加速运动的加速度不变，位移与速度是二次方的关系；减速运动中的加速度在减小，但速度与位移却是一次函数关系，巧妙地利用这两个特点. 再利用二次函数不等式中的解的合理性求出外力作用不同的距离，导出减速运动的不同距离，从而确定外力作用距离的两个临界值：$x_1=0.2\text{m}$ 和 $x_1=5\text{m}$，这是第四小问的核心所在.

思维考试测试

1. 如图 2-5-35 所示，在长为 L，宽为 d 的长方形区域内有垂直纸面向里的匀强磁场. 一直角三角形的闭合导线框 ABC 匀速通过磁场区域，已知导线框 AC 边小于 L，BC 边小于 d. 运动中 AC 边平行磁场区域边界 cd. 设导线框 BC 边进入磁场开始计时，图中箭头为电流正方向，则导线框中感应电流 i 随时间 t 的变化图象，应是图 2-5-36 中的　　(　　)

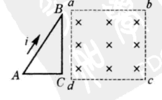


图 2-5-35



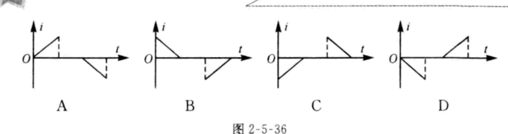


图 2-5-36

2. 如图 2-5-37 所示，一矩形闭合金属框 $abcd$ 从高处自由下落，进入一个水平方向的匀强磁场. 在金属框穿过磁场的边界 MN 的过程中，其运动速度与时间的关系图象可能是图 2-5-38 中的 （ ）

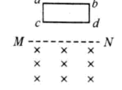


图 2-5-37

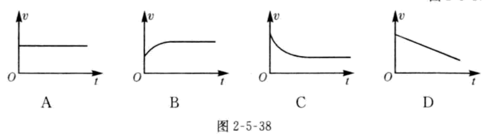


图 2-5-38

3. 如图 2-5-39 所示，两根平行光滑导轨竖直放置，处于垂直导轨平面的匀强磁场中. 金属杆 ab 接在两导轨间，在开关 S 断开时，让 ab 自由下落，ab 下落过程中始终保持与两轨垂直并与之接触良好. 设导轨足够长且电阻不计，当开关 S 闭合后开始计时，ab 下落速度 v 随时间 t 的变化图象可能是图 2-5-40 中的 （ ）

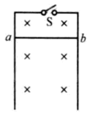


图 2-5-39

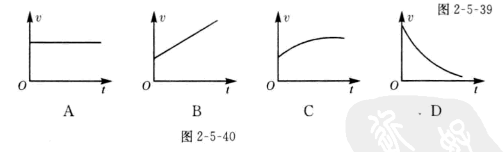


图 2-5-40

4. 如图 2-5-41(a)所示，水平放置的两根平行金属导轨，间距 $L=0.30\text{m}$. 导轨左端连接 $R=0.60\Omega$ 的电阻，区域 $abcd$ 内存在垂直于导轨平面 $B=0.60\text{T}$ 的匀强磁场，磁场区域宽 $D=0.20\text{m}$. 细金属棒 A_1 和 A_2 用长为 $2D=0.4\text{m}$ 的轻质绝缘杆连接，放置在导轨平面上，并与导轨垂直，每根金属棒在导轨间的电阻均为 $r=0.30\Omega$，导轨电阻不计，使金属棒以恒定速度 $v=1.0\text{m/s}$ 沿导轨向右穿越磁场，计算从金属棒 A_1 进入磁场($t=0$)到 A_2 离开磁场的时间内，不同时间段通过电阻 R 的电流强度，并在图2-5-41(b)中画出.

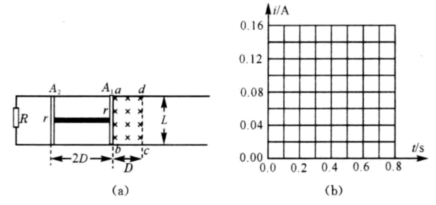


图 2-5-41

5.(**2010 · 江苏**)如图 2-5-42 所示的电路中,电源的电动势为 E,内阻为 r,电感 L 的电阻不计,电阻 R 的阻值大于灯泡 D 的阻值,在 $t=0$ 时刻闭合开关 S,经过一段时间后,在 $t=t_1$ 时刻断开 S,图 2-5-43 中表示 A、B 两点间电压 U_{AB} 随时间 t 变化的图象中,正确的是 ( )

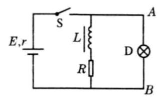


图 2-5-41

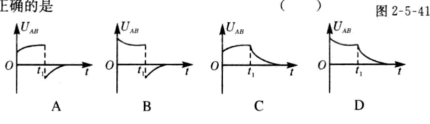


图 2-5-43

6.如图 2-5-44 所示,一对平行的光滑轨道放置在水平面上,两轨道间距 $l=0.20\text{m}$,电阻 $R=1.0\Omega$;有一导体杆静止地放在轨道上,与两轨道垂直,杆及轨道的电阻皆可忽略不计,整个装置处于磁感应强度 $B=0.50\text{T}$ 的匀强磁场中,磁场方向垂直轨道面向下,现用一外力 F 沿轨道方向拉杆,使之做匀加速运动,测得力 F 与时间 t 的关系如图 2-5-45 所示,求杆的质量 m 和加速度 a.

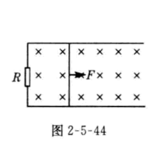


图 2-5-44

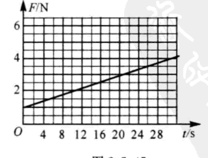


图 2-5-45

答案与提示

1. C(三角形线框切割磁感线的有效长度在进入磁场的过程中是逐渐减小,即感应电动势在减小,感应电流在减小;线框全部进入匀强磁场后的磁通量不变,感应电流为零,出磁场的过程中切割磁感线的有效长度也是逐渐减小,感应电流在减小. 由右手定则可知进入磁场的过程中的感应电流方向与图示的方向相反,为负值,离开磁场时感应电流方向与图示的方向一致,为正值)

2. ABC(金属框的下边进入磁场区域后,金属框中就有感应电流,同时金属框的 cd 边将受到向上的安培力 F_B. 若 $F_B=mg$(mg 为金属框的重力),金属框在穿过磁场的边界 MN 的过程中是做匀速运动;若 $mg>F_B$,金属框的加速度 $a=g-F_B/m$,金属框的速度 v 增大,回路中的感应电流 I 在增大,金属框所受的安培力 F_B 增大,加速度 a 减小,金属框做加速度减小的加速运动,当加速度减小为零时,金属框就做匀速直线运动;若 $mg<F_B$,金属框的加速度 $a=F_B/m-g$,方向向上,金属框速度 v 减小,金属框中感应电流在减小,金属框的安培力 F_B 在减小,加速度在减小,金属框做加速度减小的减速运动,当加速度 $a=0$ 时,金属框就做匀速运动.)

3. AC(开关S闭合后,ab 已经具有一定的速度,闭合电路中有感应电流,ab 受到了向上的安培力作用,这就有三种可能性:安培力等于重力,ab 做匀速运动,安培力大于重力,ab 做减速运动,安培力在减小,是一个加速度减小的减速运动,当安培力减小到与重力平衡时,ab 做匀速直线运动,其速度不可能接近零. 安培力小于重力,ab 做加速运动,安培力在增大,是一个加速度减小的加速运动)

4. 0—0.2s:A_1 产生的感应电动势:$E=BLv=0.6\times0.3\times1.0\text{V}=0.18\text{V}$

电阻 R 与 A_2 并联阻值:$R_{并}=\dfrac{R\cdot r}{R+r}=0.2\Omega$

R 两端电压 $U=\dfrac{R_{并}}{R_{并}+r}E=\dfrac{0.2}{0.2+0.3}\times0.18\text{V}$

$=0.072\text{V}$

通过电阻 R 的电流:$I_1=\dfrac{U}{R}=\dfrac{0.072}{0.6}\text{A}=0.12\text{A}$

0.2—0.4s:$E=0$,　$I_2=0$

0.4—0.6s:同理:$I_3=0.12\text{A}$

图象见图 2-5-46.

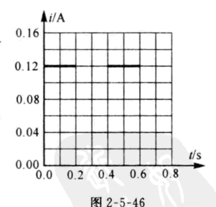
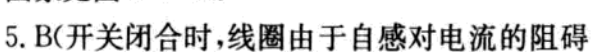


图 2-5-46



5. B(开关闭合时,线圈由于自感对电流的阻碍作用,可看作电阻,线圈电阻逐渐减小,并联电路电阻逐渐减小,电压 U_{AB} 逐渐减小;开关闭合后再断开时,线圈的感应电流与原电流方向相同,形成回路,灯泡的电流与原电流方向相反,并逐渐减小到 0,所以正确选项 B)

6. 导体杆在轨道上做匀加速直线运动,用 v 表示其速度,t 表示时间,导体杆运动的速度为 $v=at$

杆切割磁感线产生感应电动势，$E=Blv=Blat$

在轨道回路中产生的感应电流 $I=\frac{E}{R}=\frac{Blat}{R}$

杆受到的安培力 $F_B=IBl$

根据牛顿运动定律有 $F-F_B=ma$ 即 $F=F_B+ma$

由以上各式可得 $F=ma+\frac{B^2l^2at}{R}$

由图象可知在 F 轴上截距为 $ma=1\text{N}$ ①

斜率为 $\frac{B^2l^2a}{R}=0.1\text{N/s}$ ②

由①、②式可得 $a=10\text{m/s}^2$ $m=0.1\text{kg}$



第三讲 整体法与隔离法

整体法:在研究物理问题时,当所研究的对象不是一个物体,而是两个或两个以上的物体时,若不求物体之间的相互作用力,可将整个系统作为一个整体来研究;若一个物体运动是由多个运动形式所组成,若将这多个的运动形式以整体的运动情况进行求解,回避各个运动阶段的情况.这两种情况所采取的方法均叫整体法.

隔离法:将所研究的系统中的某个物体与其他物体隔离开,研究这个物体受其他物体对它的作用力;当物体运动是由多个运动过程组合而成,逐个研究其运动过程.这两种情况所采取的方法叫做隔离法.

应用整体法有时不能完整地解答一道物理题,但应用隔离法总能解答问题.应用整体法往往能使求解过程简捷.有时需要将隔离法和整体法一起联合使用,进行求解,以期达到最佳的解题途径.

整体法与隔离法主要是针对动力学而采用的分析方法,所以,本书主要是从动力学的角度来剖析问题.

3.1 平衡态中的整体法与隔离法



解题方法指导

[例1] 如图 3-1-1 所示,两根细线挂着两个质量相同的小球 A、B,上、下两根细线中的拉力分别是 T_A、T_B.现在使 A、B 带同号电荷,此时,上、下细线受到的拉力分别为 T_A'、T_B',则 ( )

A. $T_A'=T_A$,$T_B'>T_B$

B. $T_A'=T_A$,$T_B'<T_B$

C. $T_A'<T_A$,$T_B'>T_B$

D. $T_A'>T_A$,$T_B'<T_B$

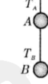


图 3-1-1

[分析] 将小球 A、B 作为一个整体,它们带电后,两球之间的作用力是内力,它们处于平衡时,所受的重力与上面细线的拉力是一对平衡力,上面细线拉力不变,即 $T_A'=T_A$.

以小球 B 为研究对象,没有带电时,下线拉力与 B 球的重力是一对平衡力,带电后,B 球的重力和两球之间电荷的斥力之和与下线的拉力是一对平衡力,所以,$T_B'>T_B$.

[答案] A

[要点] 1. 平衡条件是合外力为零.利用整体法,判断上面细线的拉力不变.

2. 利用隔离法,判断下面细线的拉力变化.利用 B 球的平衡条件来确定.





3. 判断物体平衡时，从受力个数最少的开始分析，本题中将小球 A、B 作为一个整体时，它们受力个数不变. 当判断下面线的拉力时，B 球受力的个数少于 A 球受力个数. 若以 A 球为研究对象，也能判断下面线拉力的变化，但没有以 B 球为研究对象直观.

［例 2］　如图 3-1-2 所示，质量为 $m=5\text{kg}$ 的物体，置于一粗糙的斜面体上，用一平行于斜面的大小为 30N 的力 F 推物体，使物体沿斜面向上匀速运动，斜面体质量 $M=10\text{kg}$，且始终静止，取 $g=10\text{m/s}^2$，求地面对斜面体的摩擦力大小及支持力大小.

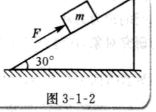


图 3-1-2

［分析与解］　(1)隔离法：将物体作受力分析，如图 3-1-3(a)所示，由图可知，在垂直于斜面方向上，$N=mg\cos30°$　①

在平行于斜面方向上，$F=mg\sin30°+f$

所以 $f=F-mg\sin30°$　②

再对斜面体作受力分析，如图 3-1-3(b)所示，在竖直方向上有

$N_{地}=Mg+N\cos30°-f\sin30°$　③

将①、②两式代入③式得

$N_{地}=(M+m)g-F\sin30°=135\text{N}$

(a)　(b)

图 3-1-3

在水平方向上有，$N_x=N\sin30°=mg\cos30°\sin30°$，$f_x=f\cos30°=F\cos30°-mg\sin30°\cos30°$. 显然，$f_x$ 和 N_x 方向均向右，斜面体有向右运动趋势，受到地面对它向左摩擦力 $f_{地}$：

$f_{地}=f_x+N_x=F\cos30°=15\sqrt{3}\text{N}$

(2)整体法：由于不要求求出物体和斜面体之间的相互作用力，而且两个物体均处于平衡态，故可以将物体和斜面体当作一个整体来研究，其受力图如图 3-1-4所示，由图可知

在水平方向上，有 $f_{地}=F\cos30°=15\sqrt{3}\text{N}$

在竖直方向上，有 $N_{地}=(M+m)g-F\sin30°=135\text{N}$

图 3-1-4

［评析］　比较以上两种解法，可以说整体法是事半功倍，而隔离法是事倍功半. 但并不是所有的情况都可以应用整体法，当需要求出相互接触物体之间的作用力时，则必须用隔离法求出物体间的相互作用力，而整体法不能求出它们之间的相互作用力，因为在这种情况下，它们之间的相互作用力是内力，物体的平衡条件是合外力为零.

［例 3］　三根不可伸长的相同的轻绳，一端系在半径为 r_0 的环 1 上，彼此间距相等，绳穿过半径为 r_0 的圆环 3，另一端用同样方式系在半径为 $2r_0$ 的圆环 2 上，如图 3-1-5 所示. 环 1 固定在水平面上，整个系统处于平衡. 试求第 2 个圆环中心与第 3 个圆环中心之间距离.（三个圆环都是用同种金属丝制作，摩擦不计）

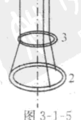


图 3-1-5

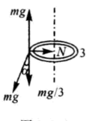


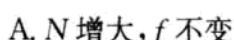
图 3-1-6

［分析与解］ 三个圆环都是用同种金属丝制作，若设环 3 的质量为 m，由于圆环 2 与圆环 3 是相同的金属丝制作，环 2 的半径是环 3 半径的 2 倍，所以，环 2 的质量为环 3 的 2 倍，环 2 的质量为 $2m$，由于环 1 是固定在水平面上，以 2、3 两环为研究对象，由于对称性，每根绳子所承受的拉力为环 2、环 3 总重力的三分之一，即 mg. 再以环 3 中的 1/3 为研究对象，在竖直平面内，1/3 圆环受力图如图 3-1-6 所示，由图可知在竖直方向上有 $\frac{1}{3}mg+mg\cos\alpha=mg$，解得：$\cos\alpha=\frac{2}{3}$，$\cot\alpha=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

2、3 两环之间的距离 h 为：

$$h=r_0\cot\alpha=\frac{2\sqrt{5}}{5}r_0$$

［评析］ 对于有几个物体的相关力学问题，首先应用整体法确定某些物理量，若是不能达到求解目的时，再根据题设条件，应用隔离法，选取与所求物理量相关的物体为研究对象进行研究或分析，进而达到求解的目的.



跟踪训练

1. 图 3-1-7 所示，质量为 m 的物体在沿斜面向上拉力 F 的作用下匀速下滑，而斜面与水平面始终保持相对静止，则下列判断正确的是 （　　）

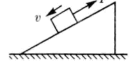


图 3-1-7

A. 水平面对斜面无摩擦力

B. 水平面对斜面有向左的摩擦力

C. 水平面所受的压力大小等于物体和斜面体的总重力

D. 水平面所受的压力大小小于物体和斜面体的总重力

2. 有一直角支架 AOB，AO 水平放置表面粗糙，OB 竖直向下，表面光滑. AO 上套有小环 P，OB 上套有小环 Q，两环质量均为 m，两环间由一根质量可忽略、不可伸长的细绳相连，并在某一位置平衡，如图 3-1-8 所示. 现将 P 环向左移一小段距离，两环再次达到平衡，那么将移动后的平衡状态和原来的平衡状态比较，AO 杆对 P 环的支持力和细绳上的拉力 T 的变化情况是 （　　）

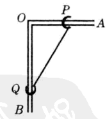


图 3-1-8

A. N 不变，T 变大　　B. N 不变，T 变小

C. N 变大，T 变大　　D. N 变大，T 变小

3. 如图 3-1-9 所示，有一根水平的粗糙的直横梁上，套有两个质量均为 m 的铁环，两铁环系有等长的细绳，共同拴着质量为 M 的小球，两铁环与小球均保持静止. 现使两铁环间距离增大少许，系统仍保持静止，则水平横梁对铁球的支持力 N 和摩擦力 f 将 （　　）

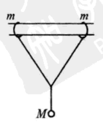


图 3-1-9

A. N 增大，f 不变　　B. N 增大，f 增大

C. N 不变，f 不变　　D. N 不变，f 增大

4. 如图 3-1-10 所示，用轻质细线把两个质量未知的 a、b 球悬挂起来，今对 a 球持续施加一个向左偏下 30°的恒力，并对 b 球持续施加一个向右偏上 30°同样大小的恒力，最后达到平衡，在图 3-1-11 中表示平衡状态的图可能是　（　）

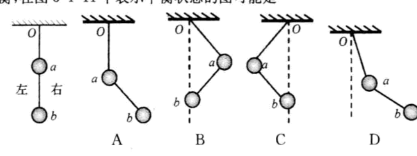


图 3-1-10　　图 3-1-11

答案与提示

1. BD(隔离法：质量为 m 的物体沿斜面匀速下滑，它受到的合外力为零，物体的宏观受力图如图 3-1-12所示，设斜面倾角为 θ，物体受四个力的作用，其中三个力是互相垂直，故将重力作正交分解，由图可知，$N=mg\cos\theta$，$f=mg\sin\theta-F$. 斜面受力图如图 3-1-13 所示，其中 N'和 f'分别与 N 和 f 是一对相互作用力，由正交分解. 可得

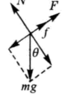


图 3-1-12

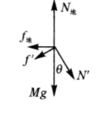


图 3-1-13

$$N_{地}=Mg+N'\cos\theta+f'\sin\theta=Mg+mg\cos^2\theta+mg\sin^2\theta-F\sin\theta=(M+m)g-F\sin\theta \quad ①$$

$$f_{地}=N'\sin\theta-f'\cos\theta=mg\cos\theta\sin\theta-mg\sin\theta\cos\theta+F\cos\theta=F\cos\theta \quad ②$$

由表达式①可知 D 选项正确，由表达式②可知 B 选项正确.

整体法：物体和斜面均处于平衡态，作为一个整体，拉力 F 在竖直方向上有向上的分量使得物系对水平面的压力减小，在水平方向上有向右的分量使物系有向右运动趋势，因而物系受到向左的静摩擦力. 物系的受力图如图 3-1-14 所示，由图可知物系受到四个力的作用，在三个互相垂直，故取正交分解，由物系合力为零，有 $N_{地}=(M+m)g-F\sin\theta$，$f_{地}=F\cos\theta$.)

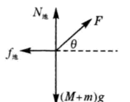


图 3-1-14

2. B(整体法：以 P、Q 两环为整体研究时，两环在竖直方向上受到的重力，OA 杆的弹力 N，OB 杆光滑且竖直，它不可能对环 Q 产生竖直方向的作用力，两环重力不变，OA 杆产生向上的弹力 N 与两环的重力平衡，AO 杆对 P 环的支持力 N 不变；隔离法：以 Q 环为研究对象，受力如图 3-1-15 所示. 绳子拉力在竖直方向上的分量 T_y 与其重力是一对平衡力，绳子拉力在竖直方向上分量 T_y 不变，而 P 环向左移一小段距离后，角 α 减小，$\cos\alpha$

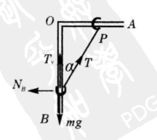


图 3-1-15



增大，$T=\frac{T_y}{\cos\alpha}$减小）

3. D（整体法：将两环和小球作为一个整体来分析，两环受到横梁的支持力等于系统的总重力，系统总重力不变，两环受到的支持力 N 不变. 两环的间距增大，即两绳的夹角增大，合力大小（为 Mg）不变，这就意味着每根绳的张力要增大，夹角的增大，导致绳的拉力在水平方向的分量增大，对每一个环来讲，绳的拉力在水平方向上的分量与环受到的摩擦力相平衡，故摩擦力 f 增大. D 选项正确）

4. A（整体法：将 a、b 两球作为一个整体，对 a、b 两球分别施加的恒力的合力为零，两球所受到的重力与上段绳的拉力是平衡力，重力是竖直方向，上段绳应为竖直方向）

高考思想篇



考点直击

年份	题源及类型	考点
2009	海南卷 T3 选择 3 分	受力分析、物体平衡条件
2008	全国Ⅱ卷 T21 选择 6 分、海南卷 T2 选择 3 分	
2007	理综Ⅰ卷 T21 选择 6 分、广东卷 T5 选择 4 分	

考题探究

［例 1］ 如图 3-1-16 所示，质量为 M 的楔形物块静置在水平地面上，其斜面的倾角为 θ. 斜面上有一质量为 m 的小物块，小物块与斜面之间存在摩擦. 用恒力 F 沿斜面向上拉小物块，使之匀速上滑. 在小物块运动的过程中，楔形物块始终保持静止. 地面对楔形物块的支持力为（　　）

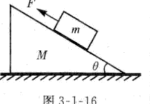


图 3-1-16

A. $(M+m)g$　　B. $(M+m)g-F$

C. $(M+m)g+F\sin\theta$　　D. $(M+m)g-F\sin\theta$

［分析］ 整体法：系统处于平衡态，在竖直方向上合外力为零，地面对楔形物块的支持力 $N=(M+m)g-F\sin\theta$.

［答案］ D

［例 2］ 如图 3-1-17 所示，在倾角为 θ 的固定光滑斜面上，质量为 m 的物体受外力 F_1 和 F_2 的作用，F_1 方向水平向右，F_2 方向竖直向上. 若物体静止在斜面上，则下列关系正确的是（　　）

A. $F_1\sin\theta+F_2\cos\theta=mg\sin\theta$，$F_2\leqslant mg$

B. $F_1\cos\theta+F_2\sin\theta=mg\sin\theta$，$F_2\leqslant mg$

C. $F_1\sin\theta-F_2\cos\theta=mg\sin\theta$，$F_2\leqslant mg$

D. $F_1\cos\theta-F_2\sin\theta=mg\sin\theta$，$F_2\leqslant mg$

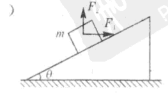


图 3-1-17

［分析］ 隔离法，以物体为研究对象：将 F_1 和 F_2 沿平行于斜面方向和垂直于斜面方向分解，在平行于斜面方向上一定有：$F_1\cos\theta+F_2\sin\theta=mg\sin\theta$，若要物体静止在斜面上，必须垂直方向上有 $F_2\leqslant mg$.

［答案］ B

［例3］ **(2009·海南)**两刚性球 a 和 b 的质量分别为 m_a 和 m_b、直径分别为 d_a 和 $d_b(d_a>d_b)$. 将 a、b 依次放入一竖直放置、内径为 $d(d_a<d<d_a+d_b)$ 的平底圆筒内，如图 3-1-18 所示. 设 a、b 两球静止时对圆筒侧面的压力大小分别为 f_1 和 f_2，筒底所受的压力大小为 F. 已知重力加速度大小为 g. 若所有接触都是光滑的，则 （　）

A. $F=(m_a+m_b)g$，$f_1=f_2$

B. $F=(m_a+m_b)g$，$f_1\neq f_2$

C. $m_ag<F<(m_a+m_b)g$，$f_1=f_2$

D. $m_ag<F<(m_a+m_b)g$，$f_1\neq f_2$

图 3-1-18

［分析］ 将 a 和 b 两球作为一个整体分析，竖直方向上筒底的支持力等于两球的重力，由牛顿第三定律可知，筒底受到压力的大小等于两球重力的大小. 两球受到圆筒两侧壁的作用力合外力为零，即两侧壁所受压力大小相等.

［答案］ A

思维考试测试

1. 如图 3-1-19 所示，两个横截面积不同的气缸连接在一起竖直放置，缸壁导热性能良好，活塞 A、B 与气缸间光滑接触，其横截面积满足 $S_A<S_B$，A、B 间封闭着一定质量的空气，且用一根细杆连接，从 C 处向气缸内注入适量水银，水银没有通过活塞 A，这时两活塞均处于静止状态，今从 C 处设法取出少量水银后，两活塞又静止下来，则 （　）

A. 缸内气体压强增大

B. 缸内气体压强减小

C. 缸内气体压强不变

D. 气体体积减小

图 3-1-19

2. 如图 3-1-20 所示，在粗糙的水平面上放着一个三角形的木块，在它的两个粗糙斜面上分别放有质量为 m_1 和 m_2 的两个物体，且 $m_1>m_2$，若三个物体均处于静止，则粗糙的水平面对三角形木块 （　）

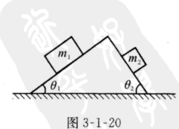


图 3-1-20

A. 有摩擦力的作用，摩擦力的方向水平向右

B. 有摩擦力的作用，摩擦力的方向水平向左

C. 有摩擦力的作用，摩擦力的方向不能确定，因为 m_1、m_2、θ_1、θ_2 的数值均为未知量

D. 以上结论均不对

3. 有三根长度皆为 $l=1.00\text{m}$ 不可伸长的绝缘轻线，其中两根的一端固定在天花板上的 O 点，另一端分别拴有质量皆为 $m=1.00\times10^{-2}\text{kg}$ 的带电小球 A 和 B，它们的电量分别为 $-q$ 和 $+q$，$q=1.00\times10^{-7}\text{C}$. A、B 之间用第三根线连接起来. 空间中存在大小为 $E=1.00\times10^{6}\text{N/C}$ 的匀强电场，场强方向沿水平向右，平衡时，A、B 球的位置如图 3-1-21 所示. 现将 O、B 之间的线烧断，由于有空气阻力，A、B 球最后会达到新的平衡位置. 求最后两球的机械能与电势能的总和与烧断前相比较改变了多少.（不计两带电小球间相互作用的静电力）

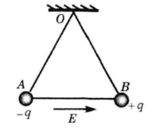


图 3-1-21

答案与提示

1. AD（以两活塞为整体研究，G_{AB} 表示两活塞重力，G_{Hg} 表示水银重力，p 表示缸内气体压强，p_0 表示大气压，受力如图3-1-22所示，由两活塞平衡有 $G_{Hg}+G_{AB}+p(S_B-S_A)=p_0(S_B-S_A)$. 解得 $p=p_0-\dfrac{G_{Hg}}{S_B-S_A}-\dfrac{G_{AB}}{S_B-S_A}$. G_{Hg}减小，由封闭气体压强 p 的表达式可知缸内气体压强 p 增大. 缸壁导热性能良好，可认为缸内气体是等温变化，在压强增大时，气体体积减小）

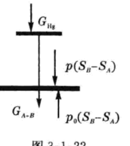


图 3-1-22

2. D（三物体静止，在水平方向没有外力作用，不存在向那个方向运动趋势，水平面对三角形木块没有摩擦力）

3. A、B 球所受重力均为 $mg=1.00\times10^{-1}\text{N}$，电场力均为 $qE=1.00\times10^{-1}\text{N}$，说明 $mg=qE$. 当 O、B 之间的线烧断，将 A、B 球作为一个整体处理，两球所带电量之和为零，在水平方向上受到的电场力合力为零，在竖直方向上，A、B 球受到的重力与线 OA 的拉力是一对平衡力，所以线 OA 竖直，B 球受到的重力、电场力的合力与线 AB 拉力平衡，如图 3-1-23 所示，由图可知 $\tan\beta=\dfrac{qE}{mg}=1$，$\beta=45°$. 系统由图中虚线所示位置变化到实线所示位置时，重力做功为 $W_G=mgl\sin45°+2mgl(1-\sin60°)$，电场力做功为 $W_E=-qEl\cos60°+qEl(\sin45°-\cos60°)$，系统所受外力做功之和为 $W=W_E+W_G$，$W=2mgl(\sin45°+1-\sin60°-\cos60°)=6.82\times10^{-2}\text{J}$. 重力和电场力做功之和等于系统两种势能的减少，也就系统机械能与电势能的总和减少了$6.82\times10^{-2}\text{J}$.

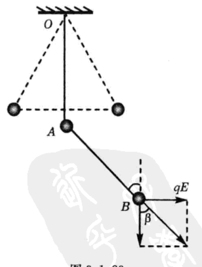


图 3-1-23

3.2 牛顿运动定律中的整体法与隔离法



解题方法指导

[例1]　如图3-2-1所示，质量为M的框架放在水平地面上，一轻质弹簧上端固定在框架上，下端拴一个质量为m的小球．当小球上下振动时，杠架始终没有跳起，框架对地面压力为零的瞬间，小球加速度大小为　　　（　　）

A. g　　　　B. $\frac{M-m}{M}g$

C. 0　　　　D. $\frac{M+m}{M}g$

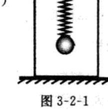


图3-2-1

解法一：(隔离法)以箱为研究对象，弹簧对箱的作用力大小为F，方向向上，由平衡条件有$F=Mg$；以小球为研究对象，弹簧对球的作用大小也为F，方向向下，由牛顿运动定律有$mg+F=ma$，由以上两式解得$a=\frac{M+m}{M}g$，D选项正确.

解法二：(整体法)以箱和小球为整体进行分析，只受重力作用，由牛顿第二定律可知$(M+m)g=ma$，解得$a=\frac{M+m}{M}g$，D选项正确.

[答案]　D

[例2]　如图3-2-2所示，在一小方盒内装一个质量为m的小球，小方盒与球一起沿倾角为θ的斜面下滑，若不计一切摩擦，当θ角增大时，在下滑过程中小球对小方盒前壁的压力N_1和对盒底的压力N_2将　　　（　　）

A. N_1变大，N_2变小

B. N_1为零，N_2变小

C. N_1变大，N_2变大

D. N_1变小，N_2变小

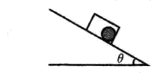


图3-2-2

[分析]　小球与小方盒一起沿光滑斜面下滑，以小球和小方盒为研究对象(整体法)，它们重力沿斜面的分量提供加速运动所需要的力，由牛顿第二定律可知

$Mg\sin\theta=Ma$，所以$a=g\sin\theta$.

以小球为研究对象，小球的重力在平行于斜面方向的分量和小方盒对球的弹力N'_1的合力提供加速运动所需要力，$mg\sin\theta-N'_1=ma$，$N'_1=0$.

小球在垂直于斜面方向上的分量与盒底的支持力N'_2平衡，$N'_2=mg\cos\theta$.

小球对盒前壁压力N_1与N'_1，小球对盒底部的压力N_2与N'_2均是一对作用力与反作用力，由牛顿第三定律可知它们大小相等，显然，$N_1=0$，N_2将随θ角增大而减小.

[答案]　B

［例3］ 一个总质量为M的探空气球，以加速度a竖直下降，受空气浮力恒定，要使气球以加速度a上升，则必须从吊篮中扔掉压舱物多少？（空气阻力不计）

解法一：设扔掉压舱物的质量为m，作出气球下降过程和上升过程的受力图如图3-2-3所示，由牛顿第二定律可知：(1)图有$Mg-F=Ma$，(2)图有$F-(M-m)g=(M-m)a$

由以上两式解得$m=\frac{2a}{g+a}M$

图3-2-3

解法二：在未扔掉压舱物时的合外力为Ma，方向向下，设扔掉压舱物的质量为m后，它们的合外力的大小为$mg-(M-m)a$，方向向下．将扔掉的压舱物和探空气球一起来考虑，合外力不变，有　$Ma=mg-(M-m)a$　解得：$m=\frac{2a}{g+a}M$

［评析］ 本例采取整体法比较简捷，是源于系统的合外力不变，只是系统的合外力的效果不同而已，第一次是合外力使系统产生加速度；第二次是合外力使系统的两部分产生各自的加速度，合外力不变是联系两次合力作用效果的桥梁．

［例4］ 如图3-2-4所示，放置在水平地面上的斜面体M上有质量为m的物体，物体沿斜面无摩擦地滑下，而斜面体仍保持静止，斜面倾角为θ．试求斜面体对地面的有什么作用力，各为多大？方向如何？

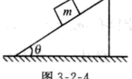


图3-2-4

解法一：（隔离法）物体在斜面上受到的力如图3-2-5所示，物体在斜面上受到重力mg和支持力N_1的作用，由于物体在垂直于斜面方向加速度为零，该方向上合外力为零，所以有$N_1=mg\cos\theta$．

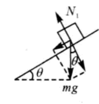


图3-2-5

图3-2-6

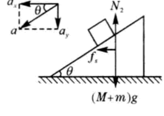


图3-2-7

对斜面体作受力分析：重力Mg、地面的支持力N_2、物体的压力N'_1（与N_1是一对作用力与反作用力）、由于N'_1在水平方向有分量，使斜面体有向右运动的趋势，斜面体受到地面对它向左的静摩擦力f_s，如图3-2-6所示．斜面处于静止，在竖直方向和水平方向合外力均为零，有$N_2=Mg+N'_1\cos\theta=(M+m\cos^2\theta)g$，$f_s=N'_1\sin\theta=mg\cos\theta\sin\theta$．

由牛顿第三定律可知，斜面体对地面有压力作用，大小为$(M+m\cos^2\theta)g$，方向竖直向下，斜面体对地面的静摩擦力大小为$mg\cos\theta\sin\theta$，方向水平向右．

解法二：（整体法）物体m在直角劈上无摩擦地下滑，其下滑的加速度为a，由物体的受力图3-2-5和牛顿第二定律可知，$mg\sin\theta=ma$，$a=g\sin\theta$．

由于物体有沿斜面向下的加速度a，该加速度在水平方向上有分量a_x和竖直方向上

的分量 a_y，如图 3-2-7 所示，$a_x=a\cos\theta=g\sin\theta\cos\theta$，$a_y=a\sin\theta=g\sin^2\theta$.

对于斜面体和物体所组成的系统，受力图如图 3-2-7 所示，在竖直方向上，物体 m 有向下的加速度，

故竖直方向上有：$(M+m)g-N=ma_y$，所以 $N=(M+m\cos^2\theta)g$

在水平方向上，物体 m 有水平向左的加速度，故在水平方向，地面有向左的静摩擦力提供物体 m 向左加速所需的力：$f_s=ma_x=mg\cos\theta\sin\theta$

由牛顿第三定律可知，斜面体对地面有压力作用，大小为 $(M+m\cos^2\theta)g$，方向竖直向下，斜面体对地面的静摩擦力大小为 $mg\cos\theta\sin\theta$，水平向右.

［评析］ 隔离法：将物体与斜面体分别研究其受力情况，求出物体与斜面体间的相互作用的弹力，再求出地面对斜面体的作用力，最后由牛顿第三定律确定斜面体对地面的作用力，直接求斜面体对地面的作用力是不可能求出的.

整体法：建立在深刻理解牛顿第二定律的基础上，将物体为研究对象求出物体运动的加速度，将加速度沿竖直和水平两个方向分解. 将物体和斜面体为一个整体为研究对象，应用牛顿第二定律求解，此过程中 $F=ma$ 中质量 m 是具有加速度物体的质量，由于斜面体没有加速度，m 是物体的质量，而不是系统的质量.

隔离法中没有求物体运动的加速度，整体法没有物体与斜面体之间的弹力，两种方法各有优点，但是本题若是物体沿斜面体下滑时有摩擦力的情况，那么应用整体法就比应用隔离法要简捷得多.

［例5］ 如图 3-2-8 所示，水平桌面上放有 A、B 两个物体，A、B 间用一根硬杆 C 相连，已知物体 A 的质量是 $m_1=0.5\text{kg}$，B 的质量是 $m_2=0.3\text{kg}$，杆 C 的质量是 $m_3=0.2\text{kg}$. A 与桌面的动摩擦因数是 $\mu_1=0.2$，B 与桌面间的动摩擦因数是 $\mu_2=0.5$. 使它们以一定的初速度开始沿平面向右运动，在运动过程中杆 C 对 AB 两物体竖直向下的压力大小相等，那么杆 C 在水平方向受到 A、B 两物体的作用力是拉力还是压力？力的大小各是多少？（取 $g=10\text{m/s}^2$）

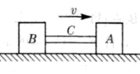


图 3-2-8

［分析］ C 物体对 A、B 的压力相等，A、B 对 C 的支持力相等

在竖直方向上有 $2N=m_3g$　　解得：$N=1\text{N}$

滑动摩擦力 $f_A=\mu_1N_1=\mu_1(m_1g+N)=1.2\text{N}$

滑动摩擦力 $f_B=\mu_2N_2=\mu_2(m_2g+N)=2\text{N}$

系统做加速度运动，由牛顿运动定律有 $a=\dfrac{f_A+f_B}{m_1+m_2+m_3}=3.2\text{ m/s}^2$　（整体法）

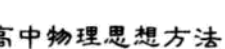
对 A：设 C 对 A 的作用力与滑动摩擦力同向，$f_A+F_1=m_1a$　解 $F_1=0.4\text{N}$；

由牛顿第三定律可知 A 对 C 是拉力，向右，大小是 0.4N

对 B：设 C 对 B 的作用力与滑动摩擦力反向，$f_B-F_2=m_2a$　解 $F_2=1.04\text{N}$；

由牛顿第三定律可知 B 对 C 是拉力，向左，大小是 1.04N

［评析］ 本题中的三物在水平面上运动，是滑动摩擦力提供加速度所需要的力，即用整体法确定三物运动的加速度. 再用隔离法确定 A、B 两物受到 C 对它们的水平作用




力，最后用牛顿第三定律确定 C 在水平方向受到 A、B 两物体的作用力是拉力还是压力.

跟踪训练

1. 如图 3-2-9 所示，质量为 $m=50\text{kg}$ 的人通过光滑的定滑轮拉质量为 $M=20\text{kg}$ 的物体. 当物体以加速度 $a=5\text{m/s}^2$ 上升时，人对地面的压力为($g=10\text{m/s}^2$)　(　　)

A. 200N　　B. 300N　　C. 400N　　D. 500N

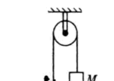
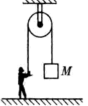



图 3-2-9

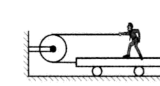


图 3-2-10

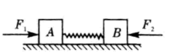


图 3-2-11

2. 如图 3-2-10 所示，人和车的质量分别为 m_1 和 m_2，置于光滑水平面上，人用水平力 F 拉绳，图中两段绳子都处于水平方向，不计滑轮、绳子的质量及摩擦，人与车保持相对静止，则车的加速度为　(　　)

A. 0　　B. $\dfrac{F}{m_1}$　　C. $\dfrac{F}{m_1+m_2}$　　D. $\dfrac{2F}{m_1+m_2}$

3. 如图 3-2-11 所示，质量都为 m 的两物体 A 和 B，中间用一个劲度系数为 k 的轻弹簧连接着，将它们置于光滑的水平面上，水平恒力 F_1 和 F_2 分别作用在 A 和 B 上，方向如图所示，且 $F_1>F_2$，则弹簧的压缩量为　(　　)

A. $\dfrac{F_1+F_2}{k}$　　B. $\dfrac{F_1-F_2}{k}$　　C. $\dfrac{F_1+F_2}{2k}$　　D. $\dfrac{F_1-F_2}{2k}$

4. 如图 3-2-12 所示，一质量为 M 的楔形木块放在水平桌面上，它的顶角为 90°，两底角为 α 和 β；a、b 为两个位于斜面上质量均为 m 的小木块. 已知所有接触面都是光滑的. 现发现 a、b 沿斜面下滑，而楔形木块静止不动，这时楔形木块对水平桌面的压力等于　(　　)

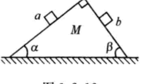


图 3-2-12

A. $Mg+mg$　　B. $Mg+2mg$

C. $Mg+mg(\sin^2\alpha+\sin^2\beta)$　　D. $Mg+mg(\cos^2\alpha+\cos^2\beta)$

5. 如图 3-2-13 所示，位于光滑固定斜面上的小物块 P 受到一水平向右的推力 F 的作用. 已知物块 P 沿斜面加速下滑. 现保持 F 的方向不变，使其减小，则加速度　(　　)

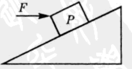


图 3-2-13

A. 一定变小

B. 一定变大

C. 一定不变

D. 可能变小，可能变大，也可能不变

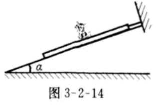


图 3-2-14

6. 如图 3-2-14 所示，在倾角为 α 的固定光滑斜面上，有一用绳子拴着的长木板，木板上站着一只猫. 已知木板的质量是猫的质量的 2 倍. 当绳子突然断开时，猫立即沿着板向上跑，以保持其相对斜面的位置不变，则此木板沿斜面下滑的加速度为　(　　)

A. $\frac{1}{2}g\sin\alpha$　　B. $g\sin\alpha$　　C. $\frac{3}{2}g\sin\alpha$　　D. $2g\sin\alpha$

7. 一木块与一金属块用细绳连在一起悬浮在水中，当细绳突然断开后，木块上升到其上表面刚与水面相平时上升的距离为 h，已知水的密度、木块的密度、金属块的密度三者之比为 1∶0.8∶5，则此时，金属块下降的距离为多少？

答案与提示

1. A(隔离法：绳拉力 T 和物体 M 重力的合力提供物体加速度所需要的力，$T-Mg=Ma$，解得 $T=300\text{N}$，对于人，受三个力作用而平衡，地面的支持力 N，绳的拉力 T 和重力 mg，且有 $T+N=mg$，$N=mg-T=200\text{N}$，由牛顿第三定律可知人对地面的压力等于 200N)

2. D(整体法，系统受两根绳子的水平拉力 $2F$，由牛顿第二定律可知 $a=\frac{2F}{m_1+m_2}$)

3. C(整体法确定系统加速度：系统受到合外力为 F_1-F_2，加速度 $a=\frac{F_1-F_2}{2m}$，由隔离法确定弹簧弹力，对 A 有 $F_1-F=ma=\frac{F_1-F_2}{2}$，$F=\frac{F_1+F_2}{2}=k\Delta x$，$\Delta x=\frac{F}{k}=\frac{F_1+F_2}{2k}$)

4. A(a、b 沿斜面下滑，a、b 两物沿两斜面无摩擦下滑的加速度分别为：$a_a=g\sin\alpha$，$a_b=g\sin\beta$，两物的加速度在竖直方向上的分量分别为：$a_{ay}=g\sin^2\alpha$，$a_{by}=g\sin^2\beta$，a、b 两物质量相等，在竖直方向上失重部分分别为 $mg\sin^2\alpha$、$mg\sin^2\beta$，即水平桌面对楔形木块的支持力为 $N=(M+2m)g-mg\sin^2\alpha-mg\sin^2\beta$. 楔形木块的顶角为 90°，两底角之和 $\alpha+\beta=90°$，$\sin^2\alpha+\sin^2\beta=1$，$N=Mg+mg$. 由牛顿第三定律可知，楔形木块对水平桌的压力为 $Mg+mg$)

5. B(解法一：设斜面倾角为 θ，物块加速度为：$a=\frac{mg\sin\theta-F\cos\theta}{m}=g\sin\theta-\frac{F\cos\theta}{m}$，由上式可以判断，当 F 减小，a 增大；解法二：斜面光滑，物块能加速下滑说明力 F 沿斜面的分量小于重力沿斜面的分量，当 F 的减小，加速度一定增大)

6. C(隔离法：设猫的质量为 m，板的质量为 $2m$. 因猫相对斜面位置不变，在平行于斜面方向上猫受到板的滑动摩擦力 f 与猫的重力平行于斜面的分量是一对平衡力，$f=mg\sin\alpha$，板受到沿斜面向下合力使板向下加速，有 $2mg\sin\alpha+f=2ma$，由以上两式得 $a=\frac{3}{2}g\sin\alpha$；整体法：以板和猫为研究对象，它们沿斜面向下，合力提供板加速运动所需要的力，$3mg\sin\alpha=2ma$，$a=\frac{3}{2}g\sin\alpha$)

7. 木块与金属块作为一系统，合外力为零. 设木块、金属块体积分别为 V_1 和 V_2，它们密度分别为 ρ_1 和 ρ_2，水的密度为 ρ，由合外力为零有 $\rho_1V_1g+\rho_2V_2g=\rho(V_1+V_2)g$，即 ρ_1V_1



$+\rho_2 V_2=\rho(V_1+V_2)$，由此式可得体积关系$\frac{V_1}{V_2}=\frac{\rho_2-\rho}{\rho-\rho_1}=\frac{4}{0.2}=20$，当绳断后，木块的加速度为 a_1，金属块的加速度为 a_2，系统的合外力不变（整体法），金属块与木块合外力为零，应有 $\rho_1 V_1 a_1-\rho_2 V_2 a_2=0$，所以$\frac{a_1}{a_2}=\frac{\rho_2 V_2}{\rho_1 V_1}=\frac{5}{16}$，绳子断后木块和金属块均做初速度为零的匀加速直线运动，金属块下降距离为 s，$\frac{h}{s}=\frac{a_1}{a_2}=\frac{5}{16}$，$s=3.2h$.

高考思想篇

考点直击

年份	题源及类型	考点
2009	北京理综 T22 计算 14 分	受力分析、牛顿运动定律、匀变速运动规律
2008	灾区卷 T24 计算 18 分、灾区卷 T14 计算 6 分、海南卷 T9 选择 4 分、海南卷 T15 计算 8 分、江苏卷 T3 选择 3 分、山东卷 T19 选择 4 分、理综Ⅱ T6 选择 6 分	
2007	江苏卷 T6 选择 3 分、江苏卷 T19 计算 16 分	

考题探究

［例 1］ 如图 3-2-15 所示，光滑水平面上放置质量分别为 m 和 $2m$ 的四个木块，其中两个质量为 m 的木块间用一不可伸长的轻绳相连，木块间的最大静摩擦力是 μmg. 现用水平拉力 F 拉其中一个质量为 $2m$ 的木块，使四个木块以同一加速度运动，则轻绳对 m 的最大拉力为 （　　）

图 3-2-15

A. $\frac{3\mu mg}{5}$　　B. $\frac{3\mu mg}{4}$　　C. $\frac{3\mu mg}{2}$　　D. $3\mu mg$

［分析］ 右侧上木块与下面木块之间的最大静摩擦力 μmg 提供质量为 $4m$ 的三个物体运动的加速度，绳左侧木块的总质量为 $3m$，绳的最大拉力为$\frac{3\mu mg}{4}$.

［答案］ B

［例 2］ 如图 3-2-16 所示，水平地面上有一楔形物体 b，b 的斜面上有一小物块 a；a 与 b 之间、b 与地面之间均存在摩擦. 已知楔形物体 b 静止时，a 静止在 b 的斜面上. 现给 a 和 b 一个共同的向左的初速度，与 a 和 b 都静止时相比，此时可能 （　　）

A. a 与 b 之间的压力减少，且 a 相对 b 向下滑动

B. a 与 b 之间的压力增大，且 a 相对 b 向上滑动

C. a 与 b 之间的压力增大，且 a 相对 b 静止不动

D. b 与地面之间的压力不变，且 a 相对 b 向上滑动

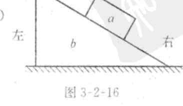


图 3-2-16

［分析］ 由于b与地面之间存在摩擦，b做减速运动，其加速度方向向右，作出a的静止时受力图如图3-2-17所示，由图可知，N与f的合力与mg是一对平衡力．若给a与b一个共同的向左的初速度之后a相对b静止，a受到的合力沿水平方向向右，而a只受三力作用，重力不变，将N与f的沿水平方向和竖直方向作正交分解，水平方向合力向右，竖直方向合力为零．当N增大时，f减小；当N增大到竖直方向的分量大于a受到的重力时，f反向，则有可能a相对b向上滑动，由于a可能具有向上的加速度，对于系统而言，处于超重状态，则b与地面之间的压力会发生变化．

图3-2-17

［答案］ BC

［例3］ 如图3-2-18所示，一质量为M的探空气球在匀速下降，若气球所受浮力F始终保持不变，气球在运动过程中所受阻力仅与速率有关，重力加速度为g．现欲使该气球以同样速率匀速上升，则需从气球篮中减少的质量为 （　）

A. $2(M-\frac{F}{g})$ B. $M-\frac{2F}{g}$ C. $2M-\frac{F}{g}$ D. 0



图3-2-18

［分析］ 整体法：系统合外力为零，速率不变，上升和下降时受到的阻力大小f不变，仅方向发生变化，两次的阻力大小为

$f=Mg-F=F-(M-\Delta m)g$，解得：$\Delta m=2(M-\frac{F}{g})$

［答案］ A

［例4］ 如图3-2-19所示，两光滑斜面的倾角分别为30°和45°，质量分别为$2m$和m的两个滑块用不可伸长的轻绳通过滑轮连接(不计滑轮的质量和摩擦)，分别置于两个斜面上并由静止释放；若交换两滑块位置，再由静止释放，则在上述两种情形中正确的有 （　）

A. 质量为$2m$的滑块受到重力、绳的张力、沿斜面的下滑力和斜面支持力的作用

B. 质量为m的滑块沿斜面向上运动

C. 绳对质量为m的滑块的拉力均大于该滑块对绳的拉力

D. 系统在运动中机械能均守恒

图3-2-19

［分析］ 质量为$2m$的滑块无论在哪个斜面上，重力平行于斜面的分量都比质量为m的滑块平行于斜面的分量大，所以，质量为$2m$的滑块沿斜面加速向下，质量为m的滑块沿斜面加速度向上．绳子对两滑块的拉力大小相等．系统只有重力做功，机械能守恒．

［答案］ BD

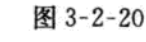
［例 5］ 直升机悬停在空中向地面投放装有救灾物资的箱子，如图 3-2-20 所示. 设投放初速度为零，箱子所受的空气阻力与箱子下落速度的平方成正比，且运动过程中箱子始终保持图 3-2-20 所示姿态. 在箱子下落过程中，下列说法正确的是 （　　）

A. 箱内物体对箱子底部始终没有压力

B. 箱子刚从飞机上投下时，箱内物体受到的支持力最大

C. 箱子接近地面时，箱内物体受到的支持力比刚投下时大

D. 若下落距离足够长，箱内物体有可能不受底部支持力而“飘起来”


图 3-2-20

［分析］ 以箱子和箱内物体为研究对象(整体法)，箱子受到的阻力为 $f=kv^2$

由牛顿运动定律有 $(m+M)g-f=(m+M)a$

对箱内物体(隔离法)由牛顿运动定律有 $mg-N=ma$

开始时，速度为零，$f=0$，对应的 $N=0$，当速度 v 增大，加速度 a 减小，N 增大.

［答案］ C

［例 6］ 水平面上有带圆弧形凸起的长方形木块 A，木块 A 上的物体 B 用绕过凸起的轻绳与物体 C 相连，B 与凸起之间的绳是水平的. 用一水平向左的拉力 F 作用在物体 B 上，恰使物体 A、B、C 保持相对静止，如图 3-2-21 所示，已知物体 A、B、C 的质量均为 m，重力加速度为 g，不计所有的摩擦，则拉力 F 应为多大？

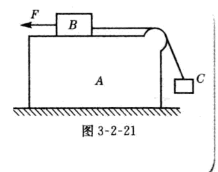


图 3-2-21

［分析］ 设绳中张力为 T，A、B、C 共同的加速度为 a，与 C 相连部分的绳与竖直线夹角为 α，如图 3-2-22，由牛顿运动定律，对 A、B、C 组成的整体有

$F=3ma$　①(整体法)

对 B 有　$F-T=ma$　②(隔离法)

对 C 有　$T\cos\alpha=mg$　③(隔离法)

$T\sin\alpha=ma$　④

由①、②解得 $T=2ma$　⑤

由③、④解得 $T^2=m^2(a^2+g^2)$　⑥

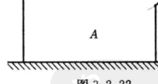


图 3-2-22

再由⑤、⑥两式解得 $a=\frac{\sqrt{3}}{3}g$，进而得到 $F=3ma=\sqrt{3}mg$.

［例 7］ 科研人员乘气球进行科学考察. 气球、座舱、压舱物和科研人员的总质量为 990kg. 气球在空中停留一段时间后，发现气球漏气而下降，及时堵住. 堵住时气球下降速度为 1m/s，且做匀加速运动，4s 内下降了 12m. 为使气球安全着陆，向舷外缓慢抛出一定的压舱物. 此后发现气球做匀减速运动，下降速度在 5 分钟内减少了 3m/s. 若空气阻力和泄漏气体的质量均可忽略，重力加速度 $g=9.89\text{m/s}^2$，求抛掉的压舱物的质量.

[分析] 由题意可知加速运动时有 $h=v_0t_1+\frac{1}{2}a_1t_1^2$，$a_1=\frac{2h}{t_1^2}-\frac{2v_0}{t_1}=1.0\ \text{m/s}^2$

减速运动时的加速度 $a_2=\frac{\Delta v}{t_2}=0.01\ \text{m/s}^2$，将气球、座舱、压舱物和科研人员作为一个整体研究，受到的合外力不变，有：

$ma_1=\Delta mg-(m-\Delta m)a_2$，解得：$\Delta m=\frac{a_1+a_2}{g+a_2}m=101\text{kg}$.

[例8] 在2008年北京残奥会开幕式上，运动员手拉绳索向上攀登，最终点燃了主火炬，体现了残疾运动员坚忍不拔的意志和自强不息的精神. 为了探求上升过程中运动员与绳索和吊椅间的作用，可将过程简化. 一根不可伸缩的轻绳跨过轻质的定滑轮，一端挂一吊椅，另一端被坐在吊椅上的运动员拉住，如图3-2-23所示. 设运动员的质量为65kg，吊椅的质量为15kg，不计定滑轮与绳子间的摩擦，重力加速度取 $g=10\text{m/s}^2$. 当运动员与吊椅一起正以加速度 $a=1\text{m/s}^2$ 上升时，试求：

(1)运动员竖直向下拉绳的力；

(2)运动员对吊椅的压力.


图3-2-23

[分析] (1)设运动员竖直向下拉绳的力大小为 F，运动员和吊椅作为一个整体(整体法)，由牛顿第二定律有：$2F-(m_1+m_2)g=(m_1+m_2)a$，所以：

$F=\frac{(m_1+m_2)(g+a)}{2}=440\text{N}$.

(2)以运动员为研究对象(隔离法)，由牛顿第二定律有：$F+N-m_1g=m_1a$

解得：$N=m_1(g+a)-F=275\text{N}$.

思维考试测试

1. 如图3-2-24所示，置于水平地面上的相同材料做成、质量分别为 m 和 M 的两物体用细绳连接，在 M 上施加一水平恒力 F，使两物体做匀加速直线运动，对两物体间细绳上的拉力，正确的说法是 ( )

A. 地面光滑时，绳子拉力大小等于$\frac{mF}{M+m}$

B. 地面不光滑时，绳子拉力大小等于$\frac{mF}{M+m}$

C. 地面不光滑时，绳子拉力大于等于$\frac{mF}{M+m}$

D. 地面不光滑时，绳子拉力小于等于$\frac{mF}{M+m}$

m M F

图3-2-24

2. 在场强为 E 的匀强电场中，固定放置两个带电小球1和2，它们的质量相等，电荷分别为 q_1 和 $-q_2$($q_1\neq-q_2$). 球1和球2连线平行于电场线，如图3-2-25所示，现同时放

开1球和2球，于是它们开始在电场力的作用下运动. 如果球1和球2之间的距离可以取任意有限值，则两球刚被放开时，它们的加速度可能是 ( )

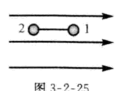


图 3-2-25

A. 大小不等，方向相同

B. 大小不等，方向相反

C. 大小相等，方向相同

D. 大小相等，方向相反

3. 一质量为 $M=10\text{kg}$ 的木楔 ABC 静止在粗糙水平地面上，它与地面间的动摩擦因数 $\mu=0.02$. 在木楔的倾角 $\theta=30°$ 的斜面上，有一质量 $m=1.0\text{kg}$ 的物块由静止开始沿斜面下滑，如图 3-2-26 所示. 当滑行的距离 $s=1.4\text{m}$ 时，其速度 $v=1.4\text{m/s}$. 在这个过程中，木楔没有动，求地面对木楔的摩擦力的大小和方向(重力加速度 $g=10\text{m/s}^2$).

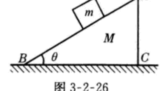
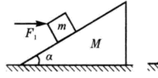


图 3-2-26

4. 两个质量不计的弹簧将一金属块支在箱子的上顶板与下底板之间，箱只能沿竖直方向运动，如图 3-2-27 所示，两弹簧原长均为 0.8m，劲度系数相同. 当箱以 $a=2.0\text{m/s}^2$ 的加速度匀减速上升时，上弹簧的长度为 0.70m，下弹簧的长度为 0.60m. 取 $g=10\text{m/s}^2$，若上顶板受到的压力是下底板受到的压力的 1/4 时，试判断箱的运动情况.


图 3-2-27

5. 如图 3-2-28 所示，质量为 M 的斜面体置于水平上，其上有质量为 m 的小物块，各接触面均无摩擦，第一次将水平力 F_1 加在 m 上；第二次将水平力 F_2 加 M 上，两次都要求 m 与 M 之间不发生相对滑动，求 $F_1:F_2=$?



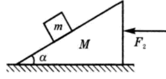


图 3-2-28

答案与提示

1. AB(整体法：对 m 和 M，应用牛顿第二定律可知加速度 $a=\dfrac{F-f_m-f_M}{M+m}$，隔离法：对 m 物体应用牛顿第二定律有，$T-f_m=ma$，可得 $T=ma+f_m=\dfrac{mF+Mf_m-mf_M}{M+m}$，将 $f_m=\mu mg$ 和 $f_M=\mu Mg$ 代入后得 $T=\dfrac{mF}{M+m}$，可见本题中的 T 与 μ 无关，但必须注意到本题中的两个物体与地面的动摩擦因数相同，若是不同，则结果不同)

2. ABC(隔离法：两小球受到外电场力大小不相等时，两球间的库仑力大小相等，方向相反，且均与受到的电场力方向相反. 由于两球之间的距离不能确定，库仑力的大小 F 有很多可能性：设 $q_1>q_2$，F 小于球1受到的电场力而大于球2受到的电场力，则两球的合外力方向相同，合力大小 q_1E-F 与 $F-q_2E$ 可能相等也可能不等，导致加速度的方向相同而大小可能相等也可能不等；F 大于球1受到的电场力，合力大小 $F-q_1E$ 与 $F-q_2E$ 肯定不等，两球加速度大小不等，方向相反；当 F 小于球2受到的电场力，合力大

小$F-q_1E$与q_2E-F肯定不等，方向相反，加速度的大小不等方向相反. 整体法：两球受到的电场力的合力不为零，即$ma_1+ma_2\neq 0$，两球的$a_1+a_2\neq 0$凡是符合这一关系的都正确）

3. 隔离法：物块沿斜面下滑时做初速度为零的匀加速运动，有$v^2=2as$，所以$a=\dfrac{v^2}{2s}=\dfrac{1.4^2}{2\times 1.4}\text{m/s}^2=0.7\text{m/s}^2$.

对物块和木楔分别作受力分析如图 3-2-29 所示.

图 3-2-29

对物块有 $mg\sin\theta-f=ma$，$f=m(g\sin\theta-a)$，$N=mg\cos\theta$.

对木楔在水平方向上有 $f_x=f\cos\theta-N\sin\theta=-ma\cos\theta=-1.0\times 0.7\times\cos30°\text{N}=-0.61\text{N}$.

说明地面对木楔的静摩擦力大小为 0.61N，方向与图中假定的方向相反，水平向左.

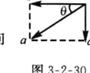


图 3-2-30

整体法：求出物块下滑加速度$a=0.7\text{m/s}^2$，该加速度沿水平方向有向左的分量，如图 3-2-30 所示，此水平分量大小为$a_x=a\cos\theta$. 将木楔和物块作为一个整体来研究，在水平方向上有加速度，就有外力提供做加速运动需要的力，这个力就是水平面对木楔的静摩擦力，由牛顿第二定律可得

$f_x=ma\cos\theta=1.0\times 0.7\times\cos30°\text{N}=0.61\text{N}$，方向与$a_x$方向相同，水平向左.

4. 箱子的顶部与底部的距离一定，两弹簧的总形变量一定（对弹簧整体思考）. 设两弹簧的总形变量为l，两弹簧均处于压缩状态，设上弹簧形变量为Δx_1，下弹簧形变量为$2\Delta x_1$，有$2\Delta x_1+\Delta x_1=l$，解得：$\Delta x_1=\dfrac{l}{3}$，两弹簧合力等于物体的视重（即重力减去失重部分）$k(2\Delta x_1-\Delta x_1)=k\Delta x_1=m(g-a)$　①，若上顶板受到的压力是下底板受到的压力的 1/4 时，即下弹簧的形变量是上弹簧形变量Δx_2的 4 倍，$4\Delta x_2+\Delta x_2=l$，$\Delta x_2=\dfrac{l}{5}$，同理，两弹簧合力等于物体视重，$k(4\Delta x_2-\Delta x_2)=3k\Delta x_2=m(g-a')$　②，由①、②两式得$\dfrac{g-a}{g-a'}=\dfrac{\Delta x_1}{3\Delta x_2}=\dfrac{5}{9}$，解得：$a'=-4.4\text{m/s}^2$，负号说明加速度的方向向上，箱子做加速向上运动或减速向下运动，实际上物体超重，而不是失重.

5. F_1作用在m时，对于系统（整体法）有$F_1=(M+m)a_1$，对于m（隔离法）受力如图 3-2-31(1)所示，M对m的弹力N_1在竖直方向的分量与m的重力平衡，水平方向分量为$N_{1x}=mg\tan\alpha$，m对M的压力在水平方向上分量提供M加速运动所需外力，即$N_{1x}=mg\tan\alpha=Ma_1$，$a_1=\dfrac{m}{M}g\tan\alpha$，即

$$F_1=(M+m)a_1=\frac{m}{M}(M+m)g\tan\alpha \qquad ①.$$

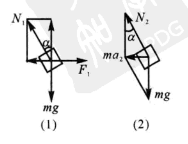


图 3-2-31

F_2作用在M时，对于系统（整体法）有$F_2=(M+m)a_2$，对于m（隔离法），其受力图如图 3-2-31(2)所示，重力mg和支持力N_2的合力提供m在水平方向做加速运动所需的外力，有$mg\tan\alpha=ma_2$，$a_2=g\tan\alpha$，

$$F_2=(M+m)g\tan\alpha \qquad ②.$$

由①、②两式相比得$\frac{F_1}{F_2}=\frac{m}{M}$.

3.3 能量与动量中的整体法与隔离法

机械能守恒定律、能量守恒定律及动量守恒定律主要是针对系统，当系统有受力条件与守恒定律的条件符合时，就应用守恒定律求解，应用守恒定律求解省去过程中的一些变化，只考虑初态和末态的状态量，这样处理问题使过程大为简捷.

动量定理可以应用于系统，但在高中阶段动能定理最好不要应用于系统，对单个物体的多个运动阶段，应用动能定理求解是很好的选择.

由于电场力做功的特点与重力做功的特点极为相似，所以，带电体的运动过程中应用能量守恒定律也是很常见的.

掌握高中阶段每个力做功的特点是应用能量守恒定律的先决条件.



解题方法指导

[例1] 一个质量为2kg的物体，以4m/s的速度在光滑水平面上向左滑行，从某时刻起，作用在物体上一个向右的水平力，经过一段时间，物体的速度方向变为向右，大小仍为4m/s，在这段时间内，水平力做功为 ( )

A. 0　　B. 8J　　C. 16J　　D. 32J

[分析] 物体在这段时间内，物体先做匀减速运动，后做匀加速运动，全过程中初速度和末速度的大小相等，动能不变，即动能的增量为零，外力的功为零.

[答案] A

[评析] 物体在减速过程，水平力做负功，在加速过程，水平力做正功，尽管物体运动过程中位移和受力的大小均不可求，应用动能定理间接可知全过程水平力的功为零，这就是动能定理解题的优势，也是整体法的优势. 本题是过程整体法.

[例2] 物体A和B用轻绳相连挂在轻弹簧下静止不动，如图3-3-1(a)所示，A的质量为m，B的质量为M. 当连接A、B的绳突然断开后，物体A上升经某一位置时的速度大小为v，这时物体B的下落速度大小为u，如图3-3-1(b)所示. 这段时间里，弹簧的弹力对物体A的冲量为 ( )

A. mv　　B. $mv-Mu$

C. $mv+Mu$　　D. $mv+mu$

(a)　(b)

图3-3-1

[分析] A、B两物体在绳子断后，B做自由落体运动，A做加速度减小的加速运动，当物体B的下落速度大小为u时，在相等的时间内，A的上升速度大小为v，说明在这段时间内，两物体动量的改变量已知，即受到合外力的冲量已知，物体B只受重力作用，物体A受重力和弹力的作用，对物体B应用动量定理可求出这段时间，再对物体A应用动

量定理就可求出弹力的冲量.(隔离法)

以 B 为研究对象,应用动量定理有 $Mgt=Mu$,$t=\dfrac{u}{g}$

以 A 为研究对象,应用动量定理有 $I_k-mgt=I_k-mu=mv$

可得弹力冲量 $I_k=mv+mu$.

[答案]　D

[评析]　对 B 物应用动量定理求运动的时间,对 A 应用动量定理求弹力冲量.本题若将 A、B 作为一个整体是无法求得弹力的冲量,所以,整体法与隔离法之间有时是无法替代的.

[例3]　一皮带运输机按图 3-3-2 所示的方向以恒定的速率 v 运动,当 A 端的漏斗不断地向皮带上漏下煤粉时,皮带上的煤粉增加的速率为 $k=\dfrac{\Delta m}{\Delta t}$,而皮带运输机由于煤粉落在皮带上所需要增加的功率为多少?

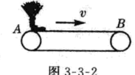


图 3-3-2

对于这个问题,两个学生应用不同的方法得出不同的结果,请分析这两个学生解答结果不相同的原因.并说明他们解答过程中存在什么问题.

学生甲:煤粉落到上受到皮带对它在水平方向上的作用力为 F,由动量定理可知 $F\Delta t=\Delta m\cdot v$,煤粉对皮带在水平方向上的作用力大小增量也为 F.皮带保持匀速运动,说明皮带运输机需要增加功率为 $P=Fv=\dfrac{\Delta mv}{\Delta t}\cdot v=kv^2$.

乙同学认为煤粉落在皮带上能与皮带一起运动,单位时间内煤粉增加的动能就是皮带运输机所需要增加的功率 $P=\dfrac{\frac{1}{2}\Delta mv^2}{\Delta t}=\dfrac{1}{2}\dfrac{\Delta m}{\Delta t}\cdot v^2=\dfrac{1}{2}kv^2$.

甲、乙两学生求解过程是哪个对,或是两个都错呢?

[分析]　煤粉落到皮带没有水平方向速度,与皮带在水平方向上有相对运动,它们之间产生滑动摩擦力,是滑动摩擦力使煤粉加速,当煤粉的速度与皮带相同时,它们之间没有相对运动,滑动摩擦力消失.而皮带要保持匀速运动,在运动方向上增加的力等于煤粉对它的滑动摩擦力.

煤粉加速运动的时间内,煤粉的位移为 $s_1=\dfrac{v}{2}t$,皮带的位移为 $s_2=vt=2s_1$,滑动摩擦力对煤粉所做的功等于煤粉动能的增量,皮带上增大的力所做的功是滑动摩擦力与 s_2 的乘积,是滑动摩擦力对煤粉做功的二倍,功率就是二倍.乙同学将滑动摩擦力对煤粉所做的功当作皮带所增加的力对皮带所多做的功,是研究对象的错误.

综上所述,甲正确而乙错误.

[总结]　本例说明动能定理只能适用于单个物体,而不能适用于系统.动量定理既适用于单个物体,也适用于系统.在高中阶段,这是两个定理在应用中最重要的区别.

例 1 对物体的整个运动过程应用动能定理,是将分段的运动过程作为整体处理,例 3 中将皮带与煤粉作为一个整体来处理,是对研究对象的整体处理,尽管都是整体法,但一个是单个物体多个运动过程,将过程整体处理,一个是多个物体作整体处理.

［例4］ 质量为M的木块在光滑的水平面上以速度v_1向右运动，质量为m的子弹以速度v_2水平向左迎面射击木块，并嵌在其中，要使木块停下来，必须发射的子弹数目是 （　　）

A. $\frac{(M+m)v_2}{mv_1}$　　B. $\frac{Mv_1}{(M+m)v_2}$

C. $\frac{Mv_1}{mv_2}$　　D. $\frac{mv_1}{Mv_2}$

［分析］ 木块要停下来，必须是子弹射入使木块减速为零.从动量守恒的角度来看，即子弹的总动量与木块的动量大小相等，方向相反.设子弹数为n，$nmv_2=Mv_1$，$n=\frac{Mv_1}{mv_2}$.

［答案］ C

［例5］ 如图3-3-3所示，三辆相同的平板小车a、b、c成一直线排列，静止在光滑水平地面上.c车上一个小孩跳到b车，接着又立即从b车跳到a车上，小孩跳离c车和b车时相对地水平速度相同，他跳到a车上没有走动便相对a车静止，此后 （　　）

A. a、c两车的速率相等

B. a、b两车的速率相等

C. 三辆车速率关系为$v_c>v_a>v_b$

D. a、c两车的运动方向一定相反

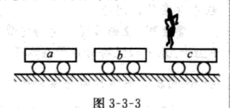


图3-3-3

［分析］ 设小孩的质量为m，小车的质量为M，向左为正方向，小孩由c车跳到b车，$mv+Mv_c=0$，$v_c=-\frac{m}{M}v$，小孩由b车跳到a车，$mv+Mv_b=mv$，$v_b=0$，落到a车$mv=(M+m)v_a$，$v_a=\frac{m}{M+m}v$

［答案］ CD

［例6］ 如图3-3-4所示，一固定的楔形木块，其斜面的倾角$\theta=30°$，另一边与地面垂直，顶上有一定滑轮，一柔软的细线跨过定滑轮，两端分别与物块A和B连接，A的质量为$4m$，B的质量为m.开时将B按在地面上不动，然后放开手，让A沿斜面下滑而B上升，物块A与斜面间无摩擦，设当A沿斜面下滑s距离后，细线突然断了，求物块B上升的最大高度H.

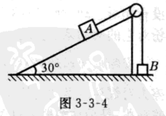


图3-3-4

［分析］ 两物块组成的系统在一起运动的过程中，只有重力做功，机械能守恒，细绳断的瞬间，B物块具有向上的瞬时速度，相当于竖直上抛运动，两个过程中上升的总高度即为所求的高度.细绳断的瞬间，两物块速度大小为v，A、B组成系统一起运动过程中，只有重力做功，机械能守恒有$\frac{1}{2}(4m+m)v^2=4mgs\sin 30°-mgs$ 解得：$v^2=\frac{2}{5}gs$

细绳断后，B 做竖直上抛运动，上升的最大高度为 $h=\frac{v^2}{2g}=\frac{s}{5}$

在整个运动过程中，B 上升的最大高度为 $H=h+s=1.2s$

［评析］　先整体，后个体.

［例 7］　一辆带着拖车的卡车总质量为 M，沿平直公路匀速前进. 在途中质量为 m 的拖车脱钩，当司机发觉时，卡车已驶过脱钩点 s_1，于是立即关闭油门. 若阻力与车重成正比，且关闭油门前卡车的牵引力不变，试求卡车与拖车都静止时，两车之间的距离.

［分析］　设阻力系数为 k，脱钩后的拖车的位移为 s，卡车的总位移为 s'.

解法一（隔离法）：对拖车应用动能定理有：$kmgs=\frac{1}{2}mv_0^2$

对卡车全过程（过程整体法）应用动能定理有：$kMgs_1-k(M-m)gs'=0-\frac{1}{2}(M-m)v_0^2$

两式相比后化简得 $(M-m)(s'-s)=Ms_1$. 两车位移之差为 $\Delta s=s'-s=\frac{M}{M-m}s_1$.

解法二（图象法）：脱钩后拖车与关闭油门后卡车的加速度均由阻力提供，由牛顿第二定律可知它们具有相同的阻力加速度 $a=kg$，当拖车脱钩后，卡车关闭油门前，这个系统的合外力为零，设拖车质量为 m，卡车质量为 $(M-m)$，系统合外力为零（系统整体法），有 $(M-m)a'=ma$，$a'=\frac{ma}{M-m}$.

两车的速度—时间图象如图 3-3-5 所示，由图象可知两车之间的距离就是两车图象与时间轴所围的面积之差，即图中 v_0ABtO 所围的面积，由匀变速运动规律可知：

$$\Delta s=\frac{v_A^2-v_0^2}{2a'}+\frac{v_A^2-v_0^2}{2a}=s_1+\frac{a'}{a}s_1=\frac{M}{M-m}s_1.$$

图 3-3-5

解法三：（牛顿运动定律与匀变速运动）：卡车加速阶段的末速度为 v_A，则有

$v_A^2=v_0^2+2a's_1$　①，将①式两边同除以 $2a$ 后，可得到卡车减速的位移 $s_{卡}$ 和拖车减速的位移 $s_{拖}$ 与 s_1 的关系式为 $s_{卡}=s_{拖}+\frac{a'}{a}s_1$，$s_{卡}-s_{拖}=\frac{a'}{a}s_1$

$$\Delta s=(s_{卡}+s_1)-s_{拖}=(1+\frac{a'}{a})s_1=\frac{M}{M-m}s_1$$

解法四：（系统和过程均用整体法）：如果拖车脱钩后卡车也无牵引力的作用，则卡车与拖车滑行的距离相同，均为 s，由此可见卡车比拖车多前进的距离也就是由于牵引力 $F=kMg$ 在位移 s_1 上多做的功. 卡车最终是静止的，则牵引力所做的功等于克服阻力所做的功，有 $kMgs_1=k(M-m)g\Delta s$，$\Delta s=\frac{M}{M-m}s_1$.

［评析］　本题应用动能定理求解；应用牛顿运动定律和匀变速运动求解；应用图象法求解，应用能量的关系求解，解答过程中应用这四种解法，请体会其中“韵味”.

［例8］ 质量为 m 的木块沿水平方向以速度 v_0 滑上静止在水平面上质量为 M 薄木板上表面，如图 3-3-6 所示．已知木块与木板间的动摩擦因数为 μ_1，木板与地面间的动摩擦因数为 μ_2，木板足够长，试求木块从滑上木板到最后停下来所需要的时间．已知 $\mu_2(M+m)g<\mu_1 mg$.

图 3-3-6

［分析］ 因为 $\mu_2(M+m)g<\mu_1 mg$，长木板将在水平面上先做匀加速运动，当木块与长木板的速度相等后，长木板和木块一起做匀减速运动直到速度为零．对木块来说，其减速运动是两个加速度不同的减速过程；对长木板来说，是先加速，后减速，这中间的联系就是两者速度相等的这一瞬间木块与长木板间的滑动摩擦力变为了静摩擦力．

研究对象隔离法：对木块由牛顿运动定律有 $\mu_1 mg=ma_m$，$a_m=\mu_1 g$.

同理，对木板有 $Ma_M=\mu_1 mg-\mu_2(m+M)g$，$a_M=\dfrac{\mu_1 mg-\mu_2(m+M)g}{M}$.

当木块与木板的速度相等为 v 时，对木块有 $v=v_0-\mu_1 gt_1$.

对木板有 $v=a_M t_1=\dfrac{m}{M}(\mu_1-\mu_2)gt_1-\mu_2 gt_1$.

由以上两式解得 $t_1=\dfrac{v_0}{\mu_1 g+a_M}$，$v=a_M t_1=\dfrac{a_M}{\mu_1 g+a_M}v_0$.

两物一块做减速时加速度为 a，$a=\mu_2 g$，由 $v=at_2$，$t_2=\dfrac{v}{\mu_2 g}=\dfrac{a_M v_0}{\mu_2 g(\mu_1 g+a_M)}$.

$t=t_1+t_2=\dfrac{v_0}{\mu_1 g+a_M}+\dfrac{a_M v_0}{\mu_2 g(\mu_1 g+a_M)}$，将 a_M 代入后化简后得 $t=\dfrac{mv_0}{\mu_2(m+M)g}$.

研究对象和运动过程整体法：若把木块和长木板作为一系统来处理，该系统的动量的减少是由于地面摩擦力的冲量作用的结果．由动量定理可得：

$\mu_2(M+m)gt=mv_0$，$t=\dfrac{mv_0}{\mu_2(M+m)g}$.

［评析］ 在应用整体法解答问题时，首先要求对问题有透彻的了解，实际上就是能详尽地、正确地对问题进行分析，然后再纵观全过程，看其运动过程中的特点，利用最有效的解题途径，用较通俗的话来说就是分析问题钻进去，解决问题要跳出来．

从本例的两种解法来看：隔离法的优势在于培养分析能力，其实就是跟踪分析法；整体法的优势在于事半功倍．

［例9］ 一带有光滑的竖直弧形轨道的平板车其水平部分不光滑，一物块从离平板车的水平面高为 h 处的弧形轨道由静止开始下滑，最后停在平板车的 B 点处，如图3-3-7所示．已知物块的质量为 m，平板车的质量为 M，且它们之间在水平处的动摩擦因数为 μ，求物块在水平部分滑动的距离 AB 的长度 L（车与地面间的摩擦不计）．

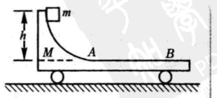


图 3-3-7

[分析] 物块在圆弧部分处运动时，系统内只有重力做功，机械能守恒. 系统在水平方向上不受外力，系统在水平方向上动量守恒. 这样可求出物体到达 A 点处的速度 v_A 和此时平板车对应的水平速度 v. 当物块在平板车的 AB 段运动时，只有物块与车之间的摩擦力在使它们分别做减速运动，直到它们相对静止.

此题若是从物块由静止下滑直到它静止在平板车上的全过程(研究对象和运动过程的整体法)来考虑，由于系统在水平方向上不受外力，水平方向上动量守恒. 开始时的总动量为零，后来的总动量也应为零，而物块相对平板车静止，故只有平板车的动量为零，才能使后来的总动量为零，由能量守恒可知，系统的重力势能的减少转化为内能.

即：$mgh=\mu mgL, L=\dfrac{h}{\mu}$.

[评析] 本题是对研究对象和运动过程均采取整体法. 一般来讲，应用动量守恒和能量守恒解答物理问题时，应用整体法是最常见的一种解题途径. 本题若是对物块的运动过程分段进行求解，将是一个十分烦琐的过程.

[例 10] 人和冰车的总质量为 M，另有一木球，质量为 m，$M:m=31:2$，人坐在静止于水平冰面的冰车上，以速度 v(相对于地面)将原来静止的木球沿冰面推向前方的固定挡板. 球与冰面、车与冰面间的摩擦均可忽略不计，空气阻力也忽略不计. 木球与挡板碰撞后，球被反向弹回，速率与碰撞前相等，人接球后再以同样的速度 v(相对于地面)将球沿冰面向正前方推向挡板，问：人推球多少次后才不再接到球？

[分析] 人在推球和接球的过程中，由于水平方向不受外力，水平方向上动量守恒，随着人推球次数的增多，人后退的速度 u 越来越大. 当木球与挡板碰撞后反向弹回的速度大小 $v\leqslant u_n$ 时，人就不再能接到球了.

以人、冰车和球所组成系统为研究对象，整个过程中系统在水平方向上仅受固定挡板的冲量，而固定挡板每次给球的冲量为 I，以 I 为正方向，由动量定理可得：

$I=mv-m(-v)=2mv$.

人推球 n 次，挡板对球的总冲量为 $I_{总}=nI=2nmv$.

对研究的系统的全过程(整体法)应用动量定理 $I_{总}=Mu_n+mv-0=Mu_n+mv$.

所以有：$Mu_n+mv=2nmv, Mu_n=(2n-1)mv$.

考虑到 $v\leqslant u_n$，即 $Mv\leqslant Mu_n$，所以 $Mv\leqslant(2n-1)mv, n\geqslant\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{M}{m}+1\right)$.

将 $M:m=31:2$ 代入上式后得 $n\geqslant 8.25$，由于 n 不可能为小数，必须为正整数 $n=9$，即人推球 9 次后才不再接到球.

[评析] 本题采用的方法是极限思维法，没有对每一次推球和接球的过程应用动量守恒，求人和冰车每次推球和接球后所获得的速度，而是直接考虑终态时的人不再接球的条件，同时对人、车和球作为一个整体应用动量定理，使得求解过程大为简捷，这是极限思维法和整体法的一个综合应用的非常完美的例子.

［例11］ 如图3-3-8所示，质量为$M=1\text{kg}$的平板车左端放有质量为$m=2\text{kg}$的小铅块，铅块与车面间的动摩擦系数$\mu=0.5$，开始时车和铅块同以$v_0=6\text{m/s}$的速度向右在光滑水平面上运动，车与墙发生正碰，设碰撞时间极短，且碰后车的速率不变，车身足够长，使铅块不会与墙相碰，求：

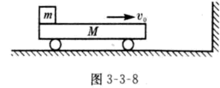


图3-3-8

(1)铅块相对车的总位移；

(2)小车所受墙壁的总冲量.

［分析］ 车与墙相碰时间很短，铅块与车面间的滑动摩擦力f的冲量很小，可以认为铅块不参与它们之间的相互作用，铅块还是向右运动的. 当车与墙相互作用后速度反向，车与铅块在它们之间滑动摩擦力f的作用下均做匀减速运动. 车的质量比铅块的质量小，车的速度减为零后又反向加速，当车与铅块的速度相同时，滑动摩擦力消失，它们以相同的速度向右运动，直至车与墙发生第二次碰撞. 以后将重复以前的运动过程，只不过铅块的速度比初速v_0小而已. 在车不断地与墙碰撞的过程中，铅块始终是向右运动的，只要铅块与车之间有相对运动，铅块相对车始终是向右运动的. 由于车每与墙碰撞一次后，由于车与铅块间的滑动摩擦力f的作用，使得它们的速度越来越小，直至它们的速度为零.

若是从每次碰撞后的相对运动及碰撞的次数来分析，这个求解过程肯定是很烦琐的，但是从整个运动过程来看，当它们的速度均为零时，整个系统的动能是通过克服滑动摩擦力做功而转化为热，而这个热量的大小就等于滑动摩擦力f与铅块在车上滑动的位移的乘积. 同时，以铅块和车为整体来看：它们的总动量变为零，由动量定理可知完全是由于墙对车的冲量的作用(整体法)

［解］ (1)由能量守恒有$\mu mgs=\frac{1}{2}(M+m)v_0^2$，

$$s=\frac{(M+m)v_0^2}{2\mu mg}=\frac{(1+2)\times 6^2}{2\times 0.5\times 2\times 10}=5.4\text{m},$$

(2)由动量定理可知车受到墙的总冲量为：$I=(m+M)v_0=(2+1)\times 6\text{N}\cdot\text{s}=18\text{N}\cdot\text{s}$.

［评析］ 本题应用整体法是建立在对物理过程有着清醒的、正确的了解的基础上，本题既对研究对象应用整体法，又对运动过程应用了整体法.

［例12］ 一质量为m、带电量为$-q$的小物体，可在水平轨道Ox上运动，O端有一与轨道垂直的固定的墙，轨道处于匀强电场中，其电场强度大小为E，方向沿Ox正方向，如图3-3-9所示. 小物体以速度v_0从x_0点沿Ox轨道运动，运动时受到大小不变的摩擦力f的作用，且设小物体与墙壁碰撞时不损失机械能，且电量保持不变，求小物体在停止运动前所通过的总路程s.($f<qE$)

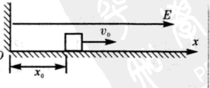


图3-3-9

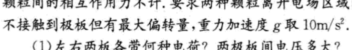
［分析］　小物体以速度 v_0 从 x_0 点沿 Ox 轨道运动时，受到的电场力和摩擦力均与运动方向相反，小物体做减速运动，当其速度为零时，由于 $f<qE$，小物体将反向做加速运动，运动到 O 点时与固定墙壁发生碰撞，速度反向，又沿 Ox 轨道做减速运动．由于 $f<qE$，小物体不可能停在除 O 点以外处，因为小物体在 O 点可以受到固定墙壁对它向右的弹力与向左的电场力平衡，所以小物体一直在 Ox 轨道往复运动，但其运动时离 O 点的最大距离是越来越小，最后停在 O 点．此过程中小物体所具有的电势能和动能的减少均通过摩擦力做功转化为热．(对运动过程应用整体法)由能量守恒可知：

$$\frac{1}{2}mv_0^2+qEx_0=fs，所以\ s=\frac{\frac{1}{2}mv_0^2+qEx_0}{f}.$$

［评析］　从能量的角度来看，例 11 与例 12 有异曲同工之妙，均为系统能量的减少通过克服摩擦力做功转化为热的角度，采取了整体法来求解．

［例 13］　图 3-3-10 是某种静电分选器的原理示意图．两个竖直放置的平行金属板带有等量异号电荷形成匀强电场．分选器漏斗出口与两板上端处于同一高度．到两板的距离相等．混合在一起的 a、b 两种颗粒从漏斗出口下落时，a 种颗粒带上正电，b 种颗粒带上负电．经分选电场后，a、b 两种颗粒分别落到水平传送带 A、B 上．

已知两板间距 $d=0.1\text{m}$，板的长度 $l=0.5\text{m}$，电场仅局限于平行板之间；各颗粒所带电量大小与其质量之比均为 $1\times10^{-5}\text{C/kg}$．设颗粒进入电场时的初速度为零．分选过程中颗粒间的相互作用力不计．要求两种颗粒离开电场区域时，不接触到极板但有最大偏转量，重力加速度 g 取 10m/s^2．



(1)左右两板各带何种电荷？两极板间电压多大？

(2)若两带电平行板的下端距传送带 A、B 的高度 $H=0.3\text{m}$，颗粒落至传送带时速度大小是多少？

(3)设颗粒每次与传送带碰撞反弹时，沿竖起方向的速度大小为碰撞前竖直方向速度大小的一半，写出颗粒第 n 次碰撞反弹高度表达式，并求出经过多少次碰撞颗粒反弹的高度小于 0.01m．

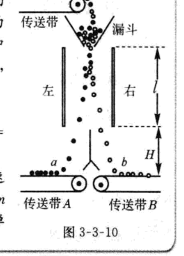


图 3-3-10

［分析］　带电颗粒从分选器漏斗出口受到水平方向上的电场力和竖直向下的重力，在两个力的方向上均做初速度为零的匀加速运动，离开电场后，水平方向是匀速运动，竖直方向是匀加速运动．

颗粒与传送带碰撞后反弹的速度为碰前的一半，即反弹后上升的高度为碰前的 1/4，以此可求出颗粒反弹的高度小于 0.01m 需要碰撞的次数．

解法一：(1)a 颗粒带正电向左偏，左极板带负电，右极板带正电．两种颗粒离开电场区域时，不接触到极板但有最大偏转量，颗粒在水平方向和竖直方向均做初速度为零的匀加速运动，有 $l=\frac{1}{2}gt^2$，$\frac{1}{2}d=\frac{1}{2}\frac{qU}{md}t^2$．由这两式解得 $U=\frac{mgd^2}{2ql}=1\times10^4\text{V}$．

(2)带电颗粒落到 A、B 传送带时，可认为在竖直方向上是从漏斗开始做自由落运动，故落到传送带时竖直速度 $v_y=\sqrt{2g(l+H)}=\sqrt{2\times10\times(0.5+0.3)}\text{m/s}=4\text{m/s}$

颗粒在水平方向上的速度为 $v_x=\sqrt{\frac{qU}{m}}=\sqrt{1\times10^{-5}\times10^4}\text{m/s}=\sqrt{0.1}\text{m/s}$.

颗粒落到传送带时速度大小为 $v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{4^2+0.1}\text{m/s}\approx4\text{m/s}$.

(3)设颗粒每次与传送带碰撞反弹时，沿竖直方向的速度大小为碰撞前竖直方向速度大小的一半，颗粒第 n 次碰撞反弹的速度为 v_{ny}，反弹的高度为 h_{ny}，

$v_{ny}=\left(\frac{1}{2}\right)^n v_y, h_n=\frac{v_{ny}^2}{2g}=\left(\frac{1}{2}\right)^{2n+1}\cdot\frac{v_y^2}{g}=\left(\frac{1}{2}\right)^{2n+1}\cdot1.6\text{m}$.

当 $h_n<0.01\text{m}$，即 $\left(\frac{1}{2}\right)^{2n+1}\cdot1.6\text{m}<0.01\text{m}$，解得 $n=3.16$，即 $n=4$ 次.

解法二(整体法)：(1)a 颗粒带正电向左偏，说明左极板带负电，则右极板带正电. 两种颗粒离开电场区域时，不接触到极板但有最大偏转量，由于运动的同时性，颗粒在两个方向上的位移之比等于加速度之比即 $\frac{d/2}{l}=\frac{a_x}{g}=\frac{qU/dm}{g}$，故有 $U=\frac{mgd^2}{2ql}=1\times10^4\text{V}$.

(2)由动能定理可知带电颗粒落传送带时动能 $\frac{1}{2}mv^2=mg(l+H)+q\cdot\frac{U}{2}$.

解得 $v=\sqrt{2g(l+H)+\frac{qU}{m}}=\sqrt{2\times10\times(0.5+0.3)+10^{-5}\times10^4}\text{m/s}=4\text{m/s}$.

(3)颗粒每次与传送带碰撞反弹时，沿竖直方向速度大小为碰撞前竖直方向速度大小的一半，则第一次跳起高度 $h_1=\frac{v'^2}{2g}=\frac{(v/2)^2}{2g}=\frac{1}{4}\cdot\frac{2g(l+H)}{2g}=\frac{1}{4}\cdot(l+H)$.

第二次跳起高度 $h_2=\frac{1}{4}\cdot h_1=\left(\frac{1}{4}\right)^2\cdot(l+H)$ …所以 $h_n=\left(\frac{1}{4}\right)^n\cdot(l+H)$.

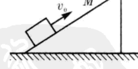
由题意可知 $h_n=\left(\frac{1}{4}\right)^n\cdot(l+H)<h_0$，$\left(\frac{1}{4}\right)^n<\frac{h_0}{l+H}=\frac{1}{80}=\left(\frac{1}{4}\right)^3\cdot\frac{4}{5}$ ①.

要使不等式①成立，n 至少为 4，即颗粒碰撞 4 次后跳起高度小于 0.01m.

［评析］ 解法二基本上是整体思考问题，解题角度比解法一中站得高些. 用解法二求解，说明对高中物理知识网络结构清楚，分析物理过程进得去，出得来.

跟踪训练

1. 如图 3-3-11 所示，物体以 100J 的初动能从斜面底端向上运动，当它通过斜面某点 M 时，其动能减少 80J，机械能减少 32J，如果物体能从斜面上返回底端，则物体到达斜面底端时的动能为 (　　)



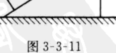


图 3-3-11

A. 20J　　　B. 48J

C. 60J　　　D. 68J

2. 如图 3-3-12 所示，大小相等、质量不一定相等的 A、B、C 三只小球排列在光滑水平面上. 未碰撞前 A、B、C 三只小球的动量分别是 8kg·m/s、－13kg·m/s、－5kg·m/s. 在三只小球沿一直线发生了一次相互碰撞的过程中，A、B

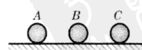


图 3-3-12

二球受到的冲量分别为$-9N\cdot s$、$1N\cdot s$，则C球对B球的冲量及碰后动量的大小分别为 （ ）

A. $-1N\cdot s$、$3kg\cdot m/s$ B. $-8N\cdot s$、$3kg\cdot m/s$

C. $10N\cdot s$、$4kg\cdot m/s$ D. $-10N\cdot s$、$4kg\cdot m/s$

3. 质量相等的甲、乙两人各乘一相同小车静止在光滑水平冰面上，甲手中另持一小球. 某时刻，甲向正东方向将球沿着冰面推给乙，乙接住球后又向正西方向将球回推给甲，如此推接数次后，甲又将球推出，球在冰面上向东运动，但已经无法追上乙，此时甲的速率v_1、乙的速率v_2及球的速率v三者之间的关系为 （ ）

A. $v_1=v_2\geqslant v$ B. $v<v_1<v_2$ C. $v_1<v\leqslant v_2$ D. $v\leqslant v_2<v_1$

4. 在高速公路上发生了一起交通事故，一辆质量为1500kg向南行驶的长途客车迎面撞上了一辆质量为3000kg向北行驶的卡车，碰后两辆车接在一起，并向南滑行了一小段距离停止. 根据测速仪的测定，长途客车碰前以20m/s的速度行驶，由此可判断卡车碰前的行驶速率为 （ ）

A. 小于10m/s B. 大于10m/s小于20m/s

C. 大于20m/s小于30m/s D. 大于30m/s小于40m/s

5. 如图3-3-13所示，A、B为平行金属板，两板相距为d，分别与电源两极相连，两板中央各有一小孔M和N. 今有一带电质点，位于A板上方相距为d的P点由静止自由下落(P、M、N在同一条直线上)，空气阻力忽略不计，到达N孔时速度恰好为零，然后沿原路返回，若保持两极板间的电压不变，则 （ ）

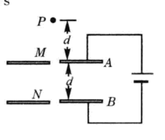


图 3-3-13

A. 把A板向上平移一小段距离，质点自P点自由下落后仍能返回

B. 把A板向下平移一小段距离，质点处P点自由下落后将穿过N孔继续下落

C. 把B板向上平移一小段距离，质点自P点下落后仍能返回

D. 把B板向下平移一小段距离，质点自P点自由下落后将穿过N孔继续下落

6. 物体从高出地面H高处由静止自由下落，不考虑空气阻力，落至地面进入沙坑h深处静止，如图3-3-14所示，求物体在沙坑中受到的平均阻力是其重力的多少倍?

H
h

图 3-3-14

7. 一轻绳两端各系一小物体A和B，且$m_A>m_B$，轻绳和物体跨放在一个光滑的半圆柱体上，半圆柱体的半径为R，A、B刚好贴在圆柱体截面水平直径的两端，如图3-3-15所示，今让两球由静止释放，当B到达圆柱体最高点时，刚好脱离圆柱体，试求：(1)B到达最高点的速度；(2)m_A与m_B的比值是多少?



图 3-3-15

8. 一列火车沿水平轨道匀速前进，火车的总质量为 M，在车尾，有一节质量为 m 的车厢脱钩，当列车司机发现时，列车已行驶了离脱钩的时间 t，司机立即关闭发动机，如果列车所受到的阻力与其重力成正比，且关闭发动机前，机车的牵引力恒定，求当列车两部分都停止运动时，机车比末节车厢多运动了多长时间？

9. 木块和铁块的质量分别为 m 和 M，用线连接起来放在水中，木块的密度小于水的密度. 放手后一起以加速度 a 加速下降，经时间 t_1 后线断了，再经时间 t_2，木块速度为零，当木块速度为零时，铁块速度为多少？

10. 如图 3-3-16 所示，在光滑地面上有一个质量为 M 的盒子 A，盒子中央有一个质量为 m 的小物体 B，B 与盒子之间动摩擦因数为 μ. 开始时两者都处于静止状态，现在给物体 B 以初速度 v_0 向右运动与盒子两壁发生若干次碰撞，碰撞时能量损失不计，碰击时间略去不计，最后物体 B 停在盒内某一位置. 若盒子宽度是 L，则物体 B 与盒壁碰撞次数是多少？

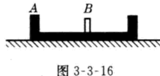


图 3-3-16

答案与提示

1. A(物体上升过程中的动能减少 80J，机械能减少 32J，机械能的减少占动能减少百分比为 $\eta=\frac{32}{80}=0.4=40\%$，这个比例对物体沿斜面向上运动时不变，当动能减少 100J 时，机械能减少 40J，当物体动能为零时，其机械能只有 60J，此值为重力势能. 物体在斜面上向上和向下运动相同的距离时，克服摩擦力做功是相同的，它滑到斜面底端时，它的机械能的减少应等于沿斜面向上过程中机械能的损失 40J，所以回到斜面底端时的动能为 20J)

2. B(三球总动量为 $-10\text{kg}\cdot\text{m/s}$，碰后 A、B 二球受到冲量分别为 $-9\text{N}\cdot\text{s}$、$1\text{N}\cdot\text{s}$，由动量定理可知 A 球动量为 $-1\text{kg}\cdot\text{m/s}$，$B$ 球动量为 $-12\text{kg}\cdot\text{m/s}$，$C$ 球动量为 $3\text{kg}\cdot\text{m/s}$. C 球受到冲量为 $8\text{N}\cdot\text{s}$，C 球对 B 球的冲量与 B 球对 C 球的冲量大小相等，方向相反，为 $-8\text{N}\cdot\text{s}$)

3. D(系统总动量为零，系统动量守恒有 $mv+Mv_2-Mv_1=0$，当球追不上乙时有 $v\leqslant v_2$，由动量守恒表达式可知 $v_2<v_1$)

4. A(两车作为一个整体，它们的碰撞是完全弹性碰撞，总动量是向南，说明卡车的动量小于客车的动量，而卡车的质量是客车质量的 2 倍，那么卡车的速率一定小于客车速率的一半)

5. ACD(质点由 P 点释放后，到达 N 孔时速度恰好为零，其中经过加速和减速过程，但只有电场力和重力做功，由动能定理有 $2mgd-qU=0$ ①，由①式可知，A 板向上平移或向下平移一小段距离，质点自 P 点自由下落运动到 N 孔的过程中，重力的功和电场力的功不变，不影响它到达 N 孔时速度为零；而当 B 板向上平移一小段距离，质点自 P 点下落后，由①式可知，重力的功减小，而电场力的功不变，小球将在未达到 N 孔时速度

为零，提前返回；当 B 板向下平移一小段距离，质点自 P 点自由下落后，在①式中，重力的功将增大，而电场力的功不变，质点将穿过 N 孔继续下落．这是运动过程应用整体法，由动能定理解答）

6．物体全过程中只有重力和阻力做功，初动能和末动能均为零，由动能定理有 $mg(H+h)-fh=0$，解得 $\frac{f}{mg}=\frac{H+h}{h}$．

7．B 到达最高点时，系统的位置如图 3-3-17 所示，A、B 之间由轻绳相连，它们的速度大小相等，该系统在运动过程中，只有重力做功，机械能守恒，$\frac{1}{2}(m_A+m_B)v^2=m_Ag\cdot\frac{\pi R}{2}-m_BgR$，解得：$v^2=\frac{\pi m_A-2m_B}{m_A+m_B}gR$；$B$ 达最高点重力提供向心力有 $\frac{m_Bv^2}{R}=m_Bg$，$v^2=gR$，$gR=\frac{\pi m_A-2m_B}{m_A+m_B}gR$，由此式解得 $\frac{m_A}{m_B}=\frac{3}{\pi-1}$

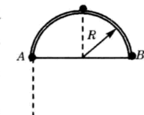


图 3-3-17

8．列车匀速运动时，机车牵引力为 $F=kMg$，对列车脱钩后的两部分分别应用动量定理（隔离法）有：$kMgt-k(M-m)g(t_m+\Delta t)=0-(M-m)v$　①，

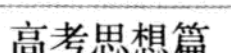
$-kmgt_m=0-mv$　②，

①、②两式相比化简得 $\frac{Mt-(M-m)(t_m+\Delta t)}{t_m}=-(M-m)$，解得：$\Delta t=\frac{M}{M-m}t$．整体法：列车多运动时间 Δt，是由于脱钩后牵引力冲量 $kMgt$ 作用的原因，致使阻力的冲量增大，这两部分冲量大小相等，方向相反，由动量定理有：

$kMgt-k(M-m)g\Delta t=0$，解得：$\Delta t=\frac{M}{M-m}t$．

9．木块和铁块一起以加速度 a 下降，当线断后，木块做匀减速运动，而铁块做匀加速运动，木块的加速度为 a_1，方向向上；铁块的加速度为 a_2，方向向下，利用木块分段运动中的速度特点可求得 a 与 a_1 的关系，再利用铁块和木块一起运动和已求出的 a_1 与 a 的关系，求出 a_2 与 a 的关系．若把木块和铁块作为一个整体来看，它们所受的合外力为 $(M+m)a$，在这个力的作用下，运动的总时间为 (t_1+t_2)，在这段时间内的木块的末速度为零，也就是说这个力在这段时间内的冲量就等于铁块的动量．即（整体法）：$(M+m)a(t_1+t_2)=Mv$，$v=\frac{(M+m)a(t_1+t_2)}{M}$．

10．已知初始时刻物体和盒子这一系统（整体法）的总动量为 mv_0，当物体在盒内相对静止时具有共同的速度 v，由动量守恒定律得 $mv_0=(M+m)v$　①．物体在盒子中滑动的过程中，物体相对盒子滑行的路程为 s，由能量守恒定律可得 $\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{2}(M+m)v^2=\mu mgs$　②．由①式和②式解得 $s=\frac{Mv_0^2}{2(M+m)\mu g}$，物体 B 与盒壁碰撞的总次数是 $n=\frac{s-L/2}{L}+1=\left[\frac{Mv_0^2}{2(M+m)\mu gL}+\frac{1}{2}\right]$．



高考思想篇

考点直击

年份	题源及类型	考点
2009	宁夏卷 T24 计算 14 分、广东卷 T19 计算 16 分	受力分析、机械能守恒、动量守恒、动量定理、动能定理、牛顿运动定律、匀变速运动规律
2008	全国Ⅱ卷 T18 选择 6 分、全国Ⅰ卷 T24 计算 18 分、广东卷 T20 计算 17 分、天津卷 T24 计算 18 分、全国Ⅱ卷 T23 计算 15 分	
2007	理综Ⅱ T23 计算 15 分、天津卷 T23 计算 16 分、广东卷 T17 计算 16 分、广东卷 T19 计算 17 分	

考题探究

［例 1］ 如图 3-3-18 所示，一很长的、不可伸长的柔软轻绳跨过光滑定滑轮，绳两端各系一小球 a 和 b. a 球质量为 m，静置于地面；b 球质量为 $3m$，用手托住，高度为 h，此时轻绳刚好拉紧. 从静止开始释放 b 球后，a 球可能达到的最大高度为 （ ）

A. h　　B. $1.5h$

C. $2h$　　D. $2.5h$

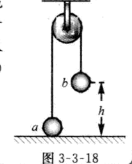


图 3-3-18

［分析］ 整体法：以地面为零势面，a 可能达到的最大高度时的速度零，b 球落地时的速度为 v_b，有 $mgh_{amax}+\frac{1}{2}\cdot 3mv_b^2=3mgh$. 当 b 落地时，由机械能守恒有 $\frac{1}{2}\cdot 4mv_b^2=3mgh-mgh=2mgh$，由以上两式得 $h_{amax}=1.5h$.

［例 2］ 图 3-3-19 中滑块和小球的质量均为 m，滑块可在水平放置的光滑固定导轨上自由滑动，小球与滑块上的悬点 O 由一不可伸长的轻绳相连，轻绳长为 l_1 开始时，轻绳处于水平拉直状态，小球和滑块均静止. 现将小球由静止释放，当小球到达最低点时，滑块刚好被一表面涂有黏性物质的固定挡板粘住，在极短的时间内速度减为零，小球继续向左摆动，当轻绳与竖直方向的夹角 $\theta=60°$ 时小球达到最高点. 求：

(1)从滑块与挡板接触到速度刚好变为零的过程中，挡板阻力对滑块的冲量；

(2)小球从释放到第一次到达最低点的过程中，绳的拉力对小球做功的大小.

滑块　固定挡板　O

图 3-3-19

［分析］ (1)设小球第一次到达最低点时，滑块和小球速度的大小分别为 v_1、v_2，根据系统机械能守恒定律，有 $\frac{1}{2}mv_1^2+\frac{1}{2}mv_2^2=mgl$

小球由最低点向左摆到最高点时，由机械能守恒有：

$\frac{1}{2}mv_2^2=mgl(1-\cos 60°)$，由以上两式得 $v_1=v_2=\sqrt{gl}$.

设所求挡板的冲量为 I，规定动量向右为正方向，有 $I=0-mv_1$，得 $I=-m\sqrt{gl}$.

(2)小球从开始释放到第一次达到最低点的过程中，设绳对小球做功为 W，由动能定理有 $mgl+W=\frac{1}{2}mv_2^2$，解得：$W=-\frac{1}{2}mgl$.

［例3］　如图 3-3-20 所示，固定的凹槽水平表面光滑，其内放置 U 形滑板 N，滑板两端为半径 $R=0.45$m 的 1/4 圆弧，而 A 和 D 分别是圆弧的端点，BC 段表面粗糙，其余段表面光滑，小滑块 P_1 和 P_2 的质量均为 m，滑板的质量 $M=4m$. P_1 和 P_2 与 BC 面的动摩擦因数分别为 $\mu_1=0.10$ 和 $\mu_2=0.40$，最大静摩擦力近似等于滑动摩擦力，开始时滑板紧靠槽的左端，P_2 静止在粗糙面的 B 点，P_1 以 $v_0=4.0$m/s 的初速度从 A 点沿弧面自由滑下，与 P_2 发生弹性碰撞后，P_1 处在粗糙面 B 点上，当 P_2 滑到 C 点时，滑板恰好与槽的右端碰撞并与槽牢固粘连，P_2 继续滑动，到达 D 点时速度为零，P_1 与 P_2 视为质点，取 $g=10\text{m/s}^2$. 问：

(1)P_2 在 BC 段向右滑动时，滑板的加速度为多大？

(2)BC 长度为多少？N、P_1 和 P_2 最终静止后，P_1 与 P_2 间的距离为多少？

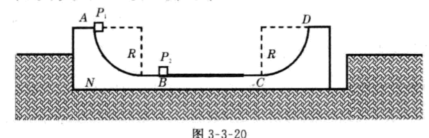


图 3-3-20

［分析］　P_1 滑到水平面时的速度为 v_{01}，由机械能守恒有：

$\frac{1}{2}mv_{01}^2=\frac{1}{2}mv_0^2+mgR$，解得：$v_{01}=5$m/s.

P_1 与 P_2 发生弹性碰撞后，系统动量守恒有 $mv_{01}=mv_1+mv_2$.

系统机械能守恒有 $\frac{1}{2}mv_{01}^2=\frac{1}{2}mv_1^2+\frac{1}{2}mv_2^2$，解得：$v_2=v_{01}=5$m/s. $v_1=0$.

当 P_2 滑到 C 点时，滑板恰好与槽的右端碰撞并与槽牢固粘连，P_2 继续滑动，到达 D 点时速度为零，P_2 到达 C 点速度为 v'_2，由机械能守恒有 $\frac{1}{2}mv'^2_2=mgR$，解得：$v'_2=3$m/s.

P_2 在 BC 面上滑行时，其加速度为 $a_2=\mu_2 g=4\ \text{m/s}^2$.

P_1 与 N 的加速度 $a_{N1}=\frac{\mu_2 mg}{(4m+m)}=0.8\ \text{m/s}^2<\mu_1 g=1\ \text{m/s}^2$，说明 P_1 与 N 一起加速

当 P_2 滑到 C 点时，滑板与 P_1 的速度为 v_{N1}，由动量守恒有：

$mv_2=(4m+m)v_{N1}+mv'_2$　　解得：$v_{N1}=0.4$m/s，

由系统能量守恒有 $\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}(4m+m)v_{N1}^2-\frac{1}{2}mv'^2_2=\mu_2 mgs_{BC}$，解得：$s_{BC}=1.9$m.

滑板恰好与槽的右端碰撞并与槽牢固粘连后，P_1的加速度为 $a_1=\mu_1 g=1\text{m/s}^2$，所以，$P_1$最终停在离 B 点为 $s_{B1}=\frac{v_{N1}^2}{2a_1}=0.08\text{m}$.

当 P_2由 D 返回到 C 点时，速度大小不变，但以后在 BC 间做减速运动，P_2最终停在离 C 点为 $s_{C2}=\frac{v_2'^2}{2a_2}=1.125\text{m}$，$P_1$与 P_2间的距离为 $s_x=s_{BC}-s_{B1}-s_{C2}=0.695\text{m}$.

[例4] 光滑水平面上放着质量 $m_A=1\text{kg}$ 的物块 A 与质量$m_B=2\text{kg}$ 的物块 B，A 与 B 均可视为质点，A 靠在竖直墙壁上，A、B 间夹一个被压缩的轻弹簧(弹簧与 A、B 均不拴接)，用手挡住 B 不动，此时弹簧弹性势能 $E_p=49\text{J}$. 在 A、B 间系一轻质细绳，细绳长度大于弹簧的自然长度，如图 3-3-21 所示. 放手后 B 向右运动，绳在短暂时间内被拉断，之后 B 冲上与水平面相切的竖直半圆光滑轨道，其半径 $R=0.5\text{m}$，B 恰能到达最高点 C. 取 $g=10\text{m/s}^2$，求：

(1)绳拉断后瞬间 B 的速度 v_B 的大小；

(2)绳拉断过程绳对 B 的冲量 I 的大小；

(3)绳拉断过程绳对 A 所做的功 W.

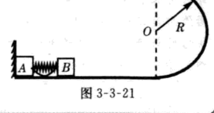


图 3-3-21

[分析] (1)设 B 在绳被拉断后瞬间的速度为 v_B，到达 C 点时的速度为 v_C，由牛顿第二定律和题意有 $m_B g=m_B\frac{v_c^2}{R}$.

由机械能守恒有：$\frac{1}{2}m_B v_B^2=\frac{1}{2}m_B v_c^2+2m_B gR$. 代入数据得 $v_B=5\text{m/s}$.

(2)设弹簧恢复到自然长度时 B 的速度为 v_1，取水平向右为正方向，有：

$E_p=\frac{1}{2}m_B v_1^2$，$I=m_B v_B-m_B v_1$. 代入数据得 $I=-4\text{N}\cdot\text{s}$，即其大小为$4\text{N}\cdot\text{s}$.

(3)设绳断后 A 的速度为 v_A，取水平向右为正方向，系统(A 与 B)由动量守恒有：

$m_B v_1=m_B v_B+m_A v_A$ 解得：$v_A=4\text{m/s}$，绳拉断过程绳对 A 做功 $W=\frac{1}{2}m_A v_A^2=8\text{J}$.

[例5] 如图 3-3-22 所示，一轻绳吊着粗细均匀的棒，棒下端离地面高 H，上端套着一个细环. 棒和环的质量均为 m，相互间最大静摩擦力等于滑动摩擦力 $kmg(k>1)$. 断开轻绳，棒和环自由下落. 假设棒足够长，与地面发生碰撞时，触地时间极短，无动能损失. 棒在整个运动过程中始终保持竖直，空气阻力不计. 求：

(1)棒第一次与地面碰撞弹起上升过程中，环的加速度；

(2)从断开轻绳到棒与地面第二次碰撞的瞬间，棒运动的路程 s；

(3)从断开轻绳到棒和环都静止，摩擦力对环及棒做的总功 W.

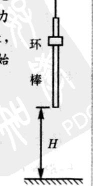


图 3-3-22

[分析]　(1)设棒第一次上升过程中,环的加速度为 $a_{环}$,由牛顿第二定律得:$kmg-mg=ma_{环}$　解得:$a_{环}=(k-1)g$,方向竖直向上.

(2)设棒第一次落地的速度大小为 v_1,由机械能守恒有 $\frac{1}{2}2mv_1^2=2mgH$,解得:$v_1=\sqrt{2gH}$.设棒弹起后的加速度为 $a_{棒}$,由牛顿第二定律得:$a_{棒}=-(k+1)g$,棒第一次弹起最大高度为:$H_1=\frac{v_1^2}{2a_{棒}}$,解得:$H_1=\frac{H}{k+1}$,棒运动的路程为:$s=H+2H_1=\frac{k+3}{k+1}H$.

(3)隔离法:棒第一次弹起经过 t_1 时间,与环达到相同速度 v'_1

环的速度:$v'_1=-v_1+a_{环}t_1$,棒的速度:$v'_1=v_1+a_{棒}t_1$.

环的位移:$h_{环1}=-v_1t_1+\frac{1}{2}a_{环}t_1^2$,棒的位移:$h_{棒1}=v_1t_1+\frac{1}{2}a_{棒}t_1^2$.

环第一次相对棒的位移为:$x_1=h_{环1}-h_{棒1}=-\frac{2H}{k}$.

棒环一起下落至地:$v_2^2-v_1'^2=2gh_{棒1}$,解得:$v_2=\sqrt{\frac{2gH}{k}}$.

同理,环第二次相对棒的位移为:$x_2=h_{环2}-h_{棒2}=-\frac{2H}{k^2}$,

……　$x_n=-\frac{2H}{k^n}$.环相对棒的总位移为:$x=x_1+x_2+\cdots+x_n$.

摩擦力对棒及环做的总功为:$W=kmgx=-\frac{2kmgH}{k-1}$.

整体法:设环相对棒滑动距离为 l,　根据能量守恒:$mgH+mg(H+l)=kmgl$.

摩擦力对棒及环做的总功为:$W=-kmgl$,解得:$W=-\frac{2kmgH}{k-1}$.

[例6]　如图 3-3-23,一质量为 M 的物块静止在桌面边缘,桌面离水平地面的高度为 h.一质量为 m 的子弹以水平速度 v_0 射入物块后,以水平速度 $v_0/2$ 射出.重力加速度为 g.求:

(1)此过程中系统损失的机械能;

(2)此后物块落地点离桌面边缘的水平距离.

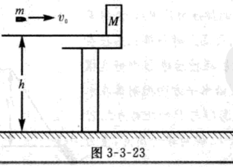


图 3-3-23

[分析]　(1)设子弹穿过物块后物块的速度为 v,系统动量守恒得

$mv_0=m\frac{v_0}{2}+Mv$,解得:$v=\frac{m}{2M}v_0$

系统损失机械能 $\Delta E=\frac{1}{2}mv_0^2-\left[\frac{1}{2}m\left(\frac{v_0}{2}\right)^2+\frac{1}{2}Mv^2\right]$,由以上两式得 $\Delta E=$

$\frac{1}{8}\left(3-\frac{m}{M}\right)mv_0^2$.

(2)设物块下落到地面所用时间为 t,落地点距桌面边缘的水平距离为 s,由平抛运动的规律可知竖直方向 $h=\frac{1}{2}gt^2$,水平方向 $s=vt=\frac{m}{2M}v_0t$,解得:$s=\frac{mv_0}{M}\sqrt{\frac{h}{2g}}$.

[例7] 如图 3-3-24 所示,水平光滑地面上停放着一辆小车,左侧靠在竖直墙壁上,小车的四分之一圆弧轨道 AB 光滑,在最低点 B 与水平轨道 BC 相切,BC 的长度是圆弧半径的 10 倍,整个轨道处于同一竖直平面内. 可视为质点的物块从 A 点正上方某处无初速下落,恰好落入小车圆弧轨道滑动,然后沿水平轨道滑行至轨道末端 C 处恰好没有滑出. 已知物块到达圆弧轨道最低点 B 时对轨道的压力是物块重力的 9 倍,小车的质量是物块的 3 倍,不考虑空气阻力和物块落入圆弧轨道时的能量损失. 求:

(1)物块开始下落的位置距水平轨道 BC 的竖直高度是圆弧半径的几倍;

(2)物块与水平轨道 BC 间的动摩擦因数 μ.

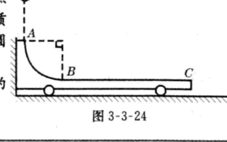


图 3-3-24

[分析] (1)设物块开始下落处的位置距 BC 的竖直高度为 h,圆弧轨道半径为 R.

由机械能守恒定律得:$mgh=\frac{1}{2}mv^2$,

在 B 点根据牛顿第二定律得:$9mg-mg=m\frac{v^2}{R}$.

解得:$h=4R$.

(2)物块滑到 C 点时与小车的共同速度为 v_1,系统动量守恒:$mv=(m+3m)v_1$.

对系统功能原理有:$\mu mg\cdot 10R=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}(m+3m)v_1^2$,解得:$\mu=0.3$.

[例8] 如图 3-3-25 所示,在同一竖直面上,质量为 $2m$ 的小球 A 静止在光滑斜面的底部,斜面高度为 $H=2L$. 小球受到弹簧的弹性力作用后,沿斜面向上运动. 离开斜面后,达到最高点时与静止悬挂在此处的小球 B 发生弹性碰撞,碰撞后球 B 刚好能摆到与悬点 O 同一高度,球 A 沿水平方向抛射落在水平面 C 上的 P 点,O 点的投影 O' 与 P 的距离为 $L/2$. 已知球 B 质量为 m,悬绳长 L,视两球为质点,重力加速度为 g,不计空气阻力,求:

(1)球 B 在两球碰撞后一瞬间的速度大小;

(2)球 A 在两球碰撞前一瞬间的速度大小;

(3)弹簧的弹性力对球 A 所做的功.

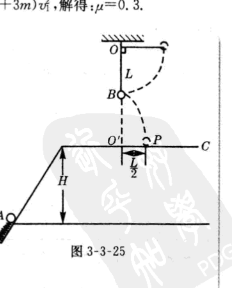


图 3-3-25





［分析］ (1)碰撞后，B球运动过程中机械能守恒定律，$mgL=\frac{1}{2}mv_B^2$.

解得B球碰后瞬间速度大小为：$v_B=\sqrt{2gL}$.

(2)两球弹性碰撞，有$2mv_0=2mv_A+mv_B$，$\frac{1}{2}\cdot 2mv_0^2=\frac{1}{2}\cdot 2mv_A^2+\frac{1}{2}\cdot mv_B^2$.

解得：$v_A=\frac{1}{4}\sqrt{2gL}$，$v_0=\frac{3}{4}\sqrt{2gL}$.

(3)碰后A球做平抛运动，有：$\frac{L}{2}=v_At$，$y=\frac{1}{2}gt^2$，解得：$y=L$.

弹簧所储存的弹性势能全部对A球做功，使A球机械能增加，也就是弹簧的弹性力对球A所做的功$W_P=2mg(y+2L)+\frac{1}{2}\cdot 2mv_0^2=\frac{57}{8}mgL$.

［例9］ 冰壶比赛是在水平冰面上进行的体育项目，比赛场地示意图如图3-3-26所示.比赛时，运动员从起滑架处推着冰壶出发，在投掷线AB处放手让冰壶以一定的速度滑出，使冰壶的停止位置尽量靠近圆心O.为使冰壶滑行得更远，运动员可以用毛刷擦冰壶运行前方的冰面，使冰壶与冰面间的动摩擦因数减小.设冰壶与冰面间的动摩擦因数为$\mu_1=0.008$，用毛刷擦冰面后动摩擦因数减少至$\mu_2=0.004$.在某次比赛中，运动员使冰壶C在投掷线中点处以2m/s的速度沿虚线滑出.为使冰壶C能够沿虚线恰好到达圆心O点，运动员用毛刷擦冰面的长度应为多少？(g取10m/s^2)

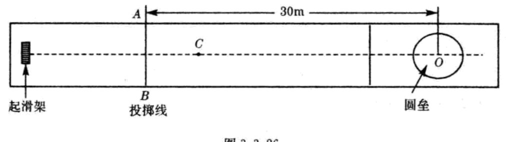


图3-3-26

［分析］ 在冰壶的运动全过程中，均因克服滑动摩擦力做功，导致冰壶动能减小，而冰壶两段距离上动摩擦因数不同，导致运动时受到的滑动摩擦力不相同，由动能定理有：$\frac{1}{2}mv^2=\mu_2 mgs+\mu_1 mg(L-s)$.

解得：$s=\frac{2\mu_1 gL-v^2}{2(\mu_1-\mu_2)g}=10\text{m}$.

［评析］ 将冰壶两段匀减速运动作为一个整体处理，这是动能定理处理分段运动最为有效的途径.与采取隔离法求解相比较，无疑是事倍功半.

[例10] (2009·广东)如图3-3-27所示,水平地面上静止放置着物块B和C,相距$l=1.0\text{m}$,物快A以速度$v_0=10\text{m/s}$沿水平方向与B正碰,碰撞后A和B牢固粘在一起向右运动,并再与C发生正碰,碰后瞬间C的速度$v=2.0\text{m/s}$,已知A和B的质量均为m.C的质量为A质量的k倍,物块与地面的动摩擦因数$\mu=0.45$(设碰撞时间很短,g取10m/s^2)

(1)计算与C碰撞前瞬间AB的速度;

(2)根据AB与C的碰撞过程分析k的取值范围,并讨论与C碰撞后AB的可能运动方向.

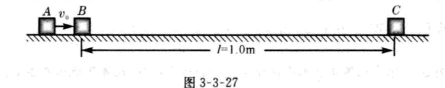


图3-3-27

[分析与解] (1)A、B相碰,系统动量守恒有$mv_0=2mv_{AB}$,解得$v_{AB}=\frac{v_0}{2}=5\text{m/s}$.

设与C碰撞前瞬间AB速度为u,运动过程中克服滑动摩擦力做功,由动能定理有

$\frac{1}{2}\cdot 2mv_{AB}^2-\mu\cdot 2mgl=\frac{1}{2}\cdot 2mu^2$,解得$u=\sqrt{v_{AB}^2-2\mu gl}=4\text{m/s}$.

(2)AB与C碰撞,动量守恒有$2mu=2mv'+kmv$,解得$v'=u-\frac{kv}{2}=(4-k)\text{m/s}$.

由上式可知$v'>0$,说明碰后A、B速度方向不变的条件是$k-4<0$,$k<4$;若$v'<0$,则说明碰后A、B速度反向的条件是$k>4$.

两物块碰撞过程中的速度在完全非弹性碰撞和完全弹性碰撞之间,所以有

若是完全非弹性碰撞,$v'=u-\frac{kv}{2}=v$,

将$v=2.0\text{m/s}$和$u=40\text{m/s}$代入可得$k=2$,AB与C速度同向.

若是完全弹性碰撞,有$2mu=2mv'+kmv$,$\frac{1}{2}\cdot 2mu^2=\frac{1}{2}\cdot 2mv'^2+\frac{1}{2}\cdot kmv^2$,

解得$v=\frac{4}{2+k}u=\frac{16}{2+k}\text{m/s}=2\text{m/s}$,由此式解得$k=6$.

由以上分析可知:$2\leqslant k<4$时,AB与C的运动方向相同;$k=4$时,AB的速度为零;$4<k\leqslant 6$,AB与C的运动方向相反.

[评析] 两物碰撞系统的动量守恒,动能也遵循一定的规律,即动能损失最大(完全非弹性碰撞),动能没有损失(完全弹性碰撞),即碰撞后,两物体的速度由这两种情况所制约,本题就是由这制约条件来讨论AB的速度与k值的对应关系.

［例11］　如图3-3-28所示，沿水平方向放置一条平直光滑槽，它垂直穿过开有小孔的两平行薄板，板相距3.5L.槽内有两个质量均为m的小球A和B，球A带电量为$+2q$，球B带电量为$-3q$，两球由长为$2L$的轻杆相连，组成一带电系统．最初A和B分别静止于左板的两侧，离板的距离均为L．若视小球为质点，不计轻杆的质量，在两板间加上与槽平行向右的匀强电场E后(设槽和轻杆由特殊绝缘材料制成，不影响电场的分布)，求：

(1)球B刚进入电场时，带电系统的速度大小；

(2)带电系统从开始运动到速度第一次为零所需的时间及球A相对右板的位置．

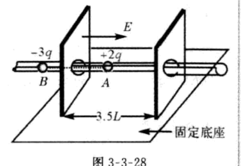


图3-3-28

［分析］　对带电系统进行分析，假设球A能达到右极板，电场力对系统做功为W_1，有：$W_1=2qE\times2.5L+(-3qE\times1.5L)>0$，此式说明球$A$还能穿过小孔，离开右极板，假设球$B$能达到右极板，电场力对系统做功为$W_2$，有：$W_2=2qE\times2.5L+(-3qE\times3.5L)<0$.

综上所述，带电系统速度第一次为零时，球A、B应分别在右极板两侧．

隔离法(分段求解)：(1)带电系统开始运动时，设加速度为a_1，由牛顿第二定律：$a_1=\frac{2qE}{2m}=\frac{qE}{m}$．球$B$刚进入电场时，带电系统的速度为$v_1$，有：$v_1^2=2a_1L$，解得：$v_1=\sqrt{\frac{2qEL}{m}}$.

(2)设球B从静止到刚进入电场的时间为t_1，则：$t_1=\frac{v_1}{a_1}$，解得：$t_1=\sqrt{\frac{2mL}{qE}}$．球$B$进入电场后，带电系统加速度为$a_2$，$a_2=\frac{-3qE+2qE}{2m}=-\frac{qE}{2m}$

显然，带电系统做匀减速运动．设球A刚达到右极板时的速度为v_2，减速所需时间为t_2，则有：$v_2^2-v_1^2=2a_2\times1.5L$，$t_2=\frac{v_2-v_1}{a_2}$，解得：$v_2=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2qEL}{m}}$，$t_2=\sqrt{\frac{2mL}{qE}}=t_1$.

球A离开电场后，带电系统继续做减速运动，设加速度为a_3，$a_3=\frac{-3qE}{2m}$.

设球A从离开电场到静止所需的时间为t_3，运动的位移为x，则有：

$t_3=\frac{0-v_2}{a_3}$，$-v_2^2=2a_3x$，解得：$t_3=\frac{1}{3}\sqrt{\frac{2mL}{qE}}$．球$A$相对右板的位置$x=\frac{L}{6}$

可知，带电系统从静止到速度第一次为零所需时间为$t=t_1+t_2+t_3=\frac{7}{3}\sqrt{\frac{2mL}{qE}}$.

整体法(系统和过程整体分析)：(1)带电系统开始运动时，到球B刚进入电场的过程

中，由动能定理有 $2qEL=\frac{1}{2}\cdot 2mv_1^2$，由动量定理有 $2qEt_1=2mv_1$，由以上两式解得：

$$v_1=\sqrt{\frac{2qEL}{m}},t_1=\sqrt{\frac{2mL}{qE}}.$$

(2)带电系统开始运动到 A 球刚离开电场过程中，$2qEL-qE\cdot 1.5L=\frac{1}{2}\cdot 2mv_2^2$，由动量定理有：$2qEt_1-qE\cdot t_2=2mv_2$，解得：$t_2=t_1=\sqrt{\frac{2mL}{qE}}$.

带电系统开始运动到第一次速度为零，电场力做功的代数和为零有：

$2qEL-qE\cdot 1.5L-3qEx=0$，解得：$x=\frac{L}{6}$（球 A 相对右板的位置）.

由动量定理有：$2qEt_1-qEt_2-3qEt_3=0$　　解得：$t_3=\frac{1}{3}\sqrt{\frac{2mL}{qE}}$

带电系统从静止到速度第一次为零所需时间为 $t=t_1+t_2+t_3=\frac{7}{3}\sqrt{\frac{2mL}{qE}}$.

思维考试测试

1. 如图 3-3-29 所示，位于光滑水平桌面上的小滑块 P 和 Q 都可视作质点，质量相等，Q 与轻质弹簧相连. 设 Q 静止，P 以某一初速度向 Q 运动时与弹簧发生碰撞. 在整个碰撞过程中，弹簧具有的最大弹性势能等于（　　）

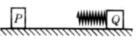


图 3-3-29

A. P 的初动能　　B. P 的初动能 1/2

C. P 的初动能 1/3　　D. P 的初动能 1/4

2. 若原子的某内层电子被电离形成空位，其他层的电子跃迁到该空位上时，会将多余的能量以电磁辐射的形式释放出来，此电磁辐射就是原子的特征 X 射线，内层空位的产生有多种机制，其中的一种称为内转换，即原子中处于激发态的核跃迁回基态时，将跃迁时释放的能量交给某一内层电子，使此内层电子电离而形成空位（被电离的电子称为内转换电子）. ^{214}Po 的原子核从某一激发态回到基态时，可将能量 $E_0=1.416MeV$ 交给内层电子（如 K、L、M 层电子，K、L、M 标记原子中最靠近核的三个电子层）使其电离. 实验测得从 ^{214}Po 原子的 K、L、M 层电离出的电子的动能分别为 $E_K=1.323MeV$、$E_L=1.399MeV$、$E_M=1.412MeV$. 则可能发射的特征 X 射线的能量为（　　）

A. 0.013MeV　　B. 0.017MeV

C. 0.076MeV　　D. 0.093MeV

3. 如图 3-3-30 所示，一绝缘细杆的两端各固定着一个小球，两小球带有等量异号的电荷，处于匀强电场中，电场方向如图3-3-30所示. 开始时，细杆与电场方向垂直，即图中

Ⅰ所示的位置；接着使细杆绕中心轴转过 90°，到达图中Ⅱ所示的位置；最后，使细杆移到图中Ⅲ所示的位置. 以 W_1 表示细杆由位置Ⅰ到位置Ⅱ过程中电场力对两小球所做的功，以 W_2 表示细杆由位置Ⅱ到位置Ⅲ过程中电场力对两小球所做的功，则有　(　　)

A. $W_1=0, W_2\neq 0$　　B. $W_1=0, W_2=0$

C. $W_1\neq 0, W_2=0$　　D. $W_1\neq 0, W_2\neq 0$

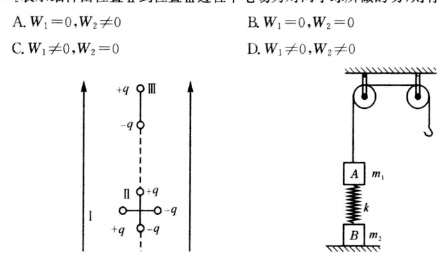


图 3-3-30　　图 3-3-31

4. 如图 3-3-31 所示，质量为 m_1 的物体 A 经一轻质弹簧与下方地面上的质量为 m_2 的物体 B 相连，弹簧的劲度系数为 k，A、B 都处于静止状态. 一条不可伸长的轻绳绕过轻滑轮，一端连物体 A，另一端连一挂钩. 开始时各段绳都处于伸直状态，A 上端的一段绳沿竖直方向. 现在挂钩上挂一质量为 m_3 的物体 C 并从静止状态释放，已知它恰好能使 B 离开地面但不继续上升. 若将 C 换成另一个质量为 (m_1+m_3) 的物体 D，仍从上述初始位置由静止状态释放，则这次 B 刚好离地时 D 的速度大小是多少？已知重力加速度为 g.

5. 如图 3-3-32 所示，坡道顶端距水平面高度为 h，质量为 m_1 的小物块 A 从坡道顶端由静止滑下，进入水平面上的滑道时无机械能损失. 为使 A 制动，将轻弹簧的一端固定在水平滑道水平延长线 M 处的墙上，另一端与质量为 m_2 的挡板 B 相连，弹簧处于原长时，B 恰位于滑道的末端 O 点. A 与 B 碰撞时间极短，碰撞后结合在一起共同压缩弹簧，已知在 OM 段 A、B 与水平面间的动摩擦因数为 μ，其余各处的摩擦不计，重力加速度为 g，求：

(1)物块 A 在与挡板 B 碰撞前瞬间速度 v 的大小；

(2)弹簧最大压缩量为 d 时弹性势能 E_p（设弹簧处于原长时弹性势能为零）.

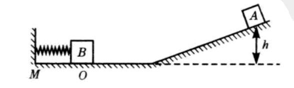


图 3-3-32

6. 如图 3-3-33 所示，半径为 R 的光滑圆形轨道固定在竖直面内. 小球 A、B 的质量



分别为 m、βm(β 为待定系数). A 球从左边与圆心等高自由静止开始沿轨道下滑,与静止于轨道最低点的 B 球相撞,碰撞后 A、B 球能达到的最大高度均为 $\frac{R}{4}$,碰撞中无机械能损失. 重力加速度为 g. 试求:

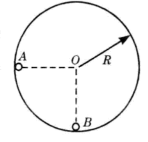


图 3-3-33

(1)试求待定系数 β;

(2)第一次碰撞刚结束时小球 A、B 各自的速度和 B 球对轨道的压力;

(3)小球 A、B 在轨道最低处第二次碰撞刚结束时各自的速率,并讨论小球 A、B 在轨道最低处第 n 次碰撞刚结束时各自的速度.

7. 如图 3-3-34 所示,质量 $m_A=4.0\text{kg}$ 的木板 A 放在水平面 C 上,木板与水平面间的动摩擦因数 $\mu=0.24$,木板右端放着质量 $m_B=1.0\text{kg}$ 的小物块 B(视为质点),它们均处于静止状态. 木板突然受到水平向右的 $12\text{N}\cdot\text{s}$ 的瞬时冲量 I 作用开始运动,当小物块滑离木板时,木板的动能 $E_{kA}=8.0\text{J}$,小物块的动能 $E_{kB}=0.50\text{J}$,重力加速度 $g=10\text{m/s}^2$,求:

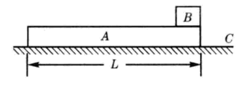


图 3-3-34

(1)瞬时冲量作用结束时木板的速度 v_0;

(2)木板的长度 L.

8. 如图 3-3-35 所示,两个完全相同的质量为 m 的木板 A、B 置于水平地面上,它们的间距 $s=2.88\text{m}$,质量为 $2m$、大小可忽略的物块 C 置于 A 板的左端. C 与 A 之间的动摩擦因数为 $\mu_1=0.22$,A、B 与水平地面之间的动摩擦因数 $\mu_2=0.10$,最大静摩擦力可认为等于滑动摩擦力. 开始时,三个物体处于静止状态. 现给 C 施加一个水平向右、大小为 $\frac{2}{5}mg$ 的恒力 F,假定木板 A、B 碰撞时间极短且碰撞后粘连在一起,要使 C 最终不脱离木板,每块木板的长度至少应为多少?

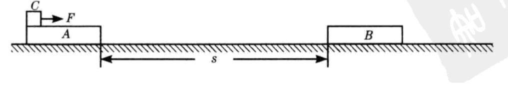


图 3-3-35

9. 如图 3-3-36 所示,在光滑水平面上,停放着一块长 $l=10\text{m}$,质量 $M=1\text{kg}$ 的木板,

板上自最左端向右，每隔 $s=1\text{m}$ 放置一个大小不计质量 $m=1\text{kg}$ 的铁块，铁块与木板之间的动摩擦因数 $\mu=0.2$，现让第一个铁块获得速度 $v=6\text{m/s}$，问在以后运动过程中，发生碰撞的铁块一共有多少个？（两铁块碰撞，速度互换）（重力加速度 $g=10\text{m/s}^2$）

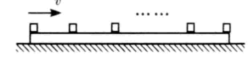


图 3-3-36

答案与提示

1. B（弹簧具有的最大弹性势能是两物块的速度相同，相当于完全非弹性碰撞系统损失的动能最大，即转化为弹簧的弹性势能最大. 由动量守恒可知它们的速度为 P 的初速度的$\frac{1}{2}$，两物块的总动能为 P 的初动能的$\frac{1}{2}$，弹簧的弹性势能也为 P 的初动能的$\frac{1}{2}$）

2. AC（由能量守恒可知 K、L、M 所处能级的能量分别为 $E_K=-(1.416-1.323)=-0.093\text{MeV}$，$E_L=-(1.416-1.399)=-0.017\text{MeV}$，$E_M=-(1.416-1.412)=-0.004\text{MeV}$. 从 M 层向 K 层跃迁时能发出光子的能量为 $E_1=E_M-E_K=0.089\text{MeV}$，从 L 层向 K 层跃迁时能发出光子的能量为 $E_2=E_L-E_K=0.076\text{MeV}$，从 M 层向 L 层跃迁时能发出光子的能量为 $E_3=E_M-E_L=0.013\text{MeV}$）

3. C（由图可知由位置Ⅱ到位置Ⅲ的过程中两电荷受力的方向相反，移动的距离相同，电场力的合力为零，此过程不做功，即，$W_2=0$；而由位置Ⅰ到位置Ⅱ过程中，两电荷受到的电场力与移动的方向均相同，两电场力均做功，$W_1\neq 0$）

4. 开始弹簧压缩量为 x_1，此时储藏的弹性势能为 W_1，有 $kx_1=m_1g$，当恰好能使 B 离开地面而无速度时弹簧的伸长量为 x_2，有 $kx_2=m_2g$，对应储藏的弹性势能为 W_2. 当挂钩上挂一质量为 m_3 的物体 C 并从静止状态释放，已知它恰好能使 B 离开地面但不继续上升说明此时系统的速度为零，机械能守恒有 $(m_3-m_1)g(x_1+x_2)=W_2-W_1$. 若将 C 换成另一个质量为 (m_1+m_3) 的物体 D，这次 B 刚好离地时 D 的速度大小为 v，同理，由机械能守恒有 $(m_3+m_1-m_1)g(x_1+x_2)=W_2-W_1+\frac{1}{2}(m_3+m_1+m_1)v^2$，由两次机械能守恒的表达式可得 $v=\sqrt{\frac{2m_1g(x_1+x_2)}{m_3+2m_1}}=\sqrt{\frac{2m_1(m_1+m_2)g^2}{k(m_3+2m_1)}}$

5. (1)物块 A 在与挡板 B 碰撞前运动过程中机械能守恒，$\frac{1}{2}mv^2=mgh$，解得 $v=\sqrt{2gh}$.

(2)A 与 B 碰撞时间极短，碰撞后结合在一起共同压缩弹簧，碰撞时动量守恒有

$m_1v=(m_1+m_2)v_1$，$v_1=\frac{m_1 v}{m_1+m_2}=\frac{m_1}{m_1+m_2}\cdot\sqrt{2gh}$，A 与 B 结合在一起共同压缩弹簧，由能量守恒有：$\frac{1}{2}(m_1+m_2)v_1^2=E_p+\mu(m_1+m_2)gd$，可得 $E_p=\frac{m_1^2}{m_1+m_2}\cdot gh-\mu(m_1+m_2)\cdot gd$.

6.(1)A、B 球碰撞后能达到的最大高度均为$\frac{R}{4}$，碰撞中无机械能损失，由能量守恒有：$mgR=mg\frac{R}{4}+\beta mg\frac{R}{4}$，由此式可得 $\beta=3$.

(2)第一次碰撞刚结束时小球 A、B 各自的速度大小由小球能上升的最大高度可知分别为$\frac{1}{2}mv_{A1}^2=mg\cdot\frac{R}{4}$，$v_{A1}=\sqrt{\frac{gR}{2}}$；$\frac{1}{2}\beta mv_{B1}^2=\beta mg\cdot\frac{R}{4}$，$v_{B1}=\sqrt{\frac{gR}{2}}$，A 球碰前速度 v_{A0}，由机械能守恒有 $\frac{1}{2}mv_{A0}^2=mgR$，$v_{A0}=\sqrt{2gR}$；两球碰撞时动量守恒有 $mv_{A0}=-mv_{A1}+3mv_{B1}$，A、B 各自的速度大小均为$\sqrt{\frac{gR}{2}}$，方向相反，A 球向左，B 球向右. B 球对轨道的压力大小为 $N=\beta mg+\beta m\cdot\frac{v_{B1}^2}{R}=4.5mg$，方向竖直向下.

(3)小球 A、B 在轨道最低处第二次碰撞前的速率就是第一次碰撞结束时的速率，两球速度方向相反，由动量守恒有 $3mv_{B1}-mv_{A1}=3mv_{B2}+mv_{A2}$，碰撞中无机械能损失，由动能守恒有$\frac{1}{2}\cdot 3mv_{B1}^2+\frac{1}{2}mv_{A1}^2=\frac{1}{2}\cdot 3mv_{B2}^2+\frac{1}{2}mv_{A2}^2$，由以上两式解得刚结束时各自的速率均 $v_{B2}=0$，$v_{A2}=\sqrt{2gR}$，说明 B 球碰后静止，A 球以第一次碰前速率反向回到最初与圆心等高处，再以下滑到最低点与 B 球发生第三次碰撞，以后是周期性的碰撞：n 为奇数时，两球碰撞结束时的速度大小相等，均为$\sqrt{\frac{gR}{2}}$，方向相反，A 左 B 右；n 为偶数时，两球碰撞结束时 B 球静止，A 球获得向左的速度，大小为 $\sqrt{2gR}$.

7.(1)木板突然受到水平向右的 12N·s 的瞬时冲量 I 作用开始运动，由动量定理可知 $v_0=\frac{I}{m_A}=\frac{12}{4.0}\text{m/s}=3\text{m/s}$.

(2)木板获得速度后，小物块相对木板有相对滑动，小物块向右做初速度为零的匀加速运动，木板向右做减速运动，当小物块滑离木板时，由它们的动能可知它们的速度分别为 $v_A=\sqrt{\frac{2E_{kA}}{m_A}}=2\text{m/s}$，$v_B=\sqrt{\frac{2E_{kB}}{m_B}}=1\text{m/s}$. 木板与小物块均做直线运动，在相等的时间内速度的变化量大小相同，说明两者加速度的大小相等，由牛顿运动定律可知 $a_B=\frac{f_{AB}}{m_B}$

$=\dfrac{f_{AC}+f_{AB}}{m_A}=a_A$，有 $f_{AB}=\dfrac{m_Bf_{AC}}{m_A-m_B}=\dfrac{f_{AC}}{3}=4\text{N}$，$a_B=\dfrac{f_{AB}}{m_B}=4\ \text{m/s}^2=a_A$. 以小物块为参考系，木板的初速度为 v_0；末速度为：$v_t=v_A-v_B=1\text{m/s}$. 位移为 L，其加速度为：$a_{AB}=a_A+a_B=8\text{m/s}^2$，由匀变速运动的规律可知：$L=\dfrac{v_0^2-v_t^2}{2a_{AB}}=\dfrac{3^2-1^2}{2\times8}=0.5\text{m}$. 另解(2)设 C 对 A 的滑动摩擦力为 F_{CA}，B 在 A 上滑行的时间为 t，B 离开 A 时 A 和 B 的速度分别为 v_A 和 v_B，以 v_0 为正方向，A、B 系统由动量定理有 $-F_{CA}t=m_Av_A-m_Av_0+m_Bv_B$，而 $F_{CA}=\mu(m_A+m_B)g$，A 对 B 的滑动摩擦力为 F_{AB}，对 B 由动量定理有 $F_{AB}t=m_Bv_B$，由以上三式得 $\dfrac{\mu(m_A+m_B)g}{F_{AB}}=\dfrac{m_A(v_0-v_A)-m_Bv_B}{m_Bv_B}$，当 B 滑离木板时，可知它们速度分别为 $v_A=\sqrt{\dfrac{2E_{kA}}{m_A}}=2\text{m/s}$，$v_B=\sqrt{\dfrac{2E_{kB}}{m_B}}=1\text{m/s}$，从而求得 $F_{AB}=\dfrac{\mu(m_A+m_B)g}{3}$，此过程 A 在 C 上滑行的距离为 s，由动能定理有

$$\frac{1}{2}m_Av_0^2-E_{kA}=[\mu(m_A+m_B)g+\frac{1}{3}\mu(m_A+m_B)g]s$$

由功能原理可知 $\dfrac{1}{2}m_Av_0^2=E_{kA}+E_{kB}+\dfrac{1}{3}\mu(m_A+m_B)gL+\mu(m_A+m_B)gs$

由这两式解得 $L=\dfrac{3\times\frac{1}{2}m_Av_0^2-3E_{kA}-12E_{kB}}{4\mu(m_A+m_B)g}$

$$=\frac{3\times0.5\times4\times3^2-3\times8-12\times0.5}{4\times0.24\times5\times10}\text{m}=0.5\text{m}$$

8. 若 A、C 一起在力 F 的作用下做加速运动时，其加速度为 a_1，由牛顿第二定律有 $a_1=\dfrac{F-\mu_2(2m+m)g}{2m+m}=\left(\dfrac{2}{15}-\dfrac{1}{10}\right)g=\dfrac{1}{3}\text{m/s}^2$，$A$、$C$ 之间的最大静摩擦力能支持 A 产生的最大加速度为 a_0，$a_0=\dfrac{f_{AC}-f}{m}=\dfrac{\mu_1\cdot2mg-\mu_2\cdot3mg}{m}=(2\mu_1-3\mu_2)g=1.4\ \text{m/s}^2>a_1$.

说明 A、C 一起在力 F 的作用下做加速运动时，当它们运动到与 B 相碰前的瞬间速度为 v_0，由匀变速运动的规律有 $v_0^2=2a_1s=1.92\ (\text{m/s})^2$，$A$、$B$ 碰撞时间极短且碰撞后粘连在一起，获得共同的速度 v，由动量守恒有 $mv_0=2mv$，$v=\dfrac{1}{2}v_0$，此后，C 相对 A、B 运动，A、B 的运动状态相同，对 C 有 $a_C=\dfrac{F-2\mu_1mg}{2m}=\left(\dfrac{1}{5}-\dfrac{2.2}{10}\right)g=-0.2\ \text{m/s}^2$，说明 C 做减速运动，对 A、B 有 $a_{AB}=\dfrac{f_{AC}-f'}{2m}=\dfrac{\mu_1\cdot2mg-\mu_2\cdot4mg}{2m}=(\mu_1-2\mu_2)g=0.2\ \text{m/s}^2$，$A$、$B$ 一起做加速运动. 以 A、B 为参考系，C 的初速度为 $v_0'=v_0-v=\dfrac{1}{2}v_0$，末速度为 0，加

速度 $a'=a_C-a_{AB}=-0.4\text{m/s}^2$，$C$ 在木板 A、B 上的最大位移为 s_{max}，则 $s_{max}=-\frac{v_0'^2}{2a'}=-\frac{v_0^2}{8a'}=\frac{1.92}{8\times 0.4}\text{m}=0.6\text{m}$，要使 C 最终不脱离木板，每块木板长度至少应为 $l=\frac{1}{2}s_{max}=\frac{1}{2}\times 0.6\text{m}=0.3\text{m}$.

9. 系统由动量守恒有 $mv=(M+11m)u$，解得 $u=0.5\text{m/s}$，系统由能量守恒有 $\mu mgs_1=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}(11m+M)u^2$，解得 $s_1=8.25\text{m}$. 被碰撞的铁块为 $n=\left[\frac{s_1}{s}\right]+1=9$ 个，再加上第一块木块，一共有 10 块木块发生碰撞.



第四讲　临界条件

临界条件：在物理学中，经常遇到一个物理过程或物理状态转变为另一个物理过程或物理状态时，存在着分界线的现象，还有些物理量在变化过程中遵循不同的变化规律，处在不同规律交点处的取值称之为临界值. 临界现象是量变到质变的规律在物理学中的生动表现. 这种分界线，通常以临界状态或临界值的形式表现出来，通过分析，找出这种临界状态或临界值问题就会迎刃而解.

在物理学中不同的内容往往对应着不同的临界条件：在与力学相关的临界条件中，较多涉及的是滑动摩擦力，最大静摩擦力是两个相互接触的物体是否有相对运动的临界条件、当两个有相对运动的物体在速度相等的一瞬间滑动摩擦力消失，速度相等是临界条件、当支持力或绳的拉力为零是临界条件……；而在运动学中，一个物体速度为零时，是它位移最大的条件，加速度为零，是它速度最大的条件，它的轨迹与边界相切（主要是带电粒子的运动）是临界条件，而两个相对运动的物体速度相等是它们接近若分离的临界条件，碰撞中完全弹性和完全非弹性是临界条件……；在光学中能否发生全反射，就是入射角大于等于临界角，边界光线是临界条件，在光电效应中，入射光的频率一定要大于极限频率（即临界频率），才能产生光电效应……只有明确了这些基本原则，对于临界问题的处理才有清晰的思路.

解答临界问题，一般有两种基本方法：第一是以定理、定律为依据的表达式，并对表达式中的某一物理量连续变化所导致的其他物理量的变化，当某个物理量变为零或存在着突变的情况下就是临界状态，对应的是临界条件；还可以从解的角度进行讨论，寻找特殊情况和特殊解；第二是直接分析、讨论临界状态和相应的临界值，求出物体的运动规律.

4.1 牛顿运动定律和运动学中的临界条件



解题方法指导

［例1］ 如图4-1-1所示，重80 N的物体A放置在倾角为30°的粗糙斜面上，有一根原长为10 cm，劲度系数为10^3 N/m的弹簧，其一端固定在斜面底端，放另一端置在滑块A后，弹簧长度缩短为8 cm，现用一弹簧秤沿斜面上拉滑块，若滑块与斜面间最大静摩擦力为25 N，当弹簧的长度仍为8 cm时，弹簧秤的示数可能为

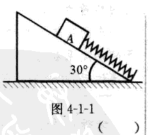


图4-1-1

（　　）

A. 10N　　B. 20N　　C. 40N　　D. 60N

［分析］ 滑块在平行于斜面可能受四个力的作用，其中有两个恒力：重力平行于斜面向下分量$G_1=G\sin30°=G/2=40$N，下面弹簧对滑块平行于斜面向上的支持力$F_1=k\Delta x=20$N. 这两个力不变，合力大小为20N，方向沿斜面向下. 而弹簧秤对滑块只能产生



沿斜面向上的拉力.

当斜面对滑块的静摩擦力向上为 20 N 时，弹簧秤的示数为零. 当弹簧秤产生拉力，斜面对滑块向上的静摩擦力就会减小.

当斜面对滑块的静摩擦力向下为最大静摩擦力 25 N 时，弹簧秤的示数为 45 N. 当斜面对滑块的静摩擦力由最大值而逐渐减小时，弹簧秤的示数也会减小.

综上所述，弹簧秤的示数 F_2 的范围为：$0<F_2<45$ N.

［答案］ ABC

［评析］ 本题判断的依据有两点：弹簧秤对滑块只能施加沿斜面向上的拉力；斜面对滑块的最大静摩擦力是 25 N，可沿斜面向上，也可沿斜面向下. 基于这两点就可以进行判断. 本题的临界条件就是静摩擦的方向和静摩擦力的最大值.

［例 2］ 在质量为 M 的圆柱表面上，固定着一个质量为 m 的小重物，把这个圆柱放在倾角为 α 的斜面上. 设斜面与圆柱间的动摩擦因数等于最大静摩擦因数 μ，在保持圆柱静止的条件下，使倾角 α 最大，如图 4-1-2 所示，试求：此时 m 和圆柱体中心线的连线与竖直方向的夹角 θ 必须符合什么样的关系式？

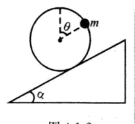


图 4-1-2

［分析］ 如图 4-1-3 所示可知，当圆柱体的重力与小重物的重力的合力作用线过圆柱体与斜面的接触点 B 时，圆柱体才能保持平衡，由同向平行力合成可知：$\dfrac{Mg}{mg}=\dfrac{R\sin\theta_{max}-R\sin\alpha}{R\sin\alpha}$，

$\sin\theta_{max}=\dfrac{(M+m)}{m}\sin\alpha$，$\theta_{max}=\arcsin\dfrac{(M+m)\sin\alpha}{m}$.

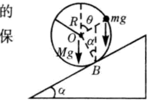


图 4-1-3

［要点］ 本题的临界条件就是系统重力合力的作用线过支持点 B.

［例 3］ 如图 4-1-4 所示，小车上放着由轻质弹簧连接的质量为 $m_A=1$ kg，$m_B=0.5$ kg 的 A、B 两物体，两物体与小车间的最大静摩擦力分别为 $f_{Am}=4$ N，$f_{Bm}=1$ N，弹簧的劲度系数为 $k=0.2$N/cm，为了使两物体随车向右一起加速运动，弹簧的伸长最大是多少厘米？

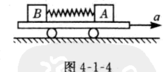


图 4-1-4

［分析］ 解法一：对于 A、B 两物体，它们与车间的最大静摩擦力提供它们各自最大加速度分别为：$a_{Am}=\dfrac{f_{Am}}{m_A}=4\ \text{m/s}^2$，$a_{Bm}=\dfrac{f_{Bm}}{m_B}=2\ \text{m/s}^2$.

当两物的加速度相同时，弹簧必须有弹力的作用，故有

$f_{Am}-F_m=m_Aa_m$，$f_{Bm}+F_m=m_Ba_m$

由以上两式相除后，可得 $F_m=\dfrac{2}{3}\text{N}=k\Delta x_{max}$，$\Delta x_m=\dfrac{F_m}{k}=3.3\text{cm}$.

解法二：A、B两物受到的最大静摩擦力提供它们加速运动所需要的外力，则它们最大加速度为a_m，$f_{Am}+f_{Bm}=(m_A+m_B)a_m$，$a_m=\dfrac{f_{Am}+f_{Bm}}{m_A+m_B}=\dfrac{10}{3}\ \mathrm{m/s^2}$.

对于B有：$F_m+f_{Bm}=m_Ba_m$，$F_m=m_Ba_m-f_{Bm}=\dfrac{2}{3}\mathrm{N}$，$\Delta x_m=\dfrac{F_m}{k}=3.3\mathrm{cm}$.

［**要点**］ 两物体之间的最大静摩擦力提供的是两物体相对静止共同运动的最大加速度，也是两物体没有相对运动的临界条件.

最大静摩擦力提供加速运动所需要的力是相对静止的临界条件，而且两物受到的最大静摩擦力的方向一定相同.

［**例4**］ **如图 4-1-5 所示，把长方体切成质量分别为m和M的两部分，切面与底面的夹角为θ，长方体置于光滑的水平面上，设切面也光滑，要使m、M一起在水平面上滑动，作用在m上的水平力推力F符合什么条件？**

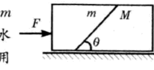


图 4-1-5

［**分析**］ 解法一：对两切块进行受力分析，如图 4-1-6 所示，两切块在水平面推力作用下加速运动，对左右两切块分别建立水平和竖直方向动力学方程，有：

图 4-1-6

对左切块有：$F-N\sin\theta=ma$ ①

$N\cos\theta+N_{地1}=mg$ ②

对右切块有：$N\sin\theta=Ma$ ③

由①可知，当F↑（↑表示增大），a↑，由③可知N↑，由②可知$N_{地1}$↓（↓表示减小），当$N_{地1}=0$时，若F继续增大时，左右两切块将会发生相对滑动，所以，$N_{地1}=0$时对应的水平推力F是最大值.

由②式得$N_{地1}=mg-N\cos\theta$ ④

①×M−③×m后得：$N=\dfrac{MF}{(M+m)\sin\theta}$，代入④后得：

$N_{地1}=mg-\dfrac{MF}{M+m}\cot\theta\geqslant 0$，即得到$F\leqslant\dfrac{M+m}{M}mg\tan\theta$.

当$0<F\leqslant\dfrac{m}{M}(M+m)g\tan\theta$时，左右两切块可在水平面一起滑动.

解法二：对两切块作受力分析，如图 4-1-6 所示，当m相对M要滑动时，m不受地面的支持力，即图中的$N_{地1}=0$（这是临界条件），对应水平推力最大值.

对m在竖直方向上，$N\cos\theta=mg$ ①，在水平方向上$F_{max}-N\sin\theta=ma_{max}$ ②，

M在水平方向有$N\sin\theta=Ma_{max}$ ③，由①、③两式得$a_{max}=\dfrac{m}{M}g\tan\theta$

由②、③两式得$F_{max}=(M+m)a_{max}=\dfrac{m}{M}(M+m)g\tan\theta$.

当$0<F\leqslant\dfrac{m}{M}(M+m)g\tan\theta$时，左右两切块可在水平面一起滑动.



［要点］ 两种解法角度不同.解法一回避了求解加速度，从表达式进行分析左右两切块一起滑动时由于水平推力的增大而出现的现象，这种跟踪分析法在整个物理问题分析中都是基本方法.正是通过这种顺藤摸瓜的研究模式，才能寻找到问题的症结.解法二直接说明两切块发生相对滑动的条件是左切块不受地面的支持力，相当于问题的难点已经突破，只需要根据物理规律求解.前者由表达式寻找突破口，后者由突破口寻求结果.

本题的临界条件是地面对左切块的支持力为零.

［例5］ 如图4-1-7所示，水平线$AC=AB$，当小车以速度$v=2.5$ m/s匀速运动时，AB、AC两段绳子的张力分别是5 N和3 N，当小车的加速度分别是：(1)2.5 m/s²；(2)-5 m/s²；(3)8m/s²时，在以上三种情况下，两绳中张力各是多少？($g=10$ m/s²，图示方向为加速度的正方向)

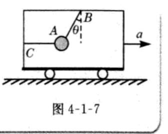


图4-1-7

［分析］ 当小球A用AC和AB悬挂住，小车匀速运动，小球A受平衡力的作用，$T_{AB}=5$ N，$T_{AC}=3$ N，小球A的质量未知，但可以求出.当小车以不同的加速度运动时，小球的受力情况就会有所改变，但小球的重力不变，在竖直方向上由于无加速度而就合外力为零；在水平方向由牛顿第二定律可知，合外力提供小球做加速运动所需的力.

AC绳水平，只有AB绳的张力T_{AB}在竖直方向上的分量等于小球的重力mg，若AB与竖直方向夹角θ不变，则可判断T_{AB}的大小不变.若加速度a为正，T_{AB}在水平上分量与a的正方向相同，而T_{AC}的水平分量与a的正方向相反，显然当a增大时，只有T_{AC}减小时，当T_{AC}减小到零这一条件时，小车对应的加速度是小球在图示状态下的最大加速a_0.若小车的加速度$a>a_0$，小球只受两力作用：mg、T_{AB}，要使T_{AB}在水平方向分量增大，而竖直方向上的分量不变(与小球重力平衡)，绳AB与竖直方向夹角θ将变大.若加速度a为负值，绳AC的张力T_{AC}与a的方向相同，此时T_{AB}的大小、方向均不变，T_{AC}将增大，一部分用来使小球做加速运动，另一部分力用来与T_{AB}的水平分量相平衡.

［解］ 当小车做匀速运动时，小球受图如图4-1-8所示，受到的重力mg与水平绳T_{AC}的合力与绳T_{AB}是一对平衡力$(mg)^2+T_{AC}{}^2=T_{AB}{}^2$

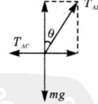


图4-1-8

解得$mg=4$N，$m=0.4$kg，　　$\tan\theta=\dfrac{T_{AC}}{mg}=0.75$.

当小球具有的加速度a_0时，绳AC的张力为零，绳AB的张力在水平方向上的分量为T_{ABx}，$T_{ABx}=T_{AB}\sin\theta=ma_0$，$a_0=\dfrac{T_{AB}\sin\theta}{m}=7.5\text{ m/s}^2$.

(1)$a_1=2.5\text{m/s}^2<a_0$，由前面的分析可知，T_{AB}不变，在水平方向上，由牛顿第二定律可得$T_{ABx}-T_{AC}=ma_1$，$T_{AC}=T_{ABx}-ma_1=3-0.4\times2.5\text{N}=2\text{N}$.

(2)$a_2=-5\text{ m/s}^2$时，由前面的分析可知，T_{AB}不变.

同理有　$T_{ABx}-T_{AC}=ma_2$，$T_{AC}=T_{ABx}-ma_2=3-0.4\times(-5)\text{N}=5\text{N}$

(3)$a_3=8\text{m/s}^2>a_0$，由前面的分析可知 $T_{AC}=0$，此时小球只受重力 mg 和绳 AB 的拉力 T'_{AB}，两力合力的方向沿水平方向，大小等于 ma_3，如图 4-1-9 所示，由图可知：

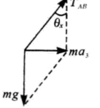


图 4-1-9

$$T'_{AB}=\sqrt{(ma_3)^2+(mg)^2}=m\sqrt{a_3^2+g^2}=5.12\text{N}.$$

［要点］ 防止分析中漏掉了题设中隐藏的临界条件物理问题，在题设的初始条件下，对物体的状态变化进行连续变化的分析，分析到了临界点时(如本题分析中的 $T_{AC}=0$ 和 T_{AB} 变与不变的条件)，都应是物理过程中的临界条件. 尽管题设给出的加速度不是连续变化，但是分析问题使加速度连续变化，就可以知道在不同的加速度的情况下，小球受力的个数有可能发生了变化，这样才能正确地分析小球的受力情况，只有小球的受力分析是正确的前提下，才能正确地求解. 本题分析法是典型的跟踪分析法.

本题的临界条件是绳 AC 的拉力为零.

［例 6］ 如图 4-1-10 所示，放在水平地面上的厚木块质量为 3 kg，与地面间的动摩擦因数为 0.25，其上有深 2 cm、截面半径为 5 cm 圆弧的光滑槽，槽内放着一个质量为 2 kg、半径为 5 cm 的圆柱体，有水平力 F 拉木块，当 F 符合什么条件时，圆柱体将从槽内滚出来($g=10\text{ m/s}^2$)?

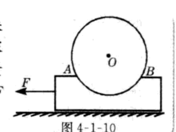


图 4-1-10

［分析］ 圆柱体在槽中受到两个力的作用：重力 mg 和槽对它的弹力 N，若是它们处于静止状态，则弹力 N 与重力 mg 是一对平衡力，这两个力的作用线在同一条直线上，即竖直线上. 当槽有了水平方向的加速度后，则重力和弹力的合力要提供圆柱体随槽一起做加速运动所需要的力，而合力的方向是水平的，则槽对圆柱体的弹力再也不是竖直，其弹力的作用点将由最低点向 B 点移动(这里说明弹力是一个被动力，它将随着物体的运动状态变化而变化)，到达 B 点后，若此时圆柱体所受的合外力若再也不足以提供它与槽一起加速所需要的外力时，圆柱体将会离开槽，也就是说，当弹力的作用点移到图4-1-11中的 B 点时，是圆柱体与槽一起运动时的最大加速度 a_m，由图可知：

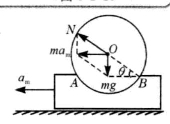


图 4-1-11

$$ma_m=mg\cot\theta,\ \sin\theta=\frac{5-2}{5}=0.6,\ \cot\theta=\frac{4}{3},\ a_m=13.3\text{ m/s}^2$$

将槽与圆柱体作为一个整体，它们在水平方向上受到的拉力 F 与滑动摩擦力的合力提供它们做加速运动所需的力故有 $F=(M+m)a_m+\mu(M+m)g=(M+m)(a_m+\mu g)=79\text{N}$.

当 $F\leqslant 79\text{N}$ 时，圆柱体与槽一起加速运动，当 $F>79\text{N}$ 时，圆柱体将会从槽内滚出来.

槽对圆柱体弹力的作用点将随系统加速度的增大而发生变化，本题的临界条件是当弹力的作用点移到槽的右端点时是系统具有最大加速度的临界值.

［例7］ 如图 4-1-12 所示，用固定挡板 P 将质量为 m 的小球挡在光滑的斜面上处于静止状态，已知斜面体质量为 M，倾角为 θ，斜面体与水平面间的动摩擦因数为 μ，问至少以多大的水平拉力 F 向右拉动斜面体，小球才能做自由落体运动？

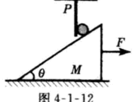


图 4-1-12

［分析］ 解法一：小球能做自由落体运动，说明只受重力作用，当小球与斜面体接触而无挤压时，它们之间没有形变，没有弹力，这说明斜面体和小球在这种情况下是水平拉力最小的条件，也即垂直于斜面方向上两者的加速度相等，小球的加速度 g 跟斜面体的加速度 a 的关系及斜面体的受力分析如图 4-1-13 所示. 由图可知：

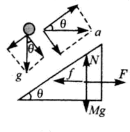


图 4-1-13

$g\cos\theta = a\sin\theta$，　$a = g\cot\theta$.

斜面体在竖直方向上有 $N = Mg$.

水平方向摩擦力 $f = \mu N = \mu Mg$.

在水平方向上由牛顿第二定律有 $F - f = Ma$.

所以，水平拉力至少为 $F = (\mu + \cot\theta)Mg$

解法二：小球能做自由落体运动，也说明斜面体的加速度在竖直方向上的分量大小为 g 时，斜面体所受的水平拉力最小. 如图4-1-14所示，将斜面体的加速度沿竖直方向和平行于斜面方向分解，由图可知 $a = g\cot\theta$. 由解一中可知 $F = (\mu + \cot\theta)Mg$.

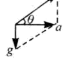


图 4-1-14

［要点］ 小球做自由落体运动，说明只受重力，小球与斜面间有接触无挤压时是临界状态，这个临界状态相当于它们在此方向上的运动情况相同，即加速度相同.

［例8］ 火车以速度 v_1 向前行驶. 司机忽然发现，在前方同一轨道上距车为 s 处有另一辆火车，它正沿相同的方向以较小的速率 v_2 做匀速运动，于是他立即使车做匀减速运动，加速度大小为 a，要使两车不致相撞，则 a 应满足怎样的条件？

［分析］ 司机使火车做匀减速运动，当后面的火车与前方火车时的速度相等时，两车再也不能接近了，也就是后面的火车与前面火车的速度相等时，后面火车的位移与前面火车的位移之差要小于 s 时，两车才不致相撞.

解法一：当两车速度相等时，两车没有相撞，以后再也不会相撞，后车减速的时间为 t，则：$t = \dfrac{v_1 - v_2}{a}$. 后车的位移 $s_1 = \bar{v}t = \dfrac{v_1 + v_2}{2}t$，前车的位移 $s_2 = v_2 t$.

$$s_1 - s_2 = \frac{v_1 - v_2}{2}t = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2a} < s，a > \frac{(v_1 - v_2)^2}{2s}.$$

解法二：以前车为参考系，后车的初速度为 $v = (v_1 - v_2)$，当后车的速度减为零时（即

两车速度相等)，其位移小于 s，两车不会相撞，即 $\frac{(v_1-v_2)^2}{2a}<s$，则加速度 $a>\frac{(v_1-v_2)^2}{2s}$.（前车加速度为零,后车的加速度也是相对加速度)

解法三:作出两车运动的速度—时间图象如图 4-1-15 所示,由图象可知:在两图象相交前与时间轴所围面积之差(即图中阴影部分)小于 s 时,两车不会相撞,即 $\frac{(v_1-v_2)^2}{2a}<s$，$a>\frac{(v_1-v_2)^2}{2s}$.

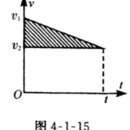


图 4-1-15

解法四:后车的位移为 $s_1=v_1t-\frac{1}{2}at^2$，前车的位移为 $s_2=v_2t$，要使两车不相撞,有

$$s_1-s_2=(v_1-v_2)t-\frac{1}{2}at^2<s\text{，}y=\frac{1}{2}at^2-(v_1-v_2)t+s>0$$

说明此二次函数 y 无解,判别式 $\Delta=(v_1-v_2)^2-2as<0$,可得 $a>\frac{(v_1-v_2)^2}{2s}$.

［例 9］　如图 4-1-16 所示,一个质量 $m=$ 1kg 金属块 A(可视为质点),轻轻放在一块在光滑水平桌面上匀速向右运动的薄木板上,刚放到木板上时,A 可视为静止,并距木板左端为 $d=$ 64 cm,A 放在木板上,金属块与薄木板间的动摩擦因数 $\mu=0.2$,假设桌面足够长,A 放上后木板在外力作用下仍做匀速运动,求木板的速度 v_0 满足什么条件时,才可以把木板从金属块下面抽出.

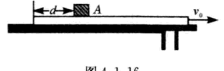


图 4-1-16

［分析］　金属块 A 获得的加速度是由于滑动摩擦力的原因,当它与薄木板的速度相同时,它的加速度就会消失,木板要从金属块下面抽出,则最少也得在金属块获得长木板的相同的速度那一瞬间抽出.由牛顿运动定律有 $a=\frac{\mu mg}{m}=\mu g=2\ \mathrm{m/s^2}$.

解法一:金属块 A 获得与薄木板相同速度时,薄木板被抽出是薄木板具有最小速度,此过程所需要时间是金属块 A 加速的时间 $t=\frac{v_0}{a}$.

金属块 A 和薄木板位移分别为 $s_{板}=v_0t$，$s_{金}=\frac{v_0}{2}t$.

抽出木板的条件是 $d<s_{板}-s_{金}$,由以上几式解得 $v_0>1.6\mathrm{m/s}$.

解法二:若以薄木板为参考系,金属块 A 的初速度为 v_0,方向向左,加速度 $a=2\ \mathrm{m/s^2}$,方向向右,即金属块在薄木板上向左做匀减速运动,当金属块 A 的末速度为零,即金属块 A 与薄木板的速度相等时,金属块 A 在薄木板上最大位移为 s_{max}.

当 $s_{max}=\frac{v_0^2}{2a}>d$ 时,木板抽出,所以 $v_0>\sqrt{2ad}=1.6\mathrm{m/s}$.

［要点］　两个物体之间存在着相对运动时,当速度相等时,是两物体由相对运动到相对静止的状态的转变,速度相等是临界状态.

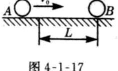


图 4-1-17

[例 10] 在光滑的水平轨道上有两个半径都是 R 的小球 A 和 B，质量分别为 m 和 $2m$，当两球心间距离大于 L（L 比 $2r$ 大得多）时，两球之间无相互作用力；当两球心间距离等于或小于 L 时，两球间存在着相互作用的恒定斥力 F. 设 A 球从远离 B 球处以速度 v_0 沿两球连心线向原来静止的 B 球运动，如图 4-1-17 所示. 欲使两球不发生接触，v_0 必须满足什么条件？

[分析] A、B 两球间距离等于 L 时，A 球做匀减速运动，B 球做匀加速运动，只要 A 球的速度大于 B 球的速度，两球之间的距离在减小，当 A 球的速度等于 B 球速度时，两球之间的距离最小，若此时两球没有接触，那么以后两球不可能再接触，所以两球速度相等时两球没有接触是临界条件.

解法一：当 A、B 两球间距离等于 L 时，A 球、B 球加速度为 $a_A=\frac{F}{m}$，$a_B=\frac{F}{2m}$.

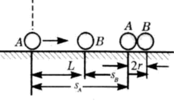


图 4-1-18

在时间 t 内（从 A、B 两间距离为 L 开始计时），如图 4-1-18 所示，有：

$$s_A=v_0t-\frac{1}{2}a_At^2,\ s_B=\frac{1}{2}a_Bt^2.$$

两球间的距离从产生斥力到刚好不接触，如图 4-1-18 所示.

$$\Delta s=L+s_B-s_A=L+\frac{1}{2}a_Bt^2-\left(v_0t-\frac{1}{2}a_At^2\right)=\frac{1}{2}(a_A+a_B)t^2-v_0t+L.$$

两球不接触，有 $\Delta s>2r$，则有 $\frac{1}{2}(a_A+a_B)t^2-v_0t+L>2r$ 将 $a_A=\frac{F}{m}$、$a_B=\frac{F}{2m}$ 代入后有：$\frac{3F}{4m}t^2-v_0t+L-2r>0$. 要使该式恒成立，则其判别式 $\Delta<0$，即：

$$\Delta=v_0^2-4\cdot\frac{3F}{4m}\cdot(L-2r)=v_0^2-\frac{3F}{m}(L-2r)<0\text{，即 }v_0<\sqrt{\frac{3F(L-2r)}{m}}.$$

解法二：当 A、B 两球间距离等于 L 时，两球加速度分别为 $a_A=\frac{F}{m}$，$a_B=\frac{F}{2m}$，并开始计时. 以 B 球参考系，A 球的初速度 $v_0'=v_0$，加速度 $a=a_A+a_B=\frac{3F}{2m}$，

当 A 球速度减为零时（也就是两球相对静止），A 球的位移为 s，$s=\frac{v_0'^2}{2a}=\frac{mv_0^2}{3F}$.

当 $s<L-2r$ 时，两球不会接触，$\frac{mv_0^2}{3F}<L-2r$ 得 $v_0<\sqrt{\frac{3F(L-2r)}{m}}$

解法三：从当 A、B 两球间距离等于 L 时，两球加速度 $a_A=\frac{F}{m}$，$a_B=\frac{F}{2m}$.

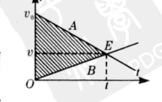


图 4-1-19

由此时开始计时，A 球做匀减速运动，B 球做匀加速运动，两球速度表达式分别为 $v_A=v_0-a_At$，$v_B=a_Bt$.

两球的 v-t 图象如图 4-1-19 所示. 由图可知，$v_A=v_B$ 时，是 A 球追赶 B 球的最大距离 Δs 就是图中的阴影部分的面积，若是

$\Delta s < L-2r$ 时，两球不会接触. 由两球速度相等 $v_0 - a_A t = a_B t$，所经历时间为 $t = \frac{v_0}{a_A + a_B} = \frac{2mv_0}{3F}$.

$$\Delta s = \bar{v}t = \frac{v_0+0}{2}t = \frac{mv_0^2}{3F} < L-2r\text{，有 } v_0 < \sqrt{\frac{3F(L-2r)}{m}}.$$

解法四：A、B 两球间距离等于 L 后，两球加速度分别为 $a_A = \frac{F}{m}$，$a_B = \frac{F}{2m}$，A 球做匀减速运动，B 球做匀加速运动，只要 $v_A > v_B$，两球间的距离就越来越小，当 $v_A = v_B = v$ 时，两球间距离最小，若此时刻两球没有接触，以后两球就不会接触，当两球速度相等时，两球所组成的系统，在水平方向上不受外力，由于运动同时性 $t = \frac{v_0 - v}{a_A} = \frac{v}{a_B}$，$\frac{v_0 - v}{v} = \frac{a_A}{a_B} = \frac{2}{1}$，$v = \frac{v_0}{3}$. 两球相互接近到刚好不接触的时间 $t = \frac{v}{a_B} = \frac{2mv_0}{3F}$.

A、B 两球位移分别为 $s_A = \frac{v_0 + v}{2}t$，$s_B = \frac{1}{2}vt$. $\Delta s = s_A - s_B = \frac{v_0}{2}t = \frac{mv_0^2}{3F}$.

当 $\Delta s < L-2r$ 时，两球不会接触，即 $\frac{mv_0^2}{3F} < L-2r$，即得 $v_0 < \sqrt{\frac{3F(L-2r)}{m}}$.

[评析]　这是一道高考压轴题，当年参考高考的学生对于分析两球不接触的条件时，出现了如下两种情况：(1)当两球的距离之间 $\Delta s = L-2r$ 时，$v_A < v_B$ 是两球不接触的条件；(2)当两球的速度 $v_A = v_B$ 时，$\Delta s < L-2r$ 是两球不会接触的条件. 对于以上两种分析，从结果来看，几乎没有差别，实质上，这两个条件是不能并存的.

在本题的几种解法中，都强调当两球速度相等时，两球没有接触所对应的条件才是临界条件，若是条件(1)，由图 4-1-19 可知，两球的状态可能到了图中是 E 点的右侧，因为它均符合条件(1)，而实际上在 E 点的左侧它们早已相撞了，故只有条件(2)正确.

[例 11]　如图 4-1-20 所示，质量为 2 m、长为 l 的木块置于光滑的水平台面上，质量为 m 的子弹以初速度 v_0 水平向右射向木块，穿出木块时的速度为 $v_0/2$，设木块对子弹的阻力恒定，求：

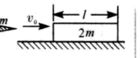


图 4-1-20

(1)求子弹穿越木块的过程中，木块滑行的距离 L_1；

(2)若木块固定在传送带上，使木块随传送带始终恒定的速度 u 水平向右运动，子弹仍以初速度 v_0 向右射向木块($u < v_0$)，求子弹最终的速度 v；

(3)求在情况(2)中，子弹在木块中行进的过程中，木块移动的距离 L_2.

[分析]　(1)设子弹与木块间阻力 f，由牛顿第二定律可知：

子弹的加速度为 $a = \frac{f}{m}$，木板的加速度 $a_0 = \frac{f}{2m} = \frac{a}{2}$，设子弹穿过木块后木块速度为 v，子弹射穿木块的过程所用时间为 $t = \frac{v}{a_0} = \frac{v_0 - v_0/2}{a}$，解得 $v = \frac{v_0}{4}$.

子弹对地位移为 $s_1 = \frac{v_0 + v_0/2}{2} \cdot t = \frac{3v_0 t}{4}$，木块对地位移为 $L_1 = \frac{v}{2} \cdot t = \frac{v_0 t}{8}$.

子弹射穿木块时有 $l = s_1 - L_1 = \frac{5v_0 t}{8}$，所以，$\frac{l}{L_1} = \frac{5}{1}$，$L_1 = \frac{l}{5}$，

由于 $l = \frac{5v_0 t}{8} = \frac{5v_0^2}{16a} = \frac{5mv_0^2}{16f}$，解得它们之间阻力为 $f = \frac{5mv_0^2}{16l}$.

(2)当木块固定在传送带上，而传送带始终以速度 u 水平向右匀速运动，而子弹在阻力的作用下做减速运动，子弹与木块间的阻力不变，子弹的加速度 $a = \frac{f}{m} = \frac{5v_0^2}{16l}$ 不变.

设子弹穿透木块后的速度为 v'，子弹穿透木块所用的时间为 $t' = \frac{v_0 - v'}{a}$，木块在时间 t' 内位移 $L_2 = ut'$，子弹在这段时间内的位移为 $s = \frac{v_0 + v'}{2} \cdot t'$.

两位移之差 $s - L_2 = \frac{v_0 + v'}{2} \cdot t' - ut' = \frac{v_0 + v' - 2u}{2} \cdot \frac{v_0 - v'}{a} = l$.

将子弹加速度的值代入上式整理后得 $v'^2 - 2uv' + 2uv_0 - \frac{3}{8}v_0^2 = 0$ …①

因子弹穿透木块，必须有 $v' > u$，①式中的解只能取正值：

$$v' = u + \sqrt{(v_0 - u)^2 - \frac{5}{8}v_0^2}.$$

要使 v' 有解，$(v_0 - u)^2 > \frac{5}{8}v_0^2$，即当 $u < v_0(1 - \frac{\sqrt{10}}{4})$ 时，子弹可以射穿木块.

当 $u > v_0(1 - \frac{\sqrt{10}}{4})$（这就是临界条件）子弹射不穿木块.

(3)由(2)中可知当子弹的初速度和木块的速度关系为 $u > v_0(1 - \frac{\sqrt{10}}{4})$ 时，子弹末速度为 u 时，子弹射入木块时间为 $t' = \frac{v_0 - u}{a} = \frac{16(v_0 - u)}{5v_0^2}$，木块位移为 $L_2 = ut' = \frac{16ul(v_0 - u)}{5v_0^2}$；

当 $u < v_0(1 - \frac{\sqrt{10}}{4})$，子弹射穿木块时间为 $t' = \frac{v_0 - v'}{a} = \frac{16l}{5v_0^2}\left[v_0 - u - \sqrt{(v_0 - u)^2 - \frac{5}{8}v_0^2}\right]$，

木块位移 $L_2 = ut' = \frac{16ul}{5v_0^2}\left[v_0 - u - \sqrt{(v_0 - u)^2 - \frac{5}{8}v_0^2}\right]$.

[要点] 本题的临界条件是由表达式分析出来的，这属于一种类型. 对于数学表达式，要使其有解，根式内数值不能小于零，是求解临界条件的一种途径，同类如分母的值不能为零、正弦或余弦的值不能大于 1……，对应的物理条件可能都是临界条件.

[例 12] 质量为 2 kg 的物体在光滑水平面上以 5 m/s 的速度匀速前进，当它受到一个水平方向的恒力作用，如果此力大小为 4N，则 （　　）

A. 5 s 末的速度大小可能是 15 m/s，则位移大小为 50 m

B. 5 s 末的速度大小也可能是 5 m/s

C. 5 s 末的速度大小可能是 $5\sqrt{5}$m/s

D. 5 s 末的位移可能是零，也可能是 $5\sqrt{2}$m

［分析］ 由牛顿运动定律可知物体的加速度为 $a=\frac{F}{m}=2\ \mathrm{m/s^2}$，在 5s 内速度的增量为 $\Delta v=at=10\mathrm{m/s}$. 两矢量和的最大值是绝对值之和，最小值为绝对值之差. 所以，末速度大小的范围为 $5\mathrm{m/s}\leqslant v_t\leqslant 15\mathrm{m/s}$. 与此对应的位移的最大值是 $\frac{v_0+v_t}{2}\cdot t=50\mathrm{m}$，最小位移 $\frac{v_0+v_t}{2}\cdot t=\frac{5+(-5)}{2}\times 5\mathrm{m}=0$，也就是位移的范围为 $0\leqslant s\leqslant 50\mathrm{m}$（这里的速度大小和位移最大值和最小值都是临界值），凡是符合此范围的值都有可能性.

［答案］ ABCD

［要点］ 物体受到一个水平方向的恒力作用时，这个恒力虽然是水平方向，但是与速度方向是否在一条直线上却是未知的，在这种情况下，力的方向与速度方向之间的关系就有很多种可能性：在一条直线上，若是同向，物体做匀加速直线运动，若是反向，物体做匀减速直线运动；若是不在一条直线，那么它们此过程中速度大小一定在以上两种情况之间，本题速度在最大速度15 m/s与 5 m/s 之间的任何值，相应地其位移也是这两种情况下位移值之间的任何值. 本题考查矢量合成值的范围，端点值即临界值.

［例 13］ 如图 4-1-21 所示，长为 L 的轻杆，一端固定一个小球，另一端固定在光滑的水平轴上，使小球在竖直平面内做圆周运动，关于小球在最高点的速度 v，下列说法中正确的是 （　　）



图 4-1-21

A. v 的最小值为 $\sqrt{gL}$

B. v 由零逐渐增大，向心力也逐渐增大

C. 当 v 由 $\sqrt{gL}$ 值逐渐增大时，杆对小球的弹力也逐渐增大

D. 当 v 由 $\sqrt{gL}$ 值逐渐减小时，杆对小球的弹力仍然是逐渐增大

［分析］ 小球与杆相连在竖直面内做圆周运动，杆既能承受压力，也能承受拉力，小球到达最高点的速度可以为零. 由向心力的公式可知向心力随速度的增大而增大. 小球在最高点时，杆对球的作用力为零，说明是小球的重力提供向心力，有：

$$mg=m\frac{v^2}{L},\ v=\sqrt{gL}.$$

当 v 由 $\sqrt{gL}$ 值逐渐增大时，小球的重力不足以提供向心力，杆对小球的弹力（此时杆的作用力是拉力）与重力的合力提供向心力，杆对小球的弹力将随速度的增大而逐渐增大，若速度 v 由 $\sqrt{gL}$ 值逐渐减小时，向心力减小，重力有一部分提供向心力，多余部分与杆对小球的弹力（此时弹力为压力）平衡，杆对小球弹力随速度的减小而逐渐增大.

［答案］ BCD

［评析］ 当小球受杆的作用力为零，小球运动到最高点的速度是临界速度，再由此速度增大和减小时对应杆对小球作用力的变化.

［例 14］ 如图 4-1-22 所示水平传送带水平段长 $L=6\text{m}$，两皮带轮半径均为 $r=0.1\text{m}$，距地面高 $H=5\text{m}$. 与传送带等高的光滑水平台上有一小物块以 $v_0=5\text{m/s}$ 的初速度滑上传送带，物块与传送带间动摩擦因数 $\mu=0.2$，取 $g=10\text{m/s}^2$. 设皮带轮匀速转动时皮带的速度 v'，物体平抛运动的水平位移为 s，以不同的速度 v' 值重复上述过程，得到一组对应的 v'、s 值，对于皮带轮的转动方向，皮带上部向右时 $v'>0$，向左用 $v'<0$ 表示，在图 4-1-23 给定的坐标系上正确画出 s-v' 关系图线（设小物块一离开皮带就做平抛运动）.

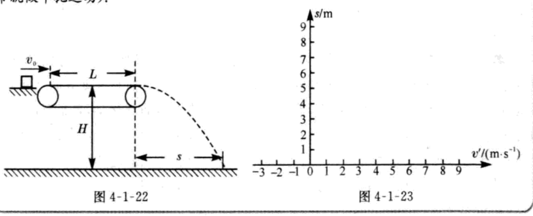


图 4-1-22　　　图 4-1-23

［分析］ 小物块在皮带上的加速度是由滑动摩擦力提供的，只要小物块与皮带之间存在着相对运动，这个加速度就存在，只要小物块与皮带相对静止，这个加速就消失. 所以，小物块离开皮带时的最小速度是在皮带上一直减速到传送带所具有的速度 v_1，小物块离开皮带时最大速度是在皮带上一直加速到传送带所具有的速度 v_2. 皮带离地的高度一定，故物块离开皮带后，若要做平抛运动，则它在离开皮带时的最小速度应是重力提供向心力，有 $\frac{mv_{\min}^2}{r}=mg$，解得 $v_{\min}=\sqrt{gr}=\sqrt{10\times0.1}\text{m/s}=1\text{m/s}$. 物块与皮带间的滑动摩擦力使物体产生的加速度，由牛顿第二定律有 $ma=\mu mg$，$a=\mu g=0.2\times10\text{m/s}^2=2\text{m/s}^2$.

小物块在皮带上减速，它离开皮带时的最小速度为 v_1，$v_1=\sqrt{v_0^2-2aL}=1\text{m/s}=v_{\min}$，说明物体离开皮带后一定做平抛运动.

小球在皮带上能达到的最大为 v_2，

$v_2=\sqrt{v_0^2+2aL}=\sqrt{5^2+2\times2\times6}\text{m/s}=7\text{m/s}$.

小球做平抛运动时间 $t=\sqrt{\frac{2H}{g}}=\sqrt{\frac{2\times5}{10}}\text{s}=1\text{s}$.

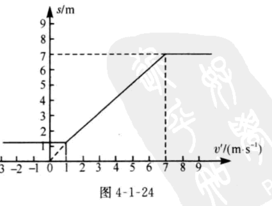


图 4-1-24

当皮带的速度 $v'\leqslant1\text{m/s}$（此式还包含了皮带的速度反向的情况在内）时，小物块落地的水平距离均为 1m；当 $v'\geqslant7\text{m/s}$ 时，小球落地的水平距离均为 7m；当 $1\text{m/s}<v'<7\text{m/s}$ 时，则小物块离开皮带时的速度均与皮带的速度相同，落地时的水平距离 $s=v't$ 将随着皮带的速度增大而增大. 由以上分析，可作出符合题意图象如图

4-1-24所示.

［要点］ 本题中传送带的速度是一个不定值，正是这个不定值，带来了小物块离开传送带时速度大小有多种可能性，小物块离开传送带时速度的范围是本题的难点.

小物块在传送带可加速、可减速，还可匀速，小物块离开传送带时的最大速度是一直在加速，小物块离开传送带时的最小速度是一直在减速，与此对应有速度就是速度的范围的端点值，对应落地的水平距离也是范围的端点值，即本题的临界条件.

［例 15］ 一个光滑的圆锥体固定在水平桌面上，其轴线沿竖直方向，母线与轴线间的夹角 $\theta=30°$，如图 4-1-25 所示. 一条长为 L 的轻绳一端固定在圆锥的顶点，另一端拴着一个质量为 m 的物体，物体以速度 v 绕圆锥体的轴线做水平圆周运动，物体和绳在图中没有画出.

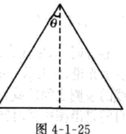


图 4-1-25

(1)当 $v=\sqrt{\frac{gL}{6}}$ 时，求绳对于物体的拉力；

(2)当 $v=\sqrt{\frac{2gL}{3}}$ 时，求绳对于物体的拉力；

(物体可看作质点，要求简要说明解法根据)

［分析］ 物体在锥面上做水平匀速圆周运动，受到重力 mg、锥面的支持力为 N 和绳子的拉力 T 的作用，受力图如图 4-1-26 所示. 小球在水平方向和竖直方向上，由牛顿运动定律有：$T\sin\theta-N\cos\theta=\frac{mv^2}{L\sin\theta}$ ①

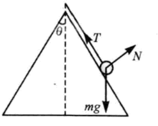


图 4-1-26

$T\cos\theta+N\sin\theta=mg$ ②

由①、②两式可知：当 v 增大，T 增大，N 减小，当 $N=0$ 时对应的线速度 v_0 是物体在锥面上的临界速度，$v\leqslant v_0$，物体在锥面上；$v>v_0$，物体离开锥面.

当 $N=0$ 时由①、②两式可得，$v_0=\sqrt{gL\sin\theta\mathrm{tg}\theta}=\sqrt{\frac{\sqrt{3}gL}{6}}$

(1)当 $v=\sqrt{\frac{gL}{6}}<v_0$，物体在锥面上，由①$\times\sin\theta+$②$\cos\theta$ 得

$$T_1=\frac{mv^2}{L}+mg\cos\theta=\left(\frac{1}{6}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)mg=1.03mg$$

(2) $v=\sqrt{\frac{3gL}{2}}>v_0$，说明物体已离开锥面，做圆锥摆运动，有 $mg\tan\theta_x=m\frac{v^2}{L\sin\theta_x}$.

解得 $v=\sqrt{gL\sin\theta_x\tan\theta_x}$，即 $\frac{3}{2}gL=gL\sin\theta_x\mathrm{tg}\theta_x$，整理后得 $\frac{1-\cos^2\theta_x}{\cos\theta_x}=\frac{3}{2}$.

解得 $\cos\theta_x=\frac{1}{2}$ 或 $\cos\theta_x=-2$（舍去），对于圆锥摆，绳子张力 $T=\frac{mg}{\cos\theta_x}=2mg$.

［要点］ 小球在锥面上受到锥面的弹力为零是临界状态，本题的临界条件是隐蔽的，只有对①、②两式进行跟踪分析小球的速度由零增大的过程中，对 N 与 T 的变化中才能寻找到 $N=0$ 的临界条件. 此题进一步说明跟踪分析法是分析问题的基本方法.

［例 16］ 某颗地球同步卫星正下方的地球表面有一观察者，他用天文望远镜观察被太阳光照射的此卫星，试问：春分那天(太阳光直射赤道)在日落后 12h 内有多长时间该观察者看不见此卫星？已知地球半径为 R，地球表面处重力加速度为 g，地球自转周期为 T，不考虑到大气对光的折射.

［分析］ 设所求的时间为 t，用 m、M 分别表示卫星和地球的质量，r 表示卫星到地心的距离，有 $G\frac{mM}{r^2}=m\cdot\frac{4\pi^2}{T^2}r\cdots$①

春分时，太阳光直射地球赤道，作出太阳光直射赤道时情况如图 4-1-27 所示，图中圆 E 表示赤道，S 表示卫星，A 表示观察者，O 表示地心，两条临界光线与地球的赤道相切，两光线的左侧之间区域为地球的夜晚. 由图可看出当卫星绕地心 O 转到图示位置以后(设地球自转是沿图中逆时针方向)，其正下方的观察者将看不见它，据此再考虑到对称性，有

$r\sin\theta=R\cdots$② ，$t=\frac{2\theta}{2\pi}T\cdots$③，

$G\frac{M}{R^2}=g\cdots$④，

由以上各式解得：$t=\frac{T}{\pi}\arcsin\left(\frac{4\pi^2R}{gT^2}\right)^{\frac{1}{3}}$.

图 4-1-27


跟踪训练

1. 将“超市”中运送货物所用的平板车固定在水平地面上，配送员用 300N 的水平力拖动一箱 60kg 的货物时，该货物刚好能在平板车上开始滑动；若配送员拖动平板车由静止开始加速前进，要保证此箱货物一定不从车上滑落，配送员拖车时，车的加速度的取值可以为 （ ）

A. 3.5m/s² B. 5.5m/s² C. 7.5m/s² D. 9.5m/s²

2. 如图 4-1-28 所示，三物体质量分别为 m_1、m_2、m_3，带有滑轮的物体放在光滑水平面上，滑轮和所有接触面的摩擦以及绳子的质量均不计，为使三个物体无相对滑动，水平推力是多少？

3. 如图 4-1-29 所示，质量分别为 m_1 和 m_2 的 A、B 两木块叠放在光滑的水平桌面上，A、B 间的最大静摩擦力为 km_2g，若要保持 A、B 相对静止则施于 B 的水平拉力 F 的最大值为________；若要保持 A、B 相对静止，则施于 A 的水平拉力 F 的最大值为________. 若要把 B 从 A 的上表面拉出，则施于 B 的水平拉力最小值为________.

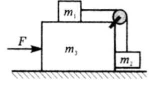


图 4-1-28

图 4-1-29

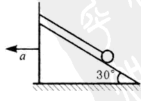


图 4-1-30

4. 将质量为 1kg 的小球挂在倾角为 $\alpha=30°$ 的光滑斜面上，如图 4-1-30 所示，当斜面以加速度 $a=20\text{m/s}^2$ 向左做匀加速直线运动时，求绳的张力的大小($g=10\text{m/s}^2$).

5. 一平直的传送带以速度 $v=2\text{m/s}$ 匀速运行，传送带把 A 点处的零件运送到 B 点处，A、B 两点之间相距 $L=10\text{m}$，从 A 点把零件轻轻地放到传送带上，经过时间 $t=6\text{s}$，能送到 B 点，如果提高传送带的运动速率，零件能较快地传送到 B 点，要让零件用最短的时间从 A 点传送到 B 点处，说明并计算传送带的运动速率至少应多大？如果把求得的速率再提高一倍，则零件传送时间为多少（$g=10\text{m/s}^2$）？

6. 太阳从东边升起，西边落下，是地球上的自然现象，但在某些条件下，在纬度较高地区上空飞行的飞机上，旅客可以看到太阳从西边升起的奇妙现象，这些条件是（　　）

A. 时间必须是在清晨，飞机正在由东向西飞行，飞机的速度必须较大

B. 时间必须是在清晨，飞机正在由西向东飞行，飞机的速度必须较大

C. 时间必须是在傍晚，飞机正在由东向西飞行，飞机的速度必须较大

D. 时间必须是在傍晚，飞机正在由西向东飞行，飞机的速度不能太大

7. 如图 4-1-31 所示，轻杆的一端有一个小球，另一端有光滑的固定轴 O，现给球一初速度，使球和杆一起绕 O 轴在竖直面内转动，不计空气阻力，用 F 表示球到达最高点时杆对小球的作用力，则 F（　　）

A. 一定是拉力　　B. 一定是推力

C. 一定等于 0　　D. 可能是拉力，可能是推力，也可能等于 0



图 4-1-31

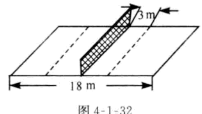


图 4-1-32

8. 如图 4-1-32 所示排球场总长为 18m，设球网高度为 2m，运动员站在网前 3m 处正对球网跳起将球水平击出，

(1)若击球的高度为 2.5m，为使球既不触网又不越界，求球的速度范围.

(2)当击球高度为何值时，无论水平击球速度多大，球不是触网就是越界？

9. 如图 4-1-33 所示，AB 为斜面，倾角为 30°，小球从 A 点以初速度 v_0 水平抛出，恰好落在 B 点，求：

(1)AB 间的距离；

(2)物体在空中飞行的时间；

(3)从抛出开始经多长时间小球与斜面间的距离最大.

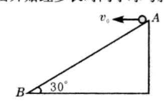


图 4-1-33

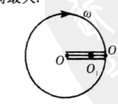


图 4-1-34

10. 如图 4-1-34 所示在水平圆盘上有一过圆心的光滑小槽，槽内有两根相同的橡皮绳拉住一质量为 m 的小球，其中 O 点为圆盘的中心，O' 点为圆盘的边缘. 橡皮绳的劲度系数为 k，原长为圆盘的半径 R 的 $\frac{1}{3}$. 现使圆盘角速度由零缓慢增大，求圆盘的角速度

$\omega_1=\sqrt{\dfrac{k}{5m}}$ 与 $\omega_2=\sqrt{\dfrac{3k}{5m}}$ 时，小球所对应的线速度之比 $v_1:v_2$.

11. 一空间站太阳能电站建在地球同步轨道的一个固定位置上，应用微波形式向地面发送电能. 若地球本影长约为地球半径的 n 倍(n 为 200 余)，地球半径为 R_0，设地轴与太阳光垂直，地球自转周期 T_0，表面重力加速度为 g. 试计算此空间太阳能电站在一昼夜由于被地球遮挡而不能发电的最长时间.



答案与提示

1. A(平板车与货物之间的最大静摩擦力为 300N，该最大静摩擦力能提供货物的最大加速度为 $a_{max}=\dfrac{f_{max}}{m}=\dfrac{300}{60}\ \text{m/s}^2=5\ \text{m/s}^2$，要使货物不从车上滑下来，即货物与车没有相对运动，平板车的最大加速度为 5.0m/s^2. 最大静摩擦力就是临界条件)

2. $(m_1+m_2+m_3)\dfrac{m_2}{m_1}g$ (m_1、m_2 的相对 m_3 静止，m_1 受绳的拉力提供水平方向加速度，即 $m_1a=m_2g$，$a=\dfrac{m_2}{m_1}g$，即 m_3 具有加速度 $a=\dfrac{m_2}{m_1}g$，方向向右时，m_1 才能相对 m_3 静止，m_2 受到 m_3 对它的弹力提供加速运动所需要的力. 三物在水平方向加速运动所需外力 $F=(m_1+m_2+m_3)a=(m_1+m_2+m_3)\dfrac{m_2}{m_1}g$. 加速度 $a=\dfrac{m_2}{m_1}g$ 是三物相对静止的临界条件)

3. $\dfrac{m_2}{m_1}(m_1+m_2)kg$　$k(m_1+m_2)g$　$\dfrac{m_2}{m_1}(m_1+m_2)kg$ (A、B 相对静止，水平力 F 作用在 B 上，提供 A 物体做加速运动的力是 B 对 A 的静摩擦力，它们之间最大静摩擦力与物体 A 的最大加速度相对应，即 $km_2g=m_1a_{1m}$，$a_{1m}=\dfrac{m_2}{m_1}kg$，$F_m=(m_1+m_2)a_{1m}=\dfrac{m_2}{m_1}(m_1+m_2)kg$. 当水平力 F 作用在 A 上而 A、B 保持相对静止，A 对 B 的静摩擦力提供 B 做加速运动的力，它们之间最大静摩擦力与物体 B 的最大加速度相对应，$km_2g=m_2a_{2m}$，$a_{2m}=kg$，那么 $F_{2m}=(m_1+m_2)a_{2m}=(m_1+m_2)kg$. 若要把 B 从 A 的上表面拉出，则必须使 B 的加速度 $a_B>a_{1m}=\dfrac{m_2}{m_1}kg$，施于 B 的水平拉力最小值不小于 $\dfrac{m_2}{m_1}(m_1+m_2)kg$. 最大静摩擦力提供相对静止的最大加速度是临界条件)

4. 小球在斜面上受力如图 4-1-35 所示，由图可得 $T\cos30°-N\sin30°=ma$　①，$T\sin30°+N\cos30°=mg$　②，由①式可知当 a 增大，T 增大，由②式 T 增大，N 减小，当 N 减小到零时是小球在斜面上的临界条件，也就是小球在斜面上具有最大加速度 a_m 的条件是 $N=0$，由①、②两式可得 $a_m=g\cot30°=17.3\text{m/s}^2<20\text{m/s}^2$，当加速度 $a=20\text{m/s}^2$ 时，小球已离开了斜面，此时小球仅受两个力的作用，重力和绳的拉力，且合力方向水平向左，大小为 ma，可作出力的平行四边形如图 4-1-36 所示，由图可得绳子的拉力为 $T=\sqrt{(mg)^2+(ma)^2}=m\sqrt{g^2+a^2}=10\sqrt{5}\text{N}$.

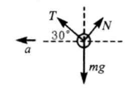


图 4-1-35

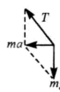


图 4-1-36

5. 零件的初速度为零，放在传送带，传送带对它的滑动摩擦力提供它做加速运动所需要的外力. 当零件与传送带的速度相等时，它们之间的滑动摩擦力消失，零件与传送带一起做匀速运动，由题意可知 $t=\frac{v}{a}+\frac{L-v^2/2a}{v}$，代入数据后解得 $a=1\text{m/s}^2$. 要使零件能较快地从 A 点到达 B 点，则零件在 A、B 之间应该一直加速，也就是零件到达 B 点时的速度 $v_{Bm}\leqslant v'$（v'是传送带的速度），而 $v_{Bm}=\sqrt{2aL}=2\sqrt{5}\text{m/s}$，$v'\geqslant v_{Bm}=2\sqrt{5}\text{m/s}$. 最短的时间 $t_{\min}=\frac{2L}{v_{Bm}}=2\sqrt{5}\text{s}$. 若是传送带的速率提高一倍，零件传送时间不变，因为零件一直是加速的，由于加速度和加速的距离一定，故运行的时间也一定，还是 $2\sqrt{5}\text{s}$.

6. C（如图 4-1-37 所示，清晨太阳在地球的东边，不可能看到太阳从西边升起现象，只有傍晚，且飞机从东向西飞行，才有可能看到太阳从西边升；在纬度较高地区，地球自转的向东线速度较小，飞机速度比较大，太阳相对地球从西边落下时，若飞机在地球上空飞行的速率较大，即相对地球有较大向西运动的速度，飞机上旅客则可以看到太阳从西边升起的奇妙现象. 本题的临界条件就是清晨和傍晚时太阳与地球上的地理位置的关系）

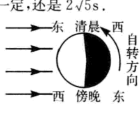


图 4-1-37

7. D（小球运动到最高点时，重力提供向心力，杆作用力为 0，有 $mg=\frac{mv^2}{l}$，解得 $v=\sqrt{gl}$（临界条件），若小球在最高点的速度小于 $\sqrt{gl}$，小球受到杆的推力，若小球在最高点的速度大于 $\sqrt{gl}$，小球受到杆的拉力，小球运动到最高点时的速度可以为零）

8. (1) 排球击后做平抛运动，在空中飞行时间 $t_2=\sqrt{\frac{2h}{g}}=\sqrt{\frac{2\times2.5}{10}}\text{s}=\frac{\sqrt{2}}{2}\text{s}$，在网上飞行时间为 $t_1=\sqrt{\frac{2\Delta h}{g}}=\sqrt{\frac{2\times(2.5-2)}{10}}\text{s}=\frac{\sqrt{10}}{10}\text{s}$；排球不触网，速度应 $v>\frac{s_1}{t_1}=3\sqrt{10}\text{m/s}$（临界条件），排球不越界，速度 $v<\frac{s_2}{t_2}=\frac{3+18/2}{\sqrt{2}/2}\text{m/s}=12\sqrt{2}\text{m/s}$（临界条件），排球的速度范围为 $3\sqrt{10}\text{m/s}<v<12\sqrt{2}\text{m/s}$；

(2) 若无论水平击球的速度多大，球不是触网就是越界，这说明与击球的水平速度无关，而是与击球的高度有关. 设 h 为击球高度，Δh 为击球高度与网高度之差. 由于竖直方向均是自由落体运动，所以 $h=\frac{1}{2}gt_2'^2$，$\Delta h=\frac{1}{2}gt_1'^2$，由平抛运动水平方向是匀速直线运动，有 $s_1=vt'_1$，$s_2=vt'_2$，若是排球刚刚触网，则运动时间为 $t'_1=\frac{s_1}{v}=\sqrt{\frac{2\Delta h}{g}}$，若是排球刚刚越界，则运动时间为 $t'_2=\frac{s_2}{v}=\sqrt{\frac{2h}{g}}$，当这两式相比时，消去速度后，得 $\frac{s_1}{s_2}=\sqrt{\frac{\Delta h}{h}}$，$\Delta h=\left(\frac{s_1}{s_2}\right)^2h=h-h_0$，所求的击球高度为 $h=\frac{h_0}{1-(s_1/s_2)^2}=\frac{2}{1-(3/12)^2}\text{m}=\frac{32}{15}\text{m}$.（$h$ 是临界条件）（球既不触网，意味着是球刚好触网的一条轨迹，



球又不越界，也意味着球刚好越界的一条轨迹，这两条轨迹是临界轨迹. 它们飞行高度已知，水平位移已知，与这两条轨迹线所对应的初速度也是确定的，所求的范围就在这两个速度之间)

9. 解法一：小球做平抛运动，在水平方向是匀速直线运动，在竖直方向上是自由落体运动，有 $x=v_0t$，$y=\frac{1}{2}gt^2$，小球由 A 点抛出，落在 B 点，位移关系有 $\tan 30^\circ=\frac{y}{x}=\frac{gt}{2v_0}$，物体在空中飞行的时间为 $t=\frac{2v_0\tan 30^\circ}{g}=\frac{2\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{v_0}{g}$，$x=v_0t=\frac{2\sqrt{3}v_0^2}{3g}$，AB 间的距离 $L=\frac{x}{\cos 30^\circ}=\frac{4v_0^2}{3g}$，小球做平抛运动的速度方向开始时是远离斜面，后来是指向斜面，当小球的速度与斜面平行时，说明小球此时与斜面的距离最大. 小球的速度是由水平速度与竖直速度的矢量和，由图 4-1-38 可知，此时速度与水平方向的夹角为 30°，由图可知 $\cot 30^\circ=\frac{v_0}{gt_x}$，由此解得 $t_x=\frac{\sqrt{3}v_0}{3g}$.

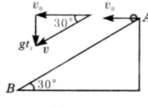
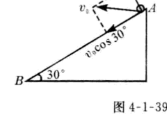


图 4-1-38



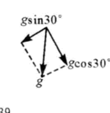


图 4-1-39

解法二：将小球做平抛运动的初速度和重力加速度沿平行于斜面和垂直于斜面进行正交分解，如图 4-1-39 所示，由此可知沿平行于斜面方向做初速度不为零的匀加速运动，垂直于斜面方向做类竖直上抛运动，由于在垂直于斜面方向上的运动相当于小球从抛出点上升到最高点，再回到抛出点，所用时间为 $t=\frac{2v_0\sin 30^\circ}{g\cos 30^\circ}=\frac{2\sqrt{3}v_0}{3g}$，小球在水平方向是匀速直线运动，所以斜面的底宽 $x=v_0t=\frac{2\sqrt{3}v_0^2}{3g}$，斜面长度即 AB 间的距离 $s_{AB}=\frac{x}{\cos 30^\circ}=\frac{4v_0^2}{3g}$，垂直于斜面方向是类竖直上抛运动，当小球上升到“最高点”时，它与斜面的距离最大，所经历的时间为运动时间的一半，即 $t_x=\frac{1}{2}t=\frac{\sqrt{3}v_0}{3g}$（沿垂直于斜面方向上最大距离就是小球沿该方向速度为零为临界条件）.

10. 当橡皮绳 OO_1 拉伸而 O_1O' 松弛时，小球做匀速圆周运动最小角速度为 ω_0，由牛顿第二定律有：$m\omega_0^2R=k(\frac{2}{3}R-\frac{R}{3})$，$\omega_0=\sqrt{\frac{k}{3m}}$（临界值）：(1) 当 $\omega_1<\omega_0$，此时橡皮绳 O_1O' 拉伸，两橡皮绳拉力的合力提供向心力，由牛顿第二定律有 $m\omega_1^2R_1=k(R_1-\frac{R}{3})-k(R-R_1-\frac{R}{3})$，解得 $R_1=\frac{5}{9}R$；当 $\omega_2>\omega_0$，橡皮绳 O_1O' 松弛，只有橡皮绳 OO_1 拉伸产

生的弹力提供小球的向心力，有 $m\omega_2^2R_2 = k(R_2 - \frac{R}{3})$，$R_2 = \frac{5}{6}R$，小球做匀速圆周运动的线速度 $v = \omega R$，由此可知圆盘的角速度 $\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{5m}}$ 与 $\omega_2 = \sqrt{\frac{3k}{5m}}$ 时，小球所对应的线速度之比为 $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\omega_1 R_1}{\omega_2 R_2} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$.

11. 在地球表面，忽略地球自转的影响，有：$\frac{GMm}{R_0^2} = mg$，$GM = gR_0^2$，同步卫星运转时有 $\frac{GMm}{r^2} = m \cdot \frac{4\pi^2 r}{T_0^2}$，$r = \sqrt[3]{\frac{GMT_0{}^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{gR_0^2T_0^2}{4\pi^2}}$ ①，地球的本影如图4-1-40中的三角形 ABC. 由于 n 较大，太阳能电站运行轨道 L 可看成直线，由图可知 $\frac{L}{2R_0} = \frac{nR_0 - r}{nR_0}$，得 $L = 2R_0 - \frac{2r}{n}$. 发电站在影中运动的时间为 $t = \frac{LT_0}{2\pi r} = \frac{(2R_0 - 2r/n)T_0}{2\pi r}$ ②，将①式代入②式后得 $t = \left(\sqrt[3]{\frac{4R_0}{\pi g T_0^2}} - \frac{1}{n\pi}\right)T_0$，图 4-1-40 中 BA、CA 是两条临界光线.

图 4-1-40

4.2 动量与能量中的临界条件



解题方法指导

[例 1] 在固定于 O 点的一根绳子的下端，系一个质量为 m 的小球，绳长为 l，在离 O 点 h 的地方钉一枚钉子 C，把绳拉到水平，如图 4-2-1 所示. 释放后，小球到达最低点后以 C 为圆心做圆周运动，试求 h 值.

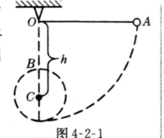


图 4-2-1

[分析] C 点离点的距为 h，若 h 值较小，小球绕 O 点做圆周运动的半径($R=l-h$)就较大，达到圆周最高点 B 与初始位置 A 点之间的高度差($h_{AB}=l-2R=2h-l$)就较小. 小球由 A 点到 B 点的过程中只有重力做功，绳的张力不做功，运动过程中机械能守恒，即势能的减少等于其动能的增加. h_{AB} 越小，对应小球在 B 点的速度就越小. 而小球要完成一个完整的竖直面上的圆周运动，则在最高点的速度必须满足 $T+mg=\frac{mv^2}{R}$，$T\geqslant 0$，$v\geqslant\sqrt{gR}$(速度的临界值)，故 h 的值只能在一定的范围内，h 的最小值对应小球在 B 点的速度是 $v_{B\min} = \sqrt{gR}$，而 h 的值还得符合条件：$h<l$. 小球由 A 点释放，能绕 C 点做圆周运动，此过程中只有重力做功，机械能守恒：$\frac{1}{2}mv_B^2 = mgh_{AB}$ ①



小球在 B 点受到竖直向下的重力和绳的拉力作用，且 $T+mg=\frac{mv_B^2}{R}$ ②

$R=l-h$ ③

$h_{AB}=h-R=2h-l$ ④

由①、②、③、④四式可得 $T=\frac{5h-3l}{l-h}mg$ ⑤

由于 $T\geqslant 0$，由⑤式可知只有 $5h-3l\geqslant 0$，即 $h\geqslant\frac{3}{5}l$

同时，⑤式的分母不能为零，即 $h<l$

由以上分析可知，当 $\frac{3}{5}l\leqslant h\leqslant l$，小球均能沿 C 点为圆心做圆周运动.

［要点］ 本题的临界条件就是小球做圆周运动达最高点时，由重力提供小球做圆周运动的向心力. 对于竖直面内的圆周运动，最高点和最低点是高考考查的内容之一，掌握这两点处物体的受力特点是处理竖直面内圆周运动的前提.

［例 2］ 一个圆柱形的竖直井里存有一定量的水，井的侧面和底部是密闭的. 在井中固定地插着一根两端开口的薄壁圆管，管和井共轴，管下端未触及井底. 在圆管内有一不漏气的活塞，它可沿圆管上下滑动. 开始时，管内外水面相齐，且活塞恰好接触水面，如图 4-2-2 所示，现用卷扬机通过绳子对活塞施加一个向上的力 F，使活塞缓慢向上移动. 已知管筒半径 $r=0.100\text{m}$，井的半径 $R=2r$，水的密度 $\rho=1.00\times10^3\text{kg/m}^3$，大气压 $p_0=1.00\times10^5\text{Pa}$，求活塞上升 $H=9.00\text{m}$ 的过程中拉力 F 所做的功.（井和管在水面以上及水面以下的部分足够长，不计活塞质量，不计摩擦，重力加速度 $g=10\text{m/s}^2$）

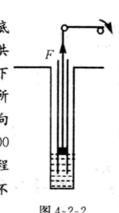


图 4-2-2

［分析］ 解法一：从活塞开始上升至内外水面高度差为 $\Delta h_{max}=\frac{p_0}{\rho g}=10\text{m}$（大气压能支持水柱最大高度是临界值）的过程中，活塞始终与管内液面接触（再提升活塞时，活塞与水面之间将出现真空，另行讨论）. 设活塞与水面接触时上升最大距离为 h_{1max}，对应管外液面下降距离为最大距离 h_{2max}，如图 4-2-3 所示，$\Delta h_{max}=h_{1max}+h_{2max}$，液体体积不变有 $h_2=h_1\left(\frac{\pi r^2}{\pi R^2-\pi r^2}\right)=\frac{1}{3}h_1$，由以上两式得 $h_{1max}=\frac{3}{4}\Delta h_{max}=\frac{3}{4}\times10\text{m}=7.5\text{m}$，题设条件中 $H=9\text{m}>h_{1max}$，由此可知活塞下面确实存在着真空的过程（注图 4-2-3 中的黑点为上升部分水前后的质心位置）. 活塞移动距离从零到 h_1 的过程中，对于水和活塞这个整体，其机械能的增量应等于除重力外其他力所做的功，因为始终无动能增量，所以机械能的增量也就等于重力势能的增量，即 $\Delta E=\rho\cdot(\pi r^2h_1)g\cdot\frac{h_0}{2}=\frac{3}{8}\rho\pi r^2gh_0^2$，其他力有管内、外大气压力和拉力 F，因为液体不可压缩，所以管内、外大气压力做总功 $W=p_0\pi(R^2-r^2)h_2-p_0\pi r^2h_1=0$，故外力做功就只有拉力 F

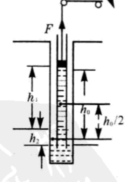


图 4-2-3

做功，由功能关系有 $W_1=\Delta E$，即 $W_1=\frac{3}{8}\rho\pi r^2 gh_0^2=1.18\times10^4\text{J}$，活塞移动距离从 h_1 到 H 的过程中，液面不变，$F=\pi r^2 p_0$，F 是恒力，F 做功 $W_2=F(H-h_1)=\pi r^2 p_0(H-h_1)=4.71\times10^3\text{J}$，所求拉力 F 做的总功为 $W=W_1+W_2=1.65\times10^4\text{J}$.

解法二(图象法)：设活塞上升距离为 h_1，管外液面下降距离为 h_2，因水体积不变，有 $h_2(\pi R^2-\pi r^2)=h_1\pi r^2$，内外液面的高度差为 Δh，即 $\Delta h=h_1+h_2=\frac{4}{3}h_1$，而 $\Delta h_{\max}=\frac{p_0}{\rho g}=10\text{m}$(临界条件)，对应的 $h_{1\max}=\frac{3}{4}\Delta h_{\max}=7.5\text{m}$. 活塞一直缓慢向上移动，活塞受平衡力的作用，设活塞下有水时，圆筒与井为一连通器，在同一水平面上的压强相等，圆筒内、外同一液面的压强相等，均为大气压，在圆筒内有 $p_0=\rho g\Delta h+p_0-\frac{F}{\pi r^2}$，由此式可得 $F=\pi r^2\rho g\Delta h$，随着活塞缓慢上升，外力 F 逐渐增大到不变，F 随 Δh 变化为：

$$F=\pi r^2\rho g\Delta h=\frac{4\pi r^2 p_0}{3\Delta h_{\max}}h_1,\ h_1<7.5\text{m};$$

$$F=p_0\pi r^2=3.14\times10^3\text{N},\ 7.5\text{m}\leqslant h_1\leqslant9.0\text{m}.$$

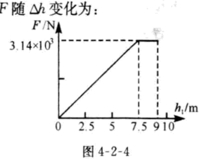


图 4-2-4

作出 F 随活塞上升距离 h_1 的图象如图4-2-4所示，由图象的物理意义可知，图象与横轴所围的面积就是力 F 所做的功 $W=3.14\times10^3\times\frac{9+(9-7.5)}{2}\text{J}=1.65\times10^4\text{J}$.

[要点] (1)本题必须要注意到大气压能支持水柱的高度，这就是临界条件；(2)用图象法求解与解析相比较，图象法简捷、直观. 从思路上来讲，应用平衡条件和图象的物理意义求解；解析法中是从功能角度求解，烦琐、计算量大. 两种解法的优劣可见一斑.

[例3] 如图 4-2-5 所示，质量为 m 的小球用长为 l 的轻绳拴住拉直，自 A 点自由释放，A 点处绳与水平方向的夹角为 30°，当球落到最低点时，求绳的张力(不计空气阻力，绳子不可伸长)？

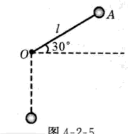


图 4-2-5

[分析] 小球从 A 点自由释放后，由于重力的作用竖直向下，小球向下运动时，小球与绳子的悬点间水平距离小于绳子的长度，故绳子对球无作用力，小球是做自由落体运动，直到绳子拉直时为止(临界状态)，如图 4-2-6 所示. 当绳子拉直后，由于绳子的约束，小球沿绳子方向上的速度变为零，以后将在绳子拉力和重力作用下做圆周运动. 小球做圆周运动的过程中，只有重力做功，机械能守恒.

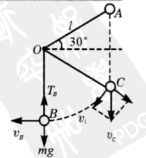


图 4-2-6

[解] 小球由 A 运动 C 做自由落体运动，机械能守恒，有：

$$mgl=\frac{1}{2}mv_C^2.$$

小球运动到 C 点后，绳子紧张，小球只具有与绳子垂直方向的速度 v_1，则：

$v_1 = v_C\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}v_C$，$\frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m \cdot \frac{3}{4}v_C^2 = \frac{3}{4}mgl$.

小球由 C 点运动到 B 点，只有重力做功，机械能守恒

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgl(1-\cos 60°) = \frac{5}{4}mgl.$$

小球在 B 点受到重力 mg 和绳子拉力 T_B，由牛顿运动定律有：$T_B - mg = \frac{mv_B^2}{l} = 2.5mg$，解得 $T_B = 3.5mg$.

［**要点**］ (1)小球在 A 点由静止释放，小球不能做圆周运动，因为绳拉小球在竖直面内的圆周运动时，水平直径两端点以上各点小球的速度不能为零，否则不能做圆周运动，而 A 点是在水平直径两端点以上，速度为零，不可能做圆周运动. 请见以下分析：

小球在图 4-2-7 中 A、B、C、D、E 五个位置时所对应的速度与绳的拉力的关系为

在位置 A 时，有 $T_A - mg = \frac{mv_A^2}{L}$ ①

在位置 B 时，有 $T_B - mg\cos\theta = \frac{mv_B^2}{L}$ ②

在位置 C 时，有 $T_C = \frac{mv_C^2}{L}$ ③

在位置 D 时，有 $T_D + mg\cos\alpha = \frac{mv_D^2}{L}$ ④

在位置 E 时，有 $T_E + mg = \frac{mv_E^2}{L}$ ⑤

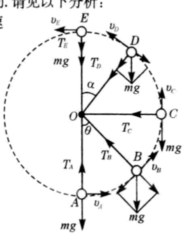


图 4-2-7

这 5 个关系式完全正确. 小球从位置 A 运动到位置 B 的过程中，由于重力沿运动方向上的分量与速度方向相反，速度越来越小，所以 $v_A > v_B$，由同样的方法可知这 5 个位置的速度关系是：$v_A > v_B > v_C > v_D > v_E$；由①式、②式和③式可知，当它们的速度为零时，小球均能在这三个位置上，而④式和⑤式说明，小球若是速度为零，那么在位置 D 和 E 上，小球所受到的绳子拉力为负值，这就意味着绳子要承受压力，这是不可能的，小球要能到达这些位置，其速度一定不能为零，否则到达不了这些位置，小球到达最高点 E 时所满足的条件是 $T_E \geqslant 0$，由⑤式可知，$mg \leqslant \frac{mv_E^2}{L}$，$v_E \geqslant \sqrt{gL}$（这就是高中阶段在竖直面内完成圆周运动的要求掌握的临界条件）. 由以上分析有两点结论：①小球若要在圆周上，且速度为零，只能是在水平直径两个端点以下部分的各点，小球要到达竖直圆周水平直径以上各点，则其速度至少要满足重力指向圆心的分量提供向心力；②小球由竖直圆周的最低点沿圆周向上运动的过程中，速度是不断地减小（重力沿运动方向的分量与速度方向是相反的，使小球的速度减小），而小球要到达最高点，则必须在最低点具有足够大的速度才能到达最高点，否则小球就会在圆周上的某一点（这一点一定在水平直径以上）绳子的拉力为零时（脱离圆轨道的临界条件），小球脱离圆周轨道.

(2)本题的小球在运动过程中，虽然两个过程中的机械能守恒，但是在 C 点绳子拉直瞬间有动能损失，所以两个运动过程中的机械能守恒不等于全过程中的机械能守恒.

(3)本题的小球所做的运动是由两个运动形式组成：自由落体和圆周运动. 出现错误解法中基本上是将小球的运动看作是一个圆周运动，实际上是对竖直面内的圆周运动认识不清所致. 小球在竖直面上做圆周运动，在水平直径上以的各点速度都不可能为零，而小球是

由静止释放,小球的速度为零,绳子没有作用力,小球是做自由落体运动.

[例4] 如图4-2-8所示,一质量$M=3$kg的长方形B放在光滑水平地面上,在其右端放一质量$m=1$kg的小木块A,现以地面为参照系,给A和B以大小均为4.0m/s、方向相反的初速度,使A开始向左运动,B开始向右运动,但最后A并没有滑离B板.站在地面的观察者看到在一段时间内小木块A正在做加速运动,则在这段时间内的某时刻木板B相对地面的速度大小可能是 ( )

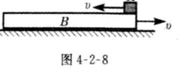


图4-2-8

A. 2.4m/s B. 2.8m/s C. 3.0m/s D. 1.8m/s

[分析] A、B之间因相对运动而具有滑动摩擦力,使A、B均做匀减速运动,因A的质量小,加速度大,A的速度减小到零后,滑动摩擦力使A反向加速,地面的观察者看到在一段时间内小木块A正在做加速运动,是在A的速度变为零之后(A的速度为零为临界条件).A、B组成的系统水平方向不受外力,由动量守恒可求出A的速度变为零时,B的速度大小,以后B还要继续减速,直到A、B速度相同时滑动摩擦力消失.

当A的速度变为零时,由动量守恒有

$(M-m)v_0=Mv'$,$v'=\frac{M-m}{M}\cdot v_0=2.7\text{m/s}$

而A、B获得共同的速度为u,则有$(M-m)v_0=(M+m)u$,$u'=\frac{M-m}{M+m}\cdot v_0=2.0\text{m/s}$.

此后A做加速运动,B继续减速,观察者观察的时间内,木板B相对地面的速度大小只能比2.7m/s小,但比2.0m/s大.

答案 A

[例5] 一质量为m_1的入射粒子与一质量为m_2的静止粒子发生正碰,已知机械能在碰撞过程中有损失,实验中测出了碰撞后第二粒子的速度为v_2,求第一个粒子原来速度v_0值的可能范围.

[分析] 粒子m_1与粒子m_2发生正碰,在碰撞过程中动量守恒,动能却不守恒.在碰撞过程有两个临界值:一是碰撞前后的动能守恒,这属于完全弹性碰撞;二是碰撞过程动能损失最大,这属于完全非弹性碰撞,碰撞后两物体以共同速度运动.显然,本题的碰撞是介于这两种情况之间,但又不包括第一种情况.设第一个入粒子碰前的速度为v_0',碰后速度为v_1,若是完全弹性碰撞,则碰撞前后的动量守恒,动能守恒,有

$$m_1v_0'=m_1v_1+m_2v_2 \quad ①$$

$$\frac{1}{2}m_1v_0'^2=\frac{1}{2}m_1v_1^2+\frac{1}{2}m_2v_2^2 \quad ②$$

由①、②两式得$v'_0=\frac{m_1+m_2}{2m_1}v_2$,$v_1=\frac{m_1-m_2}{2m_1}v_2$

因为本题两粒子碰撞过程中有动能损失,即$\frac{1}{2}m_1v_0^2>\frac{1}{2}m_1v_1^2+\frac{1}{2}m_2v_2^2$ ③

由①、③式得 $v_0 > v'_0$，$v_0 > \frac{m_1+m_2}{2m_1}v_2$ ④

若两粒子相碰是完全非弹性碰撞，碰后两粒子以共同的速度 v_2 前进，设入射粒子的入射速度为 v''_0，由动量守恒有 $m_1v''_0=(m_1+m_2)v_2$，$v''_0=\frac{m_1+m_2}{m_1}v_2$.

完全非弹性碰撞中损失动能最大 $\frac{1}{2}m_1v''^2_0-(\frac{1}{2}m_1v_2^2+\frac{1}{2}m_2v_2^2)\geqslant\frac{1}{2}m_1v_0^2-(\frac{1}{2}m_1v_1^2+\frac{1}{2}m_2v_2^2)$，$v_0\leqslant v''_0$，故有 $v_0\leqslant\frac{m_1+m_2}{m_1}v_2$ ⑤

由④、⑤两式可知入射粒子入射速度 v_0 范围是 $\frac{m_1+m_2}{2m_1}v_2<v_0\leqslant\frac{m_1+m_2}{m_1}v_2$.

［要点］ 碰撞的性质是由碰撞中动能损失的情况而确定：动能损失最大的是完全非弹性碰撞(特点是相互作用的两个物体碰撞后获相同的速度)；动能损失为零的是完全弹性碰撞(特点是碰撞后的分离速度等于碰撞前的接近速度)，一般的碰撞是介于这两者之间. 也就是说这两类碰撞是碰撞过程中的两个临界值. 完全非弹性碰撞更是近年来高考频繁涉及的内容.

［例6］ 甲、乙两小孩各乘一辆冰车在水平冰面上游戏. 甲和他乘的冰车质量共为$M=30$kg，乙和他乘的冰车质量也是30kg，如图4-2-9所示. 游戏时，甲推着一个质量为$m=15$ kg的箱子，和他一起以大小为$v_0=2.0$m/s滑行，乙以同样大小的速度迎面滑来. 为了避免相撞，甲突然将箱子沿冰面推给乙，箱子滑到乙处时乙迅速把它抓住，若不计冰面的摩擦力，求甲至少要以多大的速度(相对于地面)将箱子推出，才能避免与乙相撞?

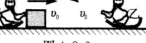


图 4-2-9

［分析］ 本题的关键是甲与乙不相撞的条件是什么? 由于甲和箱子及乙的总动量是由甲指向乙的，那么乙的速度必须反向，也就是甲与乙的速度同向时，才有可能不相碰. 当乙的速度反向后，若甲的速度大于乙的速度，则甲还是要与乙相撞，甲的速度不大于乙的速度时才不相撞，当甲的速度等于乙的速度时是不相撞的临界条件.

设甲推出箱子后的速度为 $v_甲$，箱子被甲推出后的速度为 v，乙抓住箱子后的速度为 $v_乙$，要使甲乙不致相碰的条件是 $v_甲\leqslant v_乙$，故取临界值有 $v_甲=v_乙=u$. 将三物作为一整体，在水平方向上不受外力，由动量守恒有$(M+m)v_0-Mv_0=(2M+m)u$ ①

对甲与箱子，在水平方向不受外力，动量守恒有$(M+m)v_0=Mu+mv$ ②

由①、②两式消去 u 后可得 $v=5.2$m/s.

［要点］ (1)甲乙不致相碰的条件的确定，实际上属于相遇、追击类的问题，在这类问题中，两物体速度相等是临界条件.

(2)这是三个物体之间发生的两两相互作用的典型问题. 本题的解法较多：可以将甲与箱子为研究对象应用一次动量守恒，然后将箱子与乙应用动量守恒进行求解；也可以将甲与箱子为研究对象应用一次动量守恒，再将三物体作为一个整体应用动量守恒进行求解；也可以将箱子与乙为研究对象应用一次动量守恒，然后将三物体作为一个整体应用动量守恒. 总之，这三种解法任取其中的一种均能求解.

［例7］　如图 4-2-10 所示，一排人站在沿 x 轴的水平轨道旁，原点 O 两侧人的序号都记为 $n(n=1、2、3、\cdots)$. 每人只有一个沙袋，$x>0$ 一侧的每个沙袋的质量 $m=14\text{kg}$，$x<0$ 一侧的每个沙袋的质量为 $m'=10\text{kg}$. 一质量为 $M=48\text{kg}$ 的小车以某初速度从原点出发向正 x 方向滑行. 不计轨道阻力，当车每经过一人身旁时，此人就把沙袋以水平速度 u 朝与车速度相反的方向沿车面扔到车上，u 的大小等于扔此袋之前的瞬间车速的 $2n$ 倍（n 是此人的序号数）.

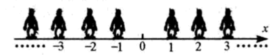


图 4-2-10

(1)空车出发后，车上堆积了几个沙袋时车就反向滑行？

(2)车上最终有大小沙袋共多少个？

［分析］　空车出发后，每个沙袋离手后与车组成的系统在水平方向上不受外力，水平方向上动量守恒. 依次求出车上每增加一个沙袋后车的速率，从而找出车速 v_n 的表达式，然后对题设中的两问进行求解. 这种解法是利用数学的方法进行归纳，找出通式.

由于每个沙袋在扔向车时的速率是沙袋未扔之前车速的 $2n$ 倍，也就是无论向车上扔多少沙袋都与前面的沙袋的速率无关，可以直接利用这一条件列出关系式，再对题设中的两问进行求解.

求车速为零时车上沙袋的个数这一临界条件进行求解.

解法一（利用数学归纳法）：

(1)每个沙袋离手后与车组成的系统水平方向不受外力，水平方向动量守恒，令空车出发的速度为 v_0，第一个沙袋子扔出手的速率为 $u_1=2v_0$，扔到车后，由动量守恒有：

$Mv_0-m\cdot 2v_0=(M+m)v_1$，$v_1=\dfrac{M-2m}{M+m}v_0$

第二个沙袋扔出手的速率 $u_2=2\cdot 2v_1=4v_1$，有 $(M+m)v_1-m\cdot 4v_1=(M+2m)v_2$

解得 $v_2=\dfrac{M-3m}{M+2m}v_1=\dfrac{M-3m}{M+2m}\cdot\dfrac{M-2m}{M+m}v_0$

第三个沙袋扔出手的速率 $u_3=2\cdot 3v_2=6v_1$. 有 $(M+2m)v_2-m\cdot 6v_2=(M+3m)v_3$

解得 $v_3=\dfrac{M-4m}{M+3m}v_2=\dfrac{M-4m}{M+3m}\cdot\dfrac{M-3m}{M+2m}\cdot\dfrac{M-2m}{M+m}v_0$

……

第 n 个沙袋落到车上，车速为 v_n，$v_n=\dfrac{M-2m}{M+m}\cdot\dfrac{M-3m}{M+2m}\cdots\cdot\dfrac{M-(n+1)m}{M+nm}v_0$　①

车反向，则 $v_n<0$，由①可知只有，分子中的某一项小于零即可（临界条件），所以令 $M-(n+1)m<0$，$n+1>\dfrac{M}{m}=\dfrac{48}{14}=3.4$，$n>2.4$.

取整数 $n=3$，当车上有 3 大个沙袋时，车会反向.

(2)当车反向后，车的总质量为 $M'=M+3m=90\text{kg}$，车速为 v'_0，以 v'_0 为正方向，当有 n' 个沙袋落到车上后，车速为 v'_0，同理可得：



$$v'_n=\frac{M'-2m'}{M'+m'}\cdot\frac{M'-3m'}{M'+2m'}\cdots\cdot\frac{M'-(n'+1)m'}{M'+n'm'}v'_0 \qquad ②$$

只有当 $v'_0=0$ 时(临界条件),才没有沙袋再扔到车上来,由②式可知,只有分子为零才可满足条件,所以有 $M'-(n'+1)m'=0$, $n'=\frac{M'}{m'}-1=\frac{90}{10}-1=8$,

车上有 8 个小沙袋时速率为零,此时车上堆放的沙袋个数为 N, $N=n+n'=11$.

解法二:每个沙袋在扔向车时的速率是沙袋未扔之前车速的 $2n$ 倍,也就是无论向车上扔多少沙袋都与前面的沙袋的速率无关,直接由此列出关系解答.

(1)当扔沙袋到车上后,车若反向,则第 n 个沙袋扔上车前的动量大小应大于此时车的动量大小,即 $2nmv_{n-1}>[M+(n-1)m]v_{n-1}$,解得 $n>\frac{M}{m}-1=\frac{48}{14}-1=2.4$,取整数 $n=3$.

(2)同理,当车反向,其总质量 $M'=M+3m=90\text{kg}$. 当第 n' 个沙袋扔上车时与车的动量大小相等而方向相反时,车的速度会为零,有

$2n'm'v'_{n'-1}=[M'+(n'-1)m']v'_{n'-1}$, $n'=\frac{M'}{m'}-1=\frac{90}{10}-1=8$.

所以,当有 8 个小沙袋落在车上时,车的速率为零. 此时车上堆放的沙袋个数为 N, $N=n+n'=11$.

解法三:直接利用临界条件解题

(1)空车向 x 轴正方向滑行过程中,假设第 N 沙袋扔到车上后,车速刚好为零(临界条件),即 $v_N=0$,由动量守恒有: $[M+(N-1)m]v_{N-1}-2Nmv_{N-1}=0$,解得 $N=\frac{M}{m}-1=2.4$,由于 N 只能取自然数,故 $N=3$.

(2)当 $N=3$ 时,小车已改变了运动方向,当小车向 x 轴负方向滑行时,小车的质量为 $M'=M+3m$,设 x 轴负方向上的第 N' 个沙袋扔到车上后,小车刚好停下(临界状态),同理有 $[M'+(n'-1)m']v'_{n'-1}-2n'm'v'_{n'-1}=0$,解得 $n'=\frac{M'}{m'}-1=8$,

所以车上的沙袋数共为 $n=N+N'=11$(个).

[评析] 本题的三种解法各有其优越性:解法一培养推理、归纳的能力;解法二是建立在深刻理解题意的基础上;解法三是扣住车速变化的临界状态. 解法二和解法三就解题的速度来讲,无疑是事半功倍,这种能扣住题的要点突破是综合素质强的表现.

[例 8] 一块足够长的木板质量 $3m$,放在光滑的水平面上,如图 4-2-11 所示. 在木板上自左向右放有序号为 1、2、3 的三木块,三木块的质量均为 m,与木板间的动摩擦因数均为 μ. 开始时木板静止不动,第 1、2、3 号的木块的初速度分别为 v_0、$2v_0$、$3v_0$,方向向右. 最终三木块与木板以共同的速度运动,试求第 2 号木块在整个运动过程中的最小速度.

图 4-2-11

［分析］　四个物体同时参与相互作用，但是它们有一个共同的特点，就是三木块与木板之间的动摩擦因数相同，当它们的速度减小到与木板相同时，没有相对运动，滑动摩擦力消失，与木板作为一个整体参与加速运动，直到三木块与木板的速度相同，以后共同做匀速运动. 所以，第 2 号木块的速度与木板(此时的木板与 1 号木块作为一个整体)的速度相等时，3 号木块的速度大于木板的速度，木板还要继续加速，第 2 号木块的最小速度是与木板相对静止时的速度(临界条件). 仅此关系可得动量守恒的一个关系式. 由于木块 3 此时的速度是未知，必须还找到一个关系式才能求解. 在 2 号木块减速的全过程，3 号木块也一直是减速的，而滑动摩擦力相同，作用时间相同，由动量定理可知 2、3 两木块动量的改变量相同(这是求解的关键)，由此可列出又一个关系式，与上式联立即可求解.

［解］　设第 2 号木块最小速度为 $v_{2\min}$，木块在此速度以前为减速运动，后为加速运动，且此速度为其与木板相对静止时的速度，此时第 3 块木块相对木板运动，由动量守恒有：

$m(v_0+2v_0+3v_0)=(2m+3m)v_{2\min}+mv_3$，即 $6v_0=5v_{2\min}+v_3\cdots$①.

在此过程中，第 3 块木块与第 2 块木块在木板上运动的时间相同，所受的摩擦力相同，冲量相同，动量改变量相同，而二木块的质量相同，速度改变量相同

$3v_0-v_3=2v_0-v_{2\min}$，$v_3=v_0+v_{2\min}\cdots$，②，由以上①、②两式可得 $v_{2\min}=\dfrac{5}{6}v_0$.



跟踪训练

1. 长为 L 的细绳一端系一小球，另一端固定在竖直墙壁上的 O 点上，如图4-2-12所示，当小球在最低点时突然获得一初速度 v_0，使小球能绕 O 点做圆弧运动，小球能上升的最大高度 $h_{\max}$ 可能是　　(　　)

A. $h_{\max}>\dfrac{v_0^2}{2g}$　　B. $h_{\max}<\dfrac{v_0^2}{2g}$　　C. $h_{\max}=\dfrac{v_0^2}{2g}$　　D. $h_{\max}=2L$

2. 如图 4-2-13 所示，一细绳的上端固定在天花板上靠近墙壁 O 点，下端拴一小球，L 点是小球下垂时的平衡位置，Q 点代表一固定在墙上的细长钉子，位于 OL 直线上，N 点在 O 点正上方，且 $QN=QL$，M 点与 Q 点等高，现将小球从竖直位置(保持绳绷直)拉开到与 N 等高的 P 点，释放后任其向 L 摆动，运动过程中空气阻力可以忽略不计，小球到达 L 后，因细绳被长钉挡住，将开始沿以 Q 为中心的圆弧继续运动，在这以后　　(　　)

A. 小球向左摆到 M 点，然后就摆回来

B. 小球向左摆到 M 和 N 之间圆弧上某点处，然后竖直下落

C. 小球沿圆弧摆到 N 点，然后竖直下落

D. 关于小球的运动情况，以上说法都不正确

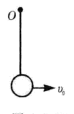


图 4-2-12

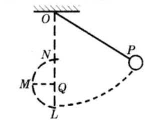


图 4-2-13

图 4-2-14

3. 如图 4-2-14 所示，A、B 两木块紧靠在一起但不粘连. B、C 两木块用一根弹性良好的轻弹簧连在一起，A、B、C 木块置于光滑水平面上，一颗质量为 m 的子弹以速度 v_0 水平

射入木块 A 并留在其中，若 $m_A=m_B=4m$，C 木块质量 $m_C=6m$，则（　　）

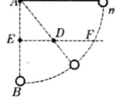
A. 从子弹射击 A 木块至弹簧第一次压缩最短的过程中，对子弹、A、B、C 三木块及轻弹簧组成系统动量守恒

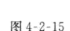
B. 在弹簧第一次恢复原长过程中，对 B、C 木块和弹簧组成系统机械能守恒

C. 弹簧第二次压缩最短时，B 木块速度为 $\frac{2}{45}v_0$

D. 弹簧第二次恢复原长时，C 木块速度一定大于 $\frac{2}{45}v_0$

4. 长为 L 的细线一端系住一质量为 m 的小球，另一端固定在 A 点，AB 是过 A 的竖直线，E 为 AB 上一点，且 $AE=L/2$，过 E 作水平线 EF，在 EF 上钉一铁钉 D，如图 4-2-15所示，线能承受的最大拉力是 9 mg. 现将系小球的悬线拉至水平，然后由静止释放，若小球能绕钉子在竖直平面内做圆周运动，求钉子的位置在水平线上的取值范围. 不计线与钉子碰撞时的能量损失.




图 4-2-15

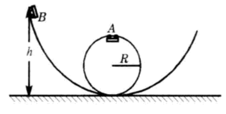


图 4-2-16

5. 过山翻滚车是游乐场常见的一种游乐项目. 由于运动小车与轨道间摩擦总是存在的，空气阻力的作用也不能不考虑，因此翻滚小车多为有动力的车型，在运动过程中，可将电能或化学能转化为机械能. 对小车经过圆弧轨道最高点时的速度也有一定的要求，若以临界速度通过，出现意外的可能就较大，为此，过山翻滚车使用前必须试验. 如图 4-2-16 所示是螺旋形翻滚过山车轨道，一质量为 100kg 的小车从高 $h=14$m 处由静止滑下，当它通过半径 $R=4$m 的竖直面圆轨道最高点 A 时，对轨道的压力恰等于车重，小车至少要在离地面多高处滑下，才能安全地通过 A 点？（$g=10\text{m/s}^2$）

6. 如图 4-2-17 所示，A、B 两滑块质量均为 m，分别穿插于光滑的足够长的水平放置的固定导杆上，两导杆平行，间距为 d，以自然长度为 d 的轻弹簧连接两滑块. 设开始时两滑块位于同一竖直线上且速度为零，现给 B 滑块一个水平向右的冲量，其大小为 I，此后 A 滑块第一次达到的最大速度的位置在（　　）

A. 弹簧伸长量最大时　　B. 弹簧压缩量最大时

C. 弹簧处自然长度时　　D. 条件不足，无法确定

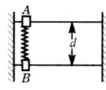


图 4-2-17

C → F
A　B

图 4-2-18

7. 如图 4-2-18 所示，质量 $M=4.0$kg 的长木板 A 和质量 $m=1.0$kg 的长木板 B 首尾但不粘连，静止放在水平面上，A、B 木板的长度均为 $L=0.5$m，在 A 木板的左端点，有

一质量 $m=1.0\text{kg}$ 的金属块 C(可视为质点)与木板 A、B 间的动摩擦因数 $\mu_1=0.5$,A、B 木板与水平面间动摩擦因数 $\mu_2=0.15$(A、B 木板与水平面间动摩擦因数与静摩擦因数相同,$g=10\text{m/s}^2$),现以水平力 $F=20\text{N}$ 作用于金属块 C,使 C 由静止开始运动.

(1)若力 F 始终作用在金属块 C 上,求金属 C 运动到长木板 A 右端速度大小?

(2)要使金属 C 恰好运动到 B 木板的右端点但不掉下,求力 F 的作用时间.

8. 一质量为 M 的雪橇静止在水平雪地上,一条质量为 m 的爱斯基摩狗站在该雪橇上,狗向雪橇的正后方跳下,随后又追赶并向前跳上雪橇;其后狗又反复地跳下、追赶并跳上雪橇.狗与雪橇始终沿一条直线运动.若狗跳离雪橇时雪橇的速度为 V,则此时狗相对于地面的速度为 $V+u$(其中 u 为狗相对于雪橇的速度,$V+u$ 为代数和,若以雪橇运动的方向为正方向,则 V 为正值,u 为负值).设狗总以速度 v 追赶和跳上雪橇,雪橇与雪地间的摩擦忽略不计,已知的 v 大小为 5m/s,u 的大小为 4m/s,$M=30\text{kg}$,$m=10\text{kg}$.

(1)求狗第一次跳上雪橇后两者的共同速度的大小;

(2)求雪橇最终速度的大小和狗最多能跳上雪橇的次数.(供使用但不一定用到的对数值:$\lg2=0.301$,$\lg3=0.3477$)

9. 如图 4-2-19 所示,水平面上 OA 部分粗糙,其他部分光滑.轻弹簧一端固定,另一端与质量为 M 的小滑块连接,开始时滑块静止在 O 点,弹簧处于原长.一质量为 m 的子弹以大小为 v 的速度水平向右射入滑块,并留在滑块中,子弹打击滑块时间极短,可忽略不计,之后,滑块向右运动并通过 A 点,返回后恰好停在出发点 O 处,求:

左 v 右 O A

图 4-2-19

(1)子弹打击滑块结束后的瞬间,滑块和子弹共同速度的大小;

(2)试简要说明滑块从 O 到 A 及从 A 到 O 的两个过程中速度大小的变化情况,并计算滑块滑行过程中弹簧弹性势能的最大值;

(3)滑块停在 O 点后,另一颗质量也为 m 的子弹以另一速度水平面向右射击队入滑块并停留在滑块中,此后滑块运动过程中仅两次经过 O 点,求第二子弹的入射速度 u 的大小范围.

10. 如图 4-2-20 所示,质量为 $m_A=2\text{kg}$ 的木板 A 静止在光滑水平面上,一质量为 $m_B=1\text{kg}$ 的小物块 B 以某一初速度 v_0 从 A 的左端向右运动,当 A 向右运动的路程为 $L=0.5\text{m}$时,B 的速度为 $v_B=4\text{m/s}$,此时 A 的右端与固定竖直挡板相距 x.已知木板 A 足够长(保证 B 始终不从 A 上掉下来),A 与挡板碰撞无机械能损失,A、B 之间动摩擦因数为 $\mu=0.2$,g 取 10m/s^2:

(1)求 B 的初速度值 v_0;

(2)当 x 满足什么条件时,A 与竖直挡板只能发生一次碰撞?

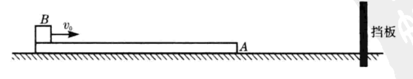


图 4-2-20

答案与提示

1. BCD(小球沿圆弧运动的最大高度若在水平直径以下各点时，其速度为零，动能全部转化为重力势能，由 $\frac{1}{2}mv_0^2 = mgh_{max}$ 得 $h_{max} = \frac{v_0^2}{2g} \leqslant L$；若小球能运动到最高点，则小球达到最高点时具有动能，只有部分动能转化为重力势能，则 $h_{max} = 2L < \frac{v_0^2}{2g}$)

2. D(由机械能守恒可知小球若摆到最高点应与 P 点等高，速度为零. 小球做圆周运动，在最高点其速度不能为零(临界条件)，它达不到与 P 等高的 N 点，小球运动过程中，在圆周上除 N 点外任意一点离开圆周，其速度都不可能为零，不可能竖直下落)

3. CD(子弹射木块 A，A、B 作为一个整体与子弹发生相互作用，三者获得共同的速度，此过程中完全非弹性碰撞，动量守恒有 $mv_0 = (m+m_A+m_B)v_1$，解得 $v = v_0/9$，此过程有动能的损失，在以后压缩弹簧的过程，只有弹力做功，机械能守恒，A 选项错误. 当弹簧第一次恢复原长时，A、B 的速度大小为 v，方向水平向左，该过程是 A(包括子弹)、B 和弹簧组成的系统机械能守恒，B 选项错误，此后木块 C 离开墙壁，木块 A 将做匀速直线运动，木块 B、C 组成的系统的动量守恒. 弹簧第二次压缩最短时，相当于完全非弹性碰撞，则有 $m_Bv = (m_B + m_C)u_1$，解得 $u = \frac{2}{45}v_0$，C 选项正确；弹簧在第一次恢复原长时，木块 B 速度水平向左，将拉伸弹簧，当弹簧拉至最长时，B、C 获得向左共同速度，此速度即 $u = \frac{2}{45}v_0$，此后，在弹簧拉力作用下，B 继续减速，C 继续加速，弹簧第二次恢复到原长时，C 的速度一定大于 $\frac{2}{45}v_0$)

4. 设图中 $ED=x$，当绳子运动到 D 点后的半径为 r，$r=L-\sqrt{x^2+\left(\frac{L}{2}\right)^2}$，小球在以后运动过程中对 D 点的作用力最大时是小球刚好运动到 D 点竖直下方时，此时向心力最大值为 $8mg$，即 $8mg = \frac{mv^2}{r}$ …①，机械能守恒有 $\frac{1}{2}mv^2 = mg\left(r+\frac{1}{2}L\right)$ …②，由①、②可得 $4mgr = mg\left(r+\frac{L}{2}\right)$，由此式可得 $r = \frac{L}{6}$，即 $\frac{L}{6} = L-\sqrt{x^2+\left(\frac{L}{2}\right)^2}$，解得 $x = \frac{2}{3}L$；当 D 点移到小球刚好在竖直面内做圆周运动时，小球运动到圆周的最高点时，当绳子拉力最小为零时(临界值)，重力提供向心力，$mg = \frac{mv_x^2}{r_x}$ …③，由机械能守恒有 $\frac{1}{2}mv_x^2 = mg\left(\frac{1}{2}L - r_x\right)$ …④，同理，由③、④两式得 $r_x = \frac{1}{3}L$，$x = \frac{\sqrt{7}}{6}L$. 钉子在水平线上的取值范围是与 E 点距离 x 满足 $\frac{\sqrt{7}}{6}L \leqslant x \leqslant \frac{2}{3}L$.

5. 设小车经过 A 点的速率为 v_A，此时小车在竖直方向受到重力 mg 和轨道压力 F_N 作用，且 $mg=F_N$，由牛顿第二定律 $F_N + mg = \frac{mv_A^2}{R}$，$\frac{1}{2}mv_A^2 = mgR$，设小车从 B 点运

动到 A 点克服各种阻力做功为 W，由动能定理 $mg(h-2R)-W=\frac{1}{2}mv_A^2-0$，由该式可得 $W=mg(h-2R)-\frac{1}{2}mv_A^2=2\times10^3\text{J}$；若要保证小车安全通过竖直面圆轨道，小车通过 A 点的最小速度为 v'_A，此时重力提供向心力 $mg=\frac{mv'^2_A}{R}$，$v'_A=\sqrt{gR}$. 小车下滑高度减小，通过轨道上各点的速率减小，向心加速度减小，对轨道压力减小，轨道对小车摩擦及空气阻力都减小，克服阻力做功减小，即 $W'<W=2\times10^3$J. 小车下滑的高度为 h'，$mg(h'-2R)-W'=\frac{1}{2}mv'^2_A-0=\frac{1}{2}mgR$，$h'=\frac{W'}{mg}+\frac{1}{2}R+2R<\frac{W}{mg}+2.5R=12\text{m}$，为了增大保险系数，小车至少要从离地面 12m 高处下滑才能保证安全.

6. C(当受 B 到冲量向右运动时将拉伸弹簧，被拉伸的弹簧对 B 的拉力将使 B 做减速运动，对 A 的拉力将使 A 做加速运动，只要 A 的速度大于 B 的速度，弹簧的伸长量在增加，弹力在增大，故 A 做加速度增大的加速运动，B 做加速度增大的减速运动. 当 A、B 速度相等时，弹簧不再被拉伸，弹力仍然存在，B 继续做减速运动，A 继续做加速运动，此后 A 的速度大于 B 的速度，弹簧的伸长变小，弹力变小，它们的加速度均变小，当弹力为零时，也就是弹簧处于自然长度，A 的速度最大，B 速度最小. 由于两滑块的质量相同，这一过程，它们的速度互换)

7. 金属块 C 与 A、B 木板之间的滑动摩擦力 $f_1=\mu_1 mg=5\text{N}$，当 C 滑上 A、B 木板后，A、B 与地之间的滑动摩擦力 $f_A=\mu_2(m+M)g=7.5\text{N}>f_1$，$f_B=\mu_2\cdot 2mg=3\text{N}<f_1$，由以上分析可知，当 C 在木板 A 上滑动时，下面两木板不动. (1)若力 F 始终作用在 C 上，由动能定理可知 $(F-f_1)L=\frac{1}{2}mv_1^2$，解得 $v_1=\sqrt{\frac{2(F-f_1)L}{m}}=\sqrt{15}\text{m/s}$；(2)要使金属 C 恰好运动到 B 木板的右端点但不掉下，现假设金属 C 恰好运动到 B 木板右端点但不掉下时 C 的初速度 v_0(临界条件)，获得共同速度为 v，此过程中力 F 已撤离，金属 C 加速度为 $a_C=\frac{f_1}{m}=5\text{ m/s}^2$，长木板 B 加速度 $a_B=\frac{f_1-f_B}{m}=2\text{ m/s}^2$，以长木板 B 为参考系，初速度有 $v'_0=v_0$，加速度 $a=a_C+a_B=7\text{ m/s}^2$，末速度为零，位移为 L，有 $v'^2_0=2aL$，解得 $v_0=v'_0=\sqrt{2aL}=\sqrt{7}\text{m/s}<\sqrt{15}\text{m/s}$，此式说明力 F 只需要作用在金属块 C 在 A 上一段距离即可，由动能定理有：$F\cdot s_0-f_1\cdot L=\frac{1}{2}mv_0^2$，解得 $s_0=0.3\text{m}<0.5\text{m}$，又因 C 在 A 上滑动时的加速度 $a_{C1}=\frac{F-f_1}{m}=15\text{ m/s}^2$，力 F 作用的时间为 t，有 $s_0=\frac{1}{2}a_{C1}t^2$，解得 $t=0.2$s.

8. (1)设雪橇运动的方向为正方向，狗第一次跳下雪橇后雪橇的速度为 V_1，根据动量守恒定律有 $MV_1+m(V_1+u)=0$，狗第一次跳上雪橇时，雪橇与狗的共同速度 V'_1 满足：$MV_1+mv=(M+m)V'_1$，由以上二式得 $V'_1=\frac{-Mmu+(M+m)mv}{(M+m)^2}$，代入数据 $V'_1=2\text{m/s}$.

(2)解法一：设雪橇运动的方向为正方向，狗第 $(n-1)$ 次跳下雪橇后雪橇的速度为

V_{n-1}，狗第$(n-1)$次跳上雪橇后雪橇的速度为V'_{n-1}满足：$MV_{n-1}+mv=(M+m)V'_{n-1}$，这样，狗第$n$次跳下雪橇的速度$V_n$满足：$MV_n+m(V_n+u)=(M+m)V'_{n-1}$

解得 $V_n=(v-u)[1-(\frac{M}{M+m})^{n-1}]-\frac{mu}{M+m}(\frac{M}{M+m})^{n-1}$，狗追不上雪橇临界条件 $V_n\geqslant v$，可化为 $(\frac{M}{M+m})^{n-1}\leqslant\frac{(M+m)u}{Mu-(M+m)v}$，即 $n\geqslant 1+\frac{\lg\left(\frac{(M+m)u}{Mu-(M+m)v}\right)}{\lg\left(\frac{M}{M+m}\right)}$，代入数据得 $n\geqslant 3.41$，狗最多能跳上雪橇3次. 雪橇最终的速度 $V'_4=5.625\text{m/s}$

解法二：设雪橇运动的方向为正方向，狗第i次跳下雪橇后，雪橇的速度为V_i，狗的速度为V_i+u，狗第i次跳上雪橇后，雪橇和狗的速度为V'_i，由动量守恒得

狗第一次跳下雪橇：$MV_1+m(V_1+u)=0$，$V_1=-\frac{mu}{M+m}=1\text{m/s}$；

狗第一次跳上雪橇：$MV_1+mv=(M+m)V'_1$；

狗第二次跳下雪橇：$(M+m)V'_1=MV_2+m(V_2+u)$，$V_2=\frac{(M+m)v'_1-mu}{M+m}=3\text{m/s}$；

狗第二次跳上雪橇：$MV_2+mv=(M+m)V'_2$，$V'_2=\frac{MV_2+mv}{M+m}$；

狗第三次跳下雪橇：$(M+m)V'_2=MV_3+m(V_3+u)$，$V_3=\frac{(M+m)v'_2-mu}{M+m}=4.5\text{m/s}$；

狗第三次跳上雪橇：$MV_3+mv=(M+m)V'_3$，$V'_3=\frac{MV_3+mv}{M+m}$；

狗第四次跳下雪橇：$(M+m)V'_3=MV_4+m(V_4+u)$，$V_4=\frac{(M+m)v'_3-mu}{M+m}=5.625\text{m/s}$，此时雪橇的速度大于狗的追赶速度，所以狗再也跳不雪橇了，狗最多能跳上雪橇3次，雪橇最终的速度为5.625m/s.

9. (1)子弹打击滑块，动量守恒，有 $mv=(m+M)v_1$，得 $v_1=\frac{m}{M+m}v$；

(2)滑块从O到A的过程中，弹簧弹力与滑动摩擦力均向左，弹簧压缩量越来越大，弹力越大，合外力越来越大，加速度越来越大，速度越来越小，即滑块与子弹做向右的加速度增大的减速运动. 滑块从A到O的过程中，弹力方向向左，滑动摩擦力向右，滑块的运动有两种可能性：若滑动摩擦力大于弹力，合外力在增大，则滑块一直做加速度增大的减速运动；若开始时滑动摩擦力小于弹力，合外力先向左减小，后向右增大，滑块先做加速度减小加速运动，后做加速度增大加速运动.

(3)滑块停在O点后，另一颗质量也为m子弹以另一速度水平面向右射入滑块并停留在滑块中，动量守恒有：$mv'_0=(M+2m)v'_1$，解得 $v'_1=\frac{m}{M+2m}v'_0$，若要此后滑块运动过程中仅两次经过O点，当滑块刚好两次通过O点，由能量守恒有：$\frac{1}{2}(M+2m)v'^2_1=\mu(M+2m)g\cdot 2L_{OA}$，前一过程有 $\frac{1}{2}(M+m)v_1^2=\mu(M+m)g\cdot 2L_{OA}$，由以两式得 $v'_1=v_1=\frac{m}{M+m}v$，$v'_0=\frac{M+2m}{M+m}v$，若滑块恰能第三次通过O速度为v_2，有 $\frac{1}{2}(M+2m)v_2^2=\mu(M+2m)g\cdot 4L_{OA}$，可得 $\frac{1}{2}(M+2m)v_2^2=2\cdot\frac{1}{2}(M+2m)v'^2_1$，$v_2=\sqrt{2}v'_1$，即

$v''_0=\sqrt{2}\dfrac{M+2m}{M+m}v$，显然 v'_0 和 v''_0 是子弹入射的两个临界值，即子弹入射速度范围为 $\dfrac{M+2m}{M+m}v<v_0<\sqrt{2}\dfrac{M+2m}{M+m}v$ 时，此后滑块运动仅两次经过 O 点.

10.(1)假设 B 的速度从 v_0 减为 $v_B=4\text{m/s}$ 时，A 一直加速到 v_A，以 A 为研究对象，由动能定理 $\mu m_B gL=\dfrac{1}{2}m_A v_A^2$ …①，代入数据解得 $v_A=1\text{m/s}<v_B$，故假设成立. 在 A 向右运动路程 $L=0.5\text{m}$ 过程中，A、B 系统动量守恒 $m_B v_0=m_A v_A+m_B v_B$ …②，联立①②解得 $v_0=6\text{m/s}$；

(2)设 A、B 与挡板碰前瞬间的速度分别为 v_{A1}、v_{B1}，由动量守恒定律 $m_B v_0=m_A v_{A1}+m_B v_{B1}$ …③，以 A 为研究对象，由动能定理 $\mu m_B g(L+x)=\dfrac{1}{2}m_A v_{A1}^2$ …④，A 与挡板碰撞无机械能损失，故 A 与挡板碰后瞬间的速度大小为 v_{A1}，碰后系统总动量不再向右时，A 与挡板只能发生一次碰撞，即 $m_A v_{A1}\geqslant m_B v_{B1}$（临界条件）…⑤，联立③④⑤解得 $x\geqslant 0.625\text{m}$.

4.3 带电体在电场和磁场中运动的临界条件



解题方法指导

［例1］ 如图4-3-1所示，水平面上方被竖直线 MN 分隔成两部分，M 点左侧地面粗糙，与 B 球间的动摩擦因数为 $\mu=0.5$，右侧光滑. MN 右侧空间有一范围足够大的匀强电场. 在 O 点用长为 $R=5\text{m}$ 的轻质绝缘细绳拴一个质量 $m_A=0.04\text{kg}$，带电量为 $q=+2\times10^{-4}\text{C}$ 的小球 A，在竖直平面内以 $v=10\text{m/s}$ 的速度做顺时针匀速圆周运动，小球 A 运动到最低点时与地面刚好不接触. 处于原长的弹簧左端连在墙上，右端与不带电的小球 B 接触器但不粘连，B 球的质量 $m_B=0.02\text{kg}$，此时 B 球刚好位于 M 点. 现用水平向左的推力将 B 球缓慢推至 P 点（弹簧仍在弹性限度内），MP 之间距离为 $L=10\text{cm}$，推力所做的功是 $W=0.27\text{J}$，当撤去推力后，B 球沿地面向右滑动恰好能与 A 球在最低点处发生正碰，并瞬间成为一个整体 C（A、B、C 均可视为质点），碰撞前后电量保持不变，碰后瞬间立即把匀强电场的大小变为 $E=6\times10^3\text{N/C}$，电场方向不变. 取 $g=10\text{m/s}^2$，求：

(1)在 A、B 两球碰撞前匀强电场的大小和方向；

(2)A、B 两球碰撞后瞬间整体 C 的速度；

(3)整体 C 运动到最高点时绳的拉力大小.

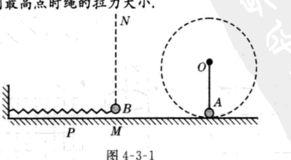


图 4-3-1

［分析］ (1)在 A、B 两球碰撞前小球 A 在竖直平面内以 $v=10\text{m/s}$ 的速度做顺时针匀速圆周运动，说明它受到的电场力与重力平衡，小球带正电，受到的电场力竖直向上，

电场强度方向竖直向上.

$m_A g = qE_1$，$E_1 = \dfrac{m_A g}{q} = 2\times 10^3\,\text{N/C}$.

(2)小球 B 由 P 运动到 B 时，由动能定理有 $W = \mu m_B gL + \dfrac{1}{2}m_B v_B^2$，由此式解得 $v_B = 5\text{m/s}$，两球对面正碰，碰撞时动量守恒有 $m_A v_A - m_B v_B = m_C v_C$，其中 $m_C = m_A + m_B = 0.06\text{kg}$，解得 $v_C = 5\text{m/s}$.

(3)C 受到的电场力为 $F = qE = 1.2\text{N}$，重力 $m_C g = 0.6\text{N}$，C 若做圆周运动，此时最小速度为 $\dfrac{m_C v_0^2}{R} = F - m_C g$，解得 $v_0 = \sqrt{50}\text{m/s} > 5\text{m/s}$（$v_0$ 就是做圆周运动的临界速度）.

C 不能做圆周运动，只能做类平抛运动，加速度为 $a = \dfrac{F - m_C g}{m_C} = 10\,\text{m/s}^2 = g$

当 C 运动到绳拉直时，如图 4-3-2 所示，由图可知有

$R\cos\theta = v_C t$，$R(1+\sin\theta) = \dfrac{1}{2}gt^2$，解得 $\theta = 90°$

即 C 运动到水平直径两端点时，绳刚拉直，此刻 C 的水平速度失去，只有竖直速度，C 由最低点到最高点时只有外力做功，到最高点的速度为 v，由动能定理有 $(F - m_C g)\cdot 2R = \dfrac{1}{2}m_C v^2$

图 4-3-2

$\dfrac{m_C v^2}{R} = 4(F - m_C g)$，由牛顿运动有 $T + m_C g - F = \dfrac{m_C v^2}{R} = 4(F - m_C g)$

C 运动到最高点时，绳的拉力为 $T = 5(F - m_C g) = 3.0\text{N}$

［例 2］ 如图 4-3-3(a)所示，真空室中电极 K 发出的电子(初速不计)经过 $U_0 = 1000\text{V}$ 的加速电场后，由小孔 S 沿两水平金属板 A、B 间的中心线射入，A、B 板长 $l = 0.20\text{m}$，相距 $d = 0.020\text{m}$，加在 A、B 两板间的电压 u 随时间 t 变化的图线如图 4-3-3(b)所示，设 A、B 间的电场可看作是均匀的，且两板外无电场. 在每个电子通过电场区域的极短时间内，电场可视作恒定的. 两板右侧放一记录圆筒，筒的左侧边缘与极板右端距离 $b = 0.15\text{m}$，筒绕其竖直轴匀速转动，周期 $T = 0.20\text{s}$，筒的周长 $s = 0.20\text{m}$，筒能接收到通过 A、B 两板的全部电子.

(1)以 $t = 0$ 时(见图 4-3-3(b)，此时 $u = 0$)电子打到圆筒记录纸上的点作为 xy 坐标系原点，并取 y 轴竖直向上. 试计算电子打到记录纸上最高点 y 坐标和 x 坐标(不计电子重力).

(2)在给出的坐标纸(图 4-3-3(c))上定量地画出电子打到记录纸上的点形成的图线.

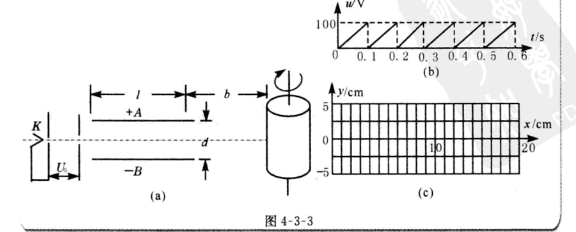


图 4-3-3

［分析］ 电子在加速电场中获得速度进入偏转电场，电子在加速电场中获得的速度较大，它在偏转电场中运动的时间很短，可以认为电子在偏转电场中运动时场强不变. 偏转电场电压变化，确定电子能穿越偏转电场时，偏转电场的电压的临界值，从而确定哪些电子能否飞出偏转电场，只有飞出偏转电场的电子才能打在圆筒上. 圆筒做匀速转动，电子打在圆筒上是电子的运动与圆筒两种运动叠加的结果.

［解］ (1)设电子离开加速电场速度为 v_0，由动能定理有 $\frac{1}{2}mv_0^2 = eU_0$　①

电子在中心线方向做匀速运动，设电子穿过 A、B 板时间为 t_0，$l=v_0t_0$　②

电子在垂直 A、B 板方向的运动做初速度为零的匀加速运动，恰能穿过 A、B 板的电子，在它通过时加在两板间的电压 u_c 应满足 $\frac{d}{2} = \frac{1}{2}\cdot\frac{eu_c}{md}\cdot t_0^2$　③

由①、②、③得 $u_c = \frac{2d^2U_0}{l^2} = \frac{2\times 0.02^2\times 1000}{0.2^2}\text{V} = 20\text{V}$

电子射出 A、B 板沿 y 轴最大分速度为 $v_y = \frac{eut_0}{md}$　④

此后电子做匀速直线运动，它打在记录纸上点最高的纵坐标为 y，由图4-3-4可得

$\frac{y-d/2}{b} = \frac{v_y}{v_0}$　⑤

由以上几式解得 $y = \frac{bd}{l} + \frac{d}{2}$，代入数据后得 $y=2.5\text{cm}$

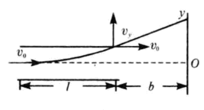


图 4-3-4

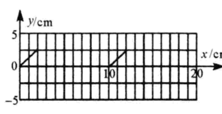


图 4-3-5

由 u-t 图线可知，u 的周期 $T_0=0.10\text{s}$，u 最大值 $u_0=100\text{V}$，因为 $u_c<u_0$，在一个周期 T_0 内，只有开始的一段时间间隔 Δt 内在电子通过 A、B 板，

$\Delta t = \frac{u_c}{u_0}T_0 = 0.02\text{s}$　⑥

电子打在记录纸上最高点不止一个，由题意规定，

第一个最高点 x 坐标为 $x_1 = \frac{\Delta t}{T}s = 2\text{cm}$　⑦

第二个最高点 x 坐标为 $x_2 = \frac{T_0+\Delta t}{T}s = 12\text{cm}$　⑧

第三个最高点 x 坐标为 $x_3 = \frac{2T_0+\Delta t}{T}s = 22\text{cm} > 20\text{cm}$

记录筒的周长 20cm，第三个最高点已与第一个最高点重合，即电子打到记录纸上的最高点只有两个，它们的 x 坐标分别由⑦式和⑧式确定.

(2)电子打到记录纸上所形成的图线，如图 4-3-5 所示.



[说明] 在只有偏转电压变化情况下，控制电子打在圆筒上最大纵坐标是偏转电压. 这个偏转电压值可能是电压变化中的最大值，也可能是电子能飞出偏转电场的临界值(即从极板边缘飞出)，原则是取这两个值中的最小值就是 y 轴坐标最大值的对应偏转电压. 本题偏转电压最大值是 100V，电子能飞出电场的临界值是 20V，所以，y 坐标最大值的对应的偏转电压是 20V 而不是 100V. 偏转电压的变化均匀，电子打在圆筒上在 y 轴坐标变化也均匀.

电子打在圆筒上 x 坐标由圆筒做匀速圆周运动确定，圆筒转动周期 0.2s，偏转电场周期 0.1s，圆筒转动一周，电子在圆筒上被记录下来点的集合是二个周期性倾斜线段.

[例3] 如图 4-3-6 所示，真空室内存在匀强磁场，磁场方向垂直于纸面向里，磁感应强度的大小 $B=0.60T$. 磁场内有一块平面感光板 ab，板面与磁场方向平行. 在距 ab 的距离为 $l=16cm$ 处，有一个点状的 α 放射源 S，它向各个方向发射 α 粒子，α 粒子的速度都是 $v=3.0\times10^6 m/s$，已知 α 粒子的电荷与质量之比 $q/m=5.0\times10^7 C/kg$. 现只考虑在图纸平面中运动的 α 粒子，求 ab 上被 α 粒子打中的区域长度.

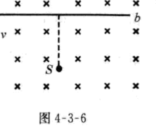


图 4-3-6

[分析] α 粒子带正电，故在磁场中沿逆时针方向做匀速圆周运动，用 R 表示轨道半径，有 $qvB=\frac{mv^2}{R}$ 由此式得 $R=\frac{mv}{qB}$，代入数据后得 $R=10cm$.

因朝不同方向发射的 α 粒子做匀速圆周运动的圆心轨迹如图 4-3-7 中的实线圆所示，由左手定则可知 α 粒子沿顺时针方向旋转，运动圆轨迹与 ab 的直线右侧最远点是与 S 相距为 $2R$ 的 P_2 点(临界点)；与 ab 直线左侧最远点是与其相切的 P_1 点(临界点)，作平行于 ab 的直线 cd，cd 与圆心轨迹交点为 Q，过 Q 作 ab 的垂线，它与 ab 的交点就是 P_1. 与 P_1 点和 P_2 点对应的 α 粒子的轨迹就是两带箭头的虚线圆弧.

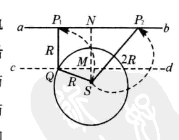


图 4-3-7

由图中几何关系得 $NP_1=\sqrt{R^2-(l-R)^2}$

由图中几何关系得 $NP_2=\sqrt{(2R)^2-l^2}$

所求长度为 $P_1P_2=NP_1+NP_2$，代入数据后得 $P_1P_2=20cm$

［例4］　如图 4-3-8 所示 $abcd$ 是一个边长为 L 正方形，它是磁感应强度为 B 的匀强磁场横截面的边界线．一带电粒子从 ad 边的中点 O 与 ad 边成 $\theta=30^\circ$ 角、且垂直于磁场方向射入．若该带电粒子所带电量为 q、质量为 m(重力不计)，则该带电粒子在磁场中飞行时间最长是多少？若要带电粒子飞行时间最长，带电粒子的速度必须符合什么条件？

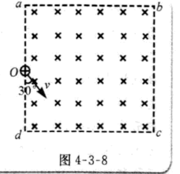


图 4-3-8

［分析］　带粒子在磁场中做匀速圆周运动．粒子带正电，由左手定则可知它将向 ab 方向偏转，带电粒子可能轨道如图 4-3-9 所示(磁场方向没有画出)，这些轨道的圆心均在与 v 方向垂直的 OM 上，由图可知，从进入磁场那条边离开的带电粒子轨迹所对的圆心角最大(临界条件)，由此可知带电粒子从 ad 边离开磁场的轨迹圆心角最大．

带电粒子在磁场中做匀速圆周运动，洛仑兹力提供向心力，有

$qvB=\frac{mv^2}{r}$，可得 $r=\frac{mv}{qB}$　①

周期 $T=\frac{2\pi r}{v}=\frac{2\pi m}{qB}$　②

由②式可知周期与半径和速率均没有关系，说明它在磁场中运动时间仅由轨迹所对的圆心角大小有关．由图 4-3-9 可以发现粒子从入射边进入，又从入射边飞出，轨迹所对的圆心角最大．由图 4-3-9 可知，三角形 O_0EF 和三角形 O_0OE 均为正三角形，所以，

$\angle OO_0E=\frac{\pi}{3}$．轨迹所对圆心角最大为 $\alpha=2\pi-\frac{\pi}{3}=\frac{5\pi}{3}$．

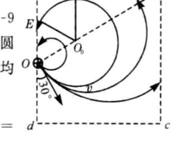


图 4-3-9

带电粒子在磁场中运动时间最长为 $t=\frac{\alpha}{2\pi}T=\frac{5\pi m}{3qB}$．

带电粒子从 ad 边飞出的轨迹中，与 ab 相切的轨迹半径是它在磁场中时间最长所有可能轨迹半径中的临界半径(也是最大的半径)r_0，$r>r_0$，在磁场中运动时间是变化的，$r\leqslant r_0$，在磁场中运动的时间是相同的，也是在磁场中运动时间最长的．由图可知

$r_0+\frac{1}{2}r_0=\frac{1}{2}L$，由此可得 $r_0=\frac{L}{3}$

将 r 和 r_0 分别代入 $r\leqslant r_0$，后有 $\frac{mv}{qB}\leqslant\frac{L}{3}$，解得：$v\leqslant\frac{qBL}{3m}$

带电粒子在磁场中飞行时间最长是 $\frac{5\pi m}{3qB}$，与其对应速度应 $v\leqslant\frac{qBL}{3m}$．

[例 5] 在光滑绝缘的水平桌面上，有两个质量均为 m，电量为 $+q$ 的完全相同的带电粒子 P_1 和 P_2，在小孔 A 处以初速度为零先后释放. 在平行板间距为 d 的匀强电场中加速后，P_1 从 C 处对着圆心进入半径为 R 的固定圆筒中(筒壁上的小孔 C 只能容一个粒子通过)，圆筒内有垂直水平面向上的磁感应强度为 B 的匀强磁场. P_1 每次与筒壁发生碰撞均无电荷迁移，P_1 进入磁场第一次与筒壁碰撞点为 D，$\angle COD=\theta$，如图 4-3-10 所示. 延后释放的 P_2，将第一次欲逃逸出圆筒的 P_1 正碰圆筒内，此次碰撞刚结束，立即改变平行板间的电压，并利用 P_2 与 P_1 之后的碰撞，将 P_1 限制在圆筒内运动. 碰撞过程均无机械能损失. 设 $d=\frac{5}{8}\pi R$，求：在 P_2 和 P_1 相邻两次碰撞时间间隔内，粒子 P_1 与筒壁的可能碰撞次数. $\tan\frac{k\pi}{n}=\frac{5}{4(n-2k)}$

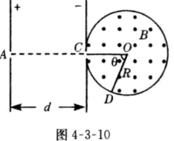


图 4-3-10

附：部分三角函数值

φ	$2\pi/5$	$\pi/3$	$\pi/4$	$\pi/5$	$\pi/6$	$\pi/7$	$\pi/8$	$\pi/9$	$\pi/10$
$\tan\varphi$	3.08	1.73	1.00	0.73	0.58	0.48	0.41	0.36	0.32

[分析] 如图 4-3-11 所示，带电粒子 P_1 在磁场中的轨迹如图所示，设带电粒子与圆筒碰撞 n 次(包括进入或离开的一次)，由图可知 $\theta=\frac{2k\pi}{n}$

带电粒子 P_1 在磁场中的轨迹半径 $r=R\tan\frac{\theta}{2}=R\tan\frac{k\pi}{n}$

图 4-3-11

完全相同的带电粒子 P_1 和 P_2 在相同的电场中加速，获得的速度相同，即两粒子碰撞时速度大小相等，方向相反，碰撞后速度互换，要使 P_1 限制在圆筒内运动，即每次碰撞发生在第一次碰撞处(临界条件)，即粒子 P_1 速度在磁场中偏转角为 $(2k+1)\pi$，即与圆筒每相邻两次碰撞的偏转角为 φ，$\varphi=\pi-\theta=\pi-\frac{2k\pi}{n}$

带电粒子 P_1 在磁场中运动时间为 $t_1=\frac{m\varphi}{v}=\frac{\pi R(n-2k)}{v}\tan\frac{k\pi}{n}$

带电粒子 P_2 在电场中运动时间 $t_2=\frac{2mv}{qU_2/d}=\frac{2mvd}{qU_2}$. 若要 $t_1=t_2$ (临界条件)

有 $\frac{\pi R(n-2k)}{v}\tan\frac{k\pi}{n}=\frac{2mvd}{qU_2}$，$\frac{\pi R(n-2k)}{4d}\tan\frac{k\pi}{n}=\frac{mv^2/2}{qU_2}=\frac{qU_1}{qU_2}=\frac{U_1}{U_2}\geqslant 1$.

即有 $\tan\frac{k\pi}{n}=\frac{5}{4(n-2k)}\leqslant\frac{4d}{\pi R(n-2k)}$，当 $k=1$：$n=3,4,5,6,7$ 时该式均成立，当

$k=2$时，n取任何值都没有成立的可能性.

［例6］　如图4-3-12，真空室内有一个点状的α放射源P，它向各个方向发射α粒子（不计α粒子重力），速率都相同，ab为P点附近一条水平直线，Q点为直线上一点，它与P点连线跟ab成45°，且与P点相距L，（现只研究与放射源P和直线ab同一个平面内的α粒子的运动）当真空室内只存在垂直该平面向里、磁感应强度为B的匀强磁场时，水平向左射出的α粒子恰到达Q点，（α粒子带电量为q，质量为m）求：

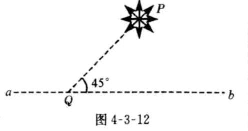


图4-3-12

（1）α粒子发射速率；

（2）能到达直线ab的α粒子所需时间的范围.

［分析］　（1）真空室内只存在垂直该平面向里、磁感应强度为B的匀强磁场时，水平向左射出的α粒子恰到达Q点，由题可知α粒子运动半径R与L的关系为

$R=\frac{\sqrt{2}}{2}L$，而且$qvB=\frac{mv^2}{R}$，由以上两式得$v=\frac{\sqrt{2}qBL}{2m}$

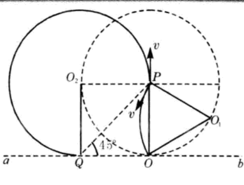


图4-3-13

（2）α粒子速率都相同，在同一磁场中运动，故所有与放射源P和直线ab同一个平面内的α粒子的运动的半径相同，其圆心的轨迹是以P点为圆心的圆周. 如图中4-3-13的虚线所示. 当仅加上述磁场时，能到达直线ab的α粒子所需时间的范围，就要确定α粒子轨迹特点. 优弧的弦短圆心角大，弦短，时间长，劣弧的弦短圆心角小，弦短时间短，那么本题中的第二问就是寻找优弧的最短弦（最长时间）（临界值）和劣弧的最短（最短时间）（临界值）.

由图可知α粒子打在直线ab上最短的时间是打在图中的O点（因为最短的弦就是P点到直线ab的距离，此时弦长与轨迹半径相等，轨迹所对应的最小圆心角是60°，最长的时间是打在图中的Q点，这是优弧最短的弦长（即该轨迹线与直线ab的相切），对应的最大的圆心角是270°，α粒子在匀强磁场中运动的周期为$T=\frac{2\pi m}{qB}$，所以所求的时间范围为$\frac{T}{6}\leqslant t\leqslant\frac{3T}{4}$，即$\frac{\pi m}{3qB}\leqslant t\leqslant\frac{3\pi m}{2qB}$

［例7］　在xOy平面内有许多电子（质量为m，电量为e）从坐标原点O不断地以相同大小的速度v_0沿不同方向射入第Ⅰ象限，如图4-3-14所示. 现加上一个垂直于xOy平面的磁感应强度为B的匀强磁场，要求这些电子穿过该磁场后都能平行于x轴沿正方向运动. 试求出符合条件的磁场的最小面积.

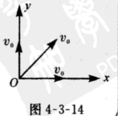


图4-3-14

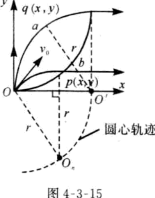


图 4-3-15

［分析］ 大量速度方向在与 x 轴成 $0\to\frac{\pi}{2}$ 范围内的电子在磁场中发生偏转，最终速度方向均能平行于 x 轴. 所有电子在匀强磁场中均做匀速圆周运动，洛仑兹力提供向心力，$eBv=\frac{mv^2}{r}$，半径 $r=\frac{mv}{eB}$. 在 $0\to\frac{\pi}{2}$ 的范围内，电子圆心轨迹如图 4-3-15 中所示，该轨迹与 x 轴交点 O' 是速度方向沿 y 轴正方向的电子轨迹圆心，该电子的轨迹如图中 a 所示，它是偏转角最大的电子轨迹，其他电子的轨迹均在轨迹 a 以下区域，所以，轨迹 a 就是磁场范围包络线上限(临界值). 由于该电子的偏转角为 $\pi/2$，即由速度由 y 轴正方向转到 x 轴正方向，该轨迹上的点 $q(x,y)$ 符合表达式 $(r-x)^2+y^2=r^2$ ①

其他电子速度发生偏转，一旦平行 x 轴就离开磁场，磁场区域的最小面积边界线的下限应是电子离开磁场点的集合(临界值).

过原点作出任一电子速度方向的垂线交于圆心轨迹于 O_n 点，过 O_n 点作与 x 轴长为 r 的垂线，另一端点的坐标为 $(x、y)P$ 点，该点即为该电子从磁场中出射点，如图 4-3-15 所示，由图可知 $x^2+(r-y)^2=r^2$ ②，②式中包含了各个方向上的电子离开磁场时的位置坐标，也正是所有电子偏转到平行 x 轴方向点的集合，即为电子离开磁场的边界 b，它是一段符合②式的圆弧.

由①、②式确定的面积就是磁场最小范围，由图形的对称性可知是圆心角为 $\pi/2$ 扇形减去两半径所组成成的直角三角形面积的 2 倍，即

$$S_{\min}=2\left(\frac{\pi r^2}{4}-\frac{1}{2}r^2\right)=\frac{\pi-2}{2}\cdot\left(\frac{mv_0}{eB}\right)^2.$$

［例 8］ 在两块平行金属板 A、B 中，B 板的正中央有一 α 粒子源，可向各个方向射出速率不同的 α 粒子，如图 4-3-16 所示. 若在 A、B 板中加上 $U_{AB}=U_0$ 的电压后，A 板就没有 α 粒子射到，U_0 是 α 粒子不能到达 A 板的最小电压. 若撤去 A、B 间的电压，为了使 α 粒子不射到 A 板，而在 A、B 之间加上匀强磁场，则匀强磁场的磁感应强度 B 必须符合什么条件(已知 α 粒子的荷质比 $\frac{m}{q}=2.1\times10^{-8}$ kg/C，A、B 间的距离 $d=10$ cm，电压 $U_0=4.2\times10^4$ V)?

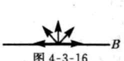


图 4-3-16

［分析］ A、B 两板间加上电压时，α 粒子不能到达 A 板时的最小电压，对应的是具有的垂直于两板最大速度的 α 粒子刚好达到 A 板边缘的速度为零的状态；而所加磁场时，α 粒子在两板之间发生偏转，由 α 粒子在两板做圆周运动的半径 $r=\frac{mv}{qB}$ 可知速度大，半径大，当具有最大半径所有的 α 粒子不能到达 A 板时所需要的磁感应强度是最小的磁感应强度(临界值).

α 粒子放射源可向各个方向射出速率不同的 α 粒子，在这些速率不同的 α 粒子中一定有速率最大的 α 粒子，设最大的速率为 $v_{\max}$，各个方向上都有速率为 $v_{\max}$ 的 α 粒子. 当 A、B 板加了电压后，A、B 两板间电压是阻碍 α 粒子到达 A 板，其方向是垂直两板并由 A

板指向 B 板. 在无电场时，α 粒子在沿由 B 板向 A 板运动方向上有 $d=vt\cos\theta$ ①

其中 θ 是 α 粒子速度与垂直两板的直线的夹角. 在①式中最容易到达 A 板的 α 粒子应有 $\theta=0$，$v=v_{max}$，也就是其速度方向由 B 板指向 A 板，且速率最大的 α 粒子. 这些 α 粒子若达不到 A 板，其余 α 粒子均达不到 A 板. 由动能定理 $qU_0=\frac{1}{2}mv_{max}^2$ ②

若撤去电场，在 A、B 之间加上匀强磁场，这些 α 粒子将做匀速圆周运动，洛仑兹力提供向心力，其半径为 r，$qvB=\frac{mv^2}{r}$ 得 $r=\frac{mv}{qB}$ ③

由③式可知，在 B 一定的条件下，v 越大，r 越大，越容易打到 A 板；反之，当 v 值取最大值 v_{max} 后，若所有具有 v_{max} 的 α 粒子不能达到 A 板，则所有的 α 粒子均不能达到 A 板. 在所有方向上的 α 粒子中，它们的轨迹刚好与 A 板相切的情况如图 4-3-17 所示. 在图 4-3-17 中与 A 板相切的轨迹中的最小半径为 r_3，若 r_3 是粒子具有速率为 v_{max} 的 α 粒子半径，则其他具有 v_{max} 的 α 粒子均不能到达 A 板. 若令 r_3 为最小值 r_{min} 时(临界值)，即图中 $r_{min}=\frac{1}{2}d$ 是所有 α 粒子中轨迹与 A 板相切的最小半径，将其代入③式后得 $\frac{d}{2}=\frac{mv_{max}}{qB_{min}}$ ④

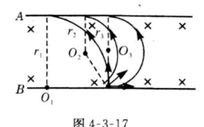


图 4-3-17

由②、④可得 $B_{min}=\frac{2}{d}\sqrt{\frac{2mU_0}{q}}=0.84T$(临界值)

A、B 两板之间应加上垂直于纸面的匀强磁场，且磁感应强度 $B\geqslant0.84T$ 时，所有的 α 粒子均不能到达 A 板.

[归纳] 确定带电粒子在磁场中做匀速圆周运动的临界轨迹线的问题的思路是：

1. 凡是由于带电粒子的轨迹由于磁场的边界所制约时，与边界线相切的轨迹往往是临界轨迹，对应的半径是临界半径，与半径相关的变化物理量都具有临界值的特点.

2. 本题筛选临界轨迹时是难点：每个方向上的具有最大半径的 α 粒子与 A 板相切都对应有一个半径，在这些半径中有某个方向上 α 粒子的半径最小(即图中速度方向与 B 板平行的 α 粒子)，若是这个半径恰好是具有速率为 v_{max} 的 α 粒子的半径，那么就意味着所有的 α 粒子均不能打到 A 板上.

[例9] 一带电质点的质量为 m、电量为 q，以平行于 Ox 轴的速度 v 从 y 轴上的 a 点射入如图 4-3-18 所示的区域，为了使该质点能从 x 轴上的 b 点以垂直于 Ox 轴的速度 v 射出，可在适当的地方加一个垂直于 xOy 平面的、磁感应强度为 B 的匀强磁场，若磁场分布在一个圆形区域内，试求这个圆形磁场区域的最小半径(质点重力忽略不计).

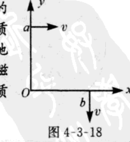


图 4-3-18

[分析] 由图 4-3-18 可知带电质点在磁场中的偏转角，由题设条件可知带点质点在磁场中做匀速圆周运动的半径，从而可以确定带电质点在磁场运动的轨迹，进而求得磁场区域的范围.

带电质点在磁场中做匀速圆周是洛仑兹力提供向心力，由牛顿第二定律有，



$qvB = \frac{mv^2}{r}$，解得 $r = \frac{mv}{qB}$

将质点在 a、b 两点的速度方向延长交于 C 点，过 C 点在两速度延长线截取长度为 r 的 G、H 两点，过 G、H 两点作垂线交于 A 点，A 点就是质点做匀速圆周运动的圆心，其轨迹如图 4-3-19 所示，只要质点轨迹所在区域有磁场存在，保证质点受洛仑兹力做匀速圆周所需要的向心力，这样的区域范围就是所求最小的磁场区域. 连接 GH，以 GH 为直径作一圆如图 4-3-19 中的实线圆周，这个圆周的半径即为磁场区域的最小半径 r_{min}（临界值），令 $2r_{min} = GH$，$AGCH$ 是正方形，由以上可知 $2r_{min} = \sqrt{2}r$，将 r 的表达式代入后得到圆形磁场区域的最小半径为

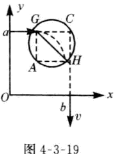


图 4-3-19

$r_{min} = \frac{\sqrt{2}mv}{2qB}$

［归纳］ 确定磁场区域的范围的问题思路：

1. 首先确定质点在磁场中运动的轨迹. 半径已知或可求，速度在磁场的偏转角也是已知，即可质点确定在磁场中的轨迹.

2. 由带电粒子在磁场中的轨迹确定磁场区域的范围：原则是只要将轨迹包含在磁场的范围以内即可. 在此轨迹线上，往往由进入磁场的点和离开磁场的点确定磁场区域. 本题所求最小半径就是就是轨迹进、出磁场两点连线的一半.

［例 10］ 如图 4-3-20 所示，在真空中，半径为 $R=5L_0$ 的圆形区域内存在匀强磁场，磁场方向垂直纸面向里. 在磁场右侧有一对平行金属板 M 和 N，两板间距离为 $d=6L_0$，板长为 $L=12L_0$，板的中心线 O_1O_2 与磁场的圆心 O 在同一直线上. 有一电荷量为 q、质量为 m 的带电的粒子，以速度 v_0 从圆周上的 a 点沿垂直于半径 OO_1 并指向圆心的方向进入磁场平面，当从圆周上的 O_1 点水平飞出磁场时，给 M、N 板加上如图 4-3-21所示电压，最后粒子刚好以平行于 M 板的速度，从 M 板的边缘飞出（不计粒子重力）. 求

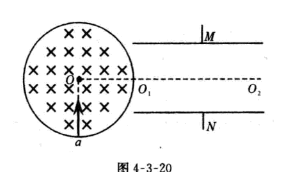


图 4-3-20

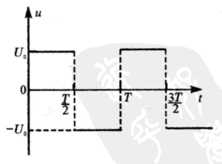


图 4-3-21

(1) 磁场的磁感应强度；

(2) 求交变电压的周期 T 和电压 U_0 的值；

(3) 若 $t=3T/2$ 时，该粒子从 M、N 板右侧沿板的中心线仍以速率 v_0 向左射入 M、N 之间，求粒子从磁场中的射出点到 a 点的距离.

［分析］ (1)带电粒子从进入磁场到离开电场时，刚好以平行于 M 板的速度，从 M 板的边缘飞出，以此为据作出带电粒子的运动轨迹如图 4-3-22 所示(图中轨迹为示意图，在电场中仅表示一个周期)．粒子进入磁场在洛仑兹力作用下做匀速圆周运动，有 $qv_0B = m\dfrac{v_0^2}{r}$，由图可知粒子轨迹半径 $r = R = 5L_0$，由以上两式解得 $B = \dfrac{mv_0}{5qL_0}$

(2)由题意可知粒子在电场中运动时间应为周期整数倍，则 $t = \dfrac{L}{v_0} = nT$，即 $T = \dfrac{12L_0}{nv_0}$

粒子在电场中运动侧向总位移 $y = \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{qU_0}{md}\left(\dfrac{T}{2}\right)^2\cdot 2n = \dfrac{d}{2}$，可得 $U_0 = \dfrac{nmv_0^2}{2q}$

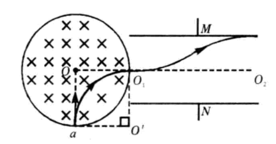


图 4-3-22

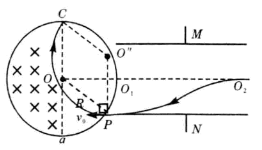


图 4-3-23

(3)由粒子在磁场中的受力可判定粒子带负电，粒子在 $t=3T/2$ 时刻进入电场后向 N 板偏转，由题意知，粒子应刚好平行于 N 板从 N 板的边缘水平飞出，并沿着水平方向进入磁场．如图 4-3-23 所示，设粒子从 P 点进入磁场，从 C 点射出，O''点为粒子做匀速圆周运动的圆心，由(1)知 $r = R$，所以 $OPO''C$ 为菱形，故有 $OC \parallel O''P$．

由于粒子水平射出，故 $O''P \perp v_0$，于是 $OC \perp v_0$，方向竖直，故 aOC 共线，所以射出点到 a 点的距离为 $aC = 2R = 10L_0$

跟踪训练

1. 如图 4-3-24 所示，M、N 为两块水平放置的金属板，板长为 l，两板间的距离也为 l，板电电压恒定．今有一带电粒子(重力不计)以一定的初速度沿两板正中间垂直进入电场，最后打在距两平行板右端距离为 l 的竖直屏上，粒子落到距 O 点的距离为 $l/2$．若大量的上述粒子(与原来的初速度一样，并忽略粒子间相互作用)从 MN 板间不同位置垂直进入电场，试求这些粒子落在竖直屏上的范围并在图中画出．

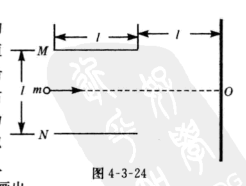


图 4-3-24

2. 图 4-3-25 中 B 为电源，电动势 $E=27\text{V}$，内阻不计．固定电阻 $R_1=500\Omega$，R_2 为光敏电阻，C 为平行板电容器，虚线到两极板的距离相等，极板长 $l_1=8.0\times10^{-2}\text{m}$，两极板的间距为 $d=1.0\times10^{-2}\text{m}$．$S$ 为屏，与极板垂直，到极板距离 $l_2=0.16\text{m}$．P 为一圆盘，由

形态相同透光率不同的三个扇形 a、b 和 c 构成，它可绕 AA' 轴转动. 当细光束通过扇形 a、b、c 照射光敏电阻 R_2 时，R_2 的阻值分别为 1000Ω、2000Ω、4500Ω. 有一细电子束沿图中虚线以速度 $v_0=8.0\times10^6\,m/s$ 连续不断地射入 C. 已知电子的电量 $e=1.6\times10^{-19}C$，电子质量为 $m=9.0\times10^{-31}kg$，忽略细光束的宽度、电容器的充电放电时间及电子所受的重力，假设照在 R_2 上的光强发生变化时 R_2 的阻值立即有相应的改变.

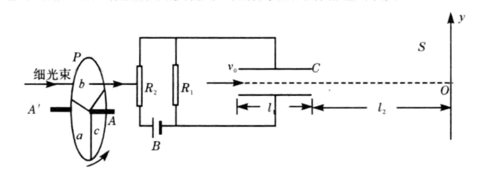


图 4-3-25

(1)圆盘不动，细光束通过 b 照射到 R_2 上，求电子到达屏 S 上时，它离 O 点的距离 y(计算结果保留两位有效数字)

(2)设圆盘按图 4-3-25 箭头方向转动，每 3 秒转一圈，取光束照在 a、b 分界处时 $t=0$，试在图 4-3-26 给出的坐标纸上，画出电子到达屏 S 上时，它离 O 点距离 y 随时间表 t 的变化图线(0—6s 间)，要求在 y 轴上标出最高点与最低点的值(不要求写出计算过程)

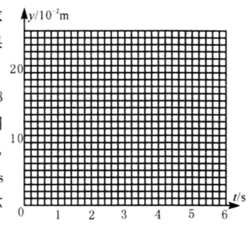


图 4-3-26

3. 如图 4-3-27 所示为示波器的部分示意图，竖直 YY' 和水平 XX' 偏转电极的板长都为 $l=4cm$，电极间距离都为 $d=1cm$，YY' 和 XX' 板右端到荧光屏的距离分别为 18cm 和 12cm，两偏转电场间无相互影响. 电子束通过 A 板上的小孔沿中心轴进入偏转电极时的速度 $v_0=1.6\times10^7\,m/s$，元电荷 $e=1.6\times10^{-19}C$，电子质量 $m=0.91\times10^{-30}kg$. 当偏转电极上不加电压时，电子束打在荧光屏上的 O 点，求

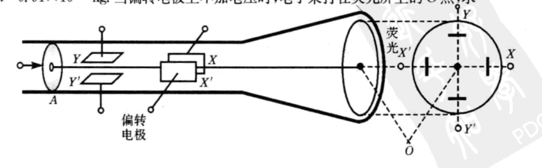


图 4-3-27



(1)要使电子束不打在偏转电极极板上，加在偏转电极上偏转电压U不能超过多大？

(2)若在偏转电极XX'上加上$u_x=45.5\sin(100\pi t)$V的电压，在偏转电极YY'上加上$u_y=45.5\cos(100\pi t)$V的电压，通过计算说明源源不断的电子打在荧光屏上所产生亮点的轨迹形状.

4. 如图4-3-28所示，在一水平放置的平板MN的上方有匀强磁场，磁感应强度的大小为B，磁场方向垂直于纸面向里. 许多质量为m带电量为$+q$的粒子以相同的速率v沿仅次于纸内的各个方向，由小孔O射入磁场区域. 不计重力，不计粒子间相互影响. 图4-3-29中的阴影部分表示带电粒子可能经过的区域，其中$R=\dfrac{mv}{qB}$. 哪个图是正确的？

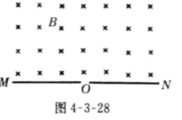
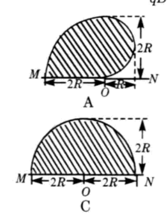


图4-3-28



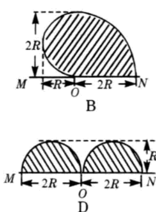


图4-3-29

5. 如图4-3-30所示，截面为直角三角形的区域内，有一个具有理想边界的匀强磁场，磁场方向垂直于纸面向里，磁感应强度为B，三角形区域的ab边长为L，$\theta=30^\circ$. 一个电子从ab边界外侧在ab边中点处与ab边成30°的角垂直于磁场方向射入场内，已知电子的电荷量为e，质量为m，为使电子能从ac边射出，电子入射速度v_0应满足什么条件？

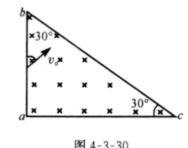


图4-3-30

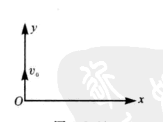


图4-3-31

6. 一个质量为m、带电量为$+q$的带电粒子(不计重力)以初速度v_0沿y轴向y轴正方向运动，从图4-3-31中的原点O处开始进入一个边界为圆形区域的匀强磁场中，已知磁感应强度大小为B，方向垂直于纸面向外，磁场边界的半径为r. 带电粒子进入磁场后做匀速圆周运动，已知它做圆周运动的轨道半径比圆形磁场的半径r大.

(1)改变圆形磁场的位置，可改变粒子在磁场中的偏转角度，求此粒子在磁场中的最大偏转角.(用反三角函数表示)

(2)当粒子在磁场中偏转角最大时，它从磁场中射出后沿直线前进一定打到 x 轴上，求满足此条件磁场半径 r 的取值范围.

答案与提示

1. 带电粒子进入电场的偏转角为 θ，带电粒子在电场中偏转的距离为 y，则它们分别为 $\tan\theta=\frac{v_y}{v_0}=\frac{al^2}{v_0^2}$，$y=\frac{1}{2}at^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{al^2}{v_0^2}=\frac{1}{2}l\tan\theta$. 由于带电粒子进入电场的初速度相同，加速度相同，所以离开电场时的偏转角和偏转的距离相同，它们均像是从电场的中点沿直线飞出，如图 4-3-31 中的 A 点的直线. 由于带电粒子可以从极板间不同位置入射，所以它们能飞出电场的是图 4-3-32 中的 OB 段.

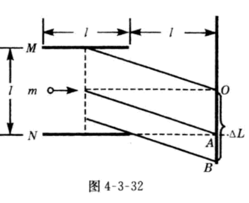


图 4-3-32

由于 $l_{OA}=\frac{1}{2}l$ 由图可知 $\frac{\frac{1}{2}l-l_{AB}}{\frac{1}{2}l}=\frac{\frac{1}{2}l}{\frac{3}{2}l}=\frac{1}{3}$，即得 $l_{AB}=\frac{1}{3}l$，在屏上的范围 $\Delta L=\frac{1}{2}l+l_{AB}=\frac{5}{6}l$

2. 由题装置图可知电容器两端的电压始终是电阻 R_1 两端的电压，设此电压为 U，电子在电容器中运动的时间为 t，$t=\frac{l_1}{v_0}$，离开电容器时沿电场力方向上的速度为 $v_y=at=\frac{eU}{md}\cdot\frac{l_1}{v_0}$，在电场力方向上的位移为 $y=\frac{v_y}{2}t=\frac{eU}{2md}\cdot\left(\frac{l_1}{v_0}\right)^2\leqslant\frac{d}{2}$（临界条件）由此可知 $U\leqslant\frac{md^2v_0^2}{el_1^2}$，代入数据得 $U\leqslant\frac{45}{8}\text{ V}=U_0$（临界电压值）：(1)圆盘不动，细光束通过 b 照射到 R_2 上，R_2 取值为 2000Ω，此时 R_1 两端的电压为 $U_1=\frac{E}{R_1+R_2}\cdot R_1=5.4\text{ V}<U_0$

电子在 y 上速度为 $v_y=\frac{eU_1}{md}\cdot\frac{l_1}{v_0}=9.6\times10^5\text{ m/s}$，电子到达屏 S 上时，它离 O 点的距离 y 为 $y=\frac{v_y}{2}\cdot\frac{l_1}{v_0}+v_y\cdot\frac{l_2}{v_0}=\frac{v_y}{v_0}\left(\frac{l_1}{2}+l_2\right)=\frac{9.6\times10^5}{8.0\times10^6}\cdot\left(\frac{8.0\times10^{-2}}{2}+0.16\right)\text{m}=2.4\times10^{-2}\text{ m}$

(2)设圆盘按图 1 箭头方向转动，每 3 秒转一圈，取光束照在 a、b 分界处时 $t=0$，由图中的箭头可知细光束通过三区域的顺序是 b、c、a，由(1)可知，电子打在 y 轴上离 O 点距离为 4.8×10^{-2}m；所用时间为 1s.

当光束打在 c 区时，R_2 取值为 4500Ω，此时 R_1 两端的电压为 $U_1=\frac{E}{R_1+R_2}\cdot R_1=2.7\text{ V}<U_0$

电子在 y 上速度为 $v_y=\frac{eU_1}{md}\cdot\frac{l_1}{v_0}=4.8\times10^5\text{ m/s}$，电子到达屏 S 上时，它离 O 点的距离 y 为 $y_c=\frac{v_y}{2}\cdot\frac{l_1}{v_0}+v_y\cdot\frac{l_2}{v_0}=\frac{v_y}{v_0}\left(\frac{l_1}{2}+l_2\right)=1.2\times10^{-2}\text{ m}$，当光束打在 a 区时，R_2

取值为 1000Ω，此时 R_1 两端电压为 $U_1=\dfrac{E}{R_1+R_2}\cdot R_1=9\text{ V}>U_0$，电子不能飞出电场. 图线见图4-3-33.

图 4-3-33

3. 本题思路：由运动独立原理确定电子在竖直与水平两个方向上各自的位移求出通式后再确定竖直和水平位移

(1)电子经过偏转电极而不打在极板上，电子偏转距离 $\Delta d\leqslant\dfrac{d}{2}$（临界条件）

电子在电场中的加速度 $a=\dfrac{eU}{dm}$，飞行时间 $t=\dfrac{l}{v_0}$，且 $\Delta d=\dfrac{1}{2}at^2$

由以上关系式解得 $U\leqslant\dfrac{mv_0^2d^2}{el^2}$，代入数据后得 $U\leqslant 91\text{V}$（临界电压值）

(2)电子在电场中运动时间 $t=\dfrac{l}{v_0}=2.5\times10^{-9}\text{ s}$，两电场变化的周期均为 $T=0.02\text{s}\gg t$，故可认为电子在电场中运动时场强不变，电子飞离电场时速度的偏转角为 θ，$\tan\theta=\dfrac{v_E}{v_0}$，$l=v_0t$，$\Delta d'=\dfrac{v_E}{2}t$，由以上三式得 $\tan\theta=\dfrac{\Delta d'}{l/2}$，由图4-3-34中几何关系可知 $\dfrac{\Delta d'}{l/2}=\dfrac{s}{L+l/2}$，$s=\dfrac{L+l/2}{l/2}\cdot\Delta d'$，$\Delta d'=\dfrac{el^2}{2mdv_0^2}u$，有 $x=\dfrac{L_1+l/2}{l/2}\cdot\dfrac{el^2}{2mdv_0^2}u_x$，代入数据得 $x=1.8\sin 100\pi t(\text{cm})$，同理可得 $y=2.5\sin 100\pi t(\text{cm})$，由两参数方程可得 $\dfrac{x^2}{1.8^2}+\dfrac{y^2}{2.5^2}=1$，电子在荧光屏上轨迹是椭圆，半长轴为 2.5cm，半短轴为 1.8cm.

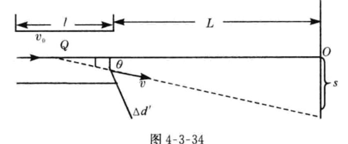


图 4-3-34

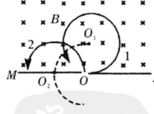


图 4-3-35

4. A(由左手定则可知带电粒子进入磁场后沿逆时针方向偏转，速率相同的同一种带电粒子在同一磁场中旋转半径相同，其圆心的轨迹如图 4-3-35 中的虚线所示. 由圆心轨迹可知，圆心 O_1（临界圆心）对应的速度方向沿平行于 ON 方向的带电粒子的轨迹如图 4-3-34 中的 1 所示，圆心 O_2（临界圆心）对应的速度方向是垂直于 MN 进入磁场的带电粒子的轨迹如图中的 2 所示，图中的这两条轨迹（临界轨迹），其外形与 A 图阴影的包揽线接近，由此可知 A 图正确.

5. 因为磁场只分布在三角形范围内，所以只以部分圆弧模拟电子的运动轨迹，如图4-3-36所示，可以看到轨迹 A 与 ac 边相切，轨迹 B 与 bc 边相切，它们圆心与半径均与脚标相对应. 这两条轨道半径是临界半径，当电子的半径为 $R_A<R\leqslant R_B$ 时均能从 ac 边射

出. 由图中的几何关系可知 $R_A+R_A\sin 30^\circ=\frac{L}{2}$，可得 $R_A=\frac{L}{3}$，电子进磁场时的速度方向垂直于 bc 边，与 B 轨道与 bc 边相切，其半径与速度垂直线垂直，由图可知 $R_B=\frac{L}{2}\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{4}L$，带电粒子在匀强磁场中做匀速圆周运动的半径为 $R=\frac{mv_0}{eB}$，所以，只有速度符合 $\frac{eBL}{3m}<v_0\leqslant\frac{\sqrt{3}eBL}{4m}$ 的电子才能从 bc 边飞出磁场.

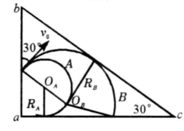


图 4-3-36

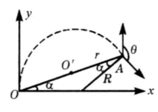


图 4-3-37

6. (1)粒子进入磁场做半径为 R 匀速圆周运动，洛仑兹力提供向心力，$qvB=\frac{mv^2}{R}$，$R=\frac{mv}{qB}$，粒子在半径为 r 的圆形磁场区域中运动，要使偏转角最大，轨迹所对圆心角最大. 在 $r<R$(轨迹为劣弧)，要使带电粒子轨迹线最长，轨迹所对的弦最长，就是圆形磁场的直径. 射入点 O、射出磁场点 A 和磁场区域圆心 O' 在同一条直线上，图 4-3-37 中虚线是粒子的轨迹. 由图可求得最大偏转角为 $\theta=\pi-2\alpha=\pi-2\arccos\frac{r}{R}=\pi-2\arccos\frac{qBr}{mv_0}$

(2)要想使粒子能打到 x 轴上，应满足条件 $\theta>\frac{\pi}{2}$ (临界值)，$\pi-2\arccos\frac{qBr}{mv_0}>\frac{\pi}{2}$，$\arccos\frac{qBr}{mv_0}<\frac{\pi}{4}$，余弦是减函数，$\frac{qBr}{mv_0}>\sqrt{2}$，即 $r>\frac{\sqrt{2}mv_0}{2qB}$.

高考思想篇

考点直击

年份	题源及类型	考点
2009	全国Ⅰ卷 T21 选择 6 分、浙江卷 T24 计算 18 分 安徽卷 T24 计算 20 分、浙江卷 T25 计算 22 分 四川卷 T24 计算 19 分、海南卷 T16 计算 10 分	囊括力学和电学中重要知识点
2008	全国Ⅱ卷 T25 计算 20 分、全国Ⅰ卷 T25 计算 22 分 上海卷 T23 计算 12 分、灾区卷 T14 选择 6 分 四川卷 T24 计算 19 分、海南卷 T6 选择 6 分	
2007	全国Ⅰ卷 T25 计算 22 分、上海卷 T23 计算 13 分 全国Ⅱ卷 T23 计算 15 分、重庆卷 T25 计算 20 分 重庆卷 T24 计算 19 分、四川卷 T24 计算 19 分	

考题探究

［例1］ 光滑的水平面叠放有质量分别为 m 和 $m/2$ 的两木块，下方木块与一劲度系数为 k 的弹簧相连，弹簧的另一端固定在墙上，如图 4-3-38 所示. 已知两木块之间的最大静摩擦力为 f，为使这两个木块组成的系统像一个整体一样地振动，系统的最大振幅为 （　　）

图 4-3-38

A. $\frac{f}{k}$　　B. $\frac{2f}{k}$　　C. $\frac{3f}{k}$　　D. $\frac{4f}{k}$

［分析］ 系统的最大振幅对应着最大加速度(临界值)，系统的最大加速度所需要的力是由弹簧的弹力提供，上木块需要的最大力是由两木块之间的最大静摩擦力提供，由牛顿运动定律有 $a_{max}=\frac{kA_{max}}{m+m/2}=\frac{f}{m/2}$，解得 $A_{max}=\frac{3f}{k}$

［答案］ C

［例2］ 如图 4-3-39 所示，光滑水平面上放置质量分别为 m 和 $2m$ 的四个木块，其中两个质量为 m 的木块间用一不可伸长的轻绳相连，木块间的最大静摩擦力是 μmg. 现用水平拉力 F 拉其中一个质量为 $2m$ 的木块，使四个木块以同一加速度运动，则轻绳对 m 的最大拉力为 （　　）

图 4-3-39

A. $\frac{3\mu mg}{5}$　　B. $\frac{3\mu mg}{4}$　　C. $\frac{3\mu mg}{2}$　　D. $3\mu mg$

［分析］ 右侧木块与下面木块间最大静摩擦力(临界值)提供质量为 $4m$ 物体运动最大加速度 $a_{max}=\frac{\mu mg}{4m}=\frac{\mu g}{4}$，绳左侧木块总质量为 $3m$，绳最大拉力 $T_{max}=3ma_{max}=\frac{3\mu mg}{4}$

［答案］ B

［例3］ 假定地球，月球都静止不动，用火箭从地球沿地月连线向月球发射一探测器. 假定探测器在地球表面附近脱离火箭. 用 W 表示探测器从脱离火箭处飞到月球的过程中克服地球引力做的功，用 E_k 表示探测器脱离火箭时的动能，若不计空气阻力，则 （　　）

A. E_k 必须大于或等于 W，探测器才能到达月球

B. E_k 小于 W，探测器也可能到达月球

C. $E_k=\frac{1}{2}W$，探测器一定能到达月球

D. $E_k=\frac{1}{2}W$，探测器一定不能到达月球



［分析］ 从地球沿地月连线向月球发射一探测器，探测器在此连线上有一位置受到地球的引力与月球的引力相平衡(此平衡位置是临界位置)，只要探测器能越过此点，以后月球的引力大于地球的引力，探测器就能在月球引力作用下到达月球. W 表示探测器从脱离火箭处飞到月球的过程中克服地球引力做的功，而月球引力所做的正功虽然小于 W，考虑到探测器到达平衡位置后速度为零(也是临界条件)，此前地球引力做功小于 W，所以，E_k 小于 W，探测器有可能到达月球，由于月球的质量比地球的质量小得多，月球引力比地球的引力小得多，$E_k=\frac{1}{2}W$，探测器一定不能到达月球.

［答案］ BD

［例4］ **(2009·全国理综Ⅰ)**质量为 M 的物块以速度 v 运动，与质量为 m 的静止物块发生正碰，碰撞后两者的动量正好相等. 两者质量之比 M/m 可能为 ( )

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

［分析］ 两物块碰撞过程动量守恒，由题可知 $Mv=2Mv_M$，$v_M=v/2$，而动能可能不变(完全弹性碰撞)，也可能损失一部分而不是最大(属于一般性的碰撞)所以有 $\frac{1}{2}Mv^2\geqslant\frac{1}{2}M\frac{v^2}{4}+\frac{1}{2m}\cdot\left(\frac{Mv}{2}\right)^2$，得 $3\geqslant\frac{M}{m}$；动能也可能损失最大(完全非弹性碰撞)，此时有 $mu=\frac{Mv}{2}$，$u=\frac{v}{2}$，即 $\frac{M}{m}=1$，$1\leqslant\frac{M}{m}\leqslant3$，A、B 两选项正确.

［答案］ AB

［评析］ 碰撞问题的速度范围在完全弹性碰撞和完全非弹性碰撞之间，这是两个临界条件，紧扣这两个临界条件，是求解碰撞问题讨论的切入点.

［例5］ 如图 4-3-40 所示，位于竖直平面内的光滑有轨道，由一段斜的直轨道与之相切的圆形轨道连接而成，圆形轨道的半径为 R. 一质量为 m 的小物块从斜轨道上某处由静止开始下滑，然后沿圆形轨道运动. 要求物块能通过圆形轨道最高点，且在该最高点与轨道间的压力不能超过 $5mg$(g 为重力加速度). 求物块初始位置相对于圆形轨道底部的高度 h 的取值范围.

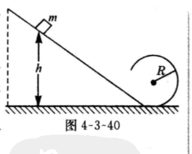


图 4-3-40

［分析］ 设物块在圆形轨道最高点的速度为 v，由机械能守恒定律得 $mgh=2mgR+\frac{1}{2}mv^2$ ①

物块在最高点受的力为重力 mg、轨道的压力 N. 重力与压力的合力提供向心力，有：$mg+N=m\frac{v^2}{R}$ ②

物块能通过最高点的条件(临界条件)是：$N\geqslant0$ ③

由②③式得 $v\geqslant\sqrt{gR}$ ④

由①④式得：$h \geq 2.5R$ ⑤

按题的需求，$N=5mg$，由②式得：$v < \sqrt{6Rg}$ ⑥

由①⑥式得：$h \leq 5R$ ⑦

h 的取值范围是：$2.5R \leq h \leq 5R$ ⑧

［例6］ 目前，滑板运动受到青少年的追捧.如图4-3-41是某滑板运动员在一次表演时的一部分赛道在竖直平面内的示意图，赛道光滑，FGI 为圆弧赛道，半径 $R=6.5$ m，G 为最低点并与水平赛道 BC 位于同一水平面，KA、DE 平台的高度都为 $h=1.8$ m. B、C、F 处平滑连接.滑板 a 和 b 的质量均为 m，$m=5$ kg，运动员质量为 M，$M=45$ kg.

表演开始，运动员站在滑板 b 上，先让滑板 a 从 A 点静止下滑，$t_1=0.1$ s后再与 b 板一起从 A 点静止下滑.滑上 BC 赛道后，运动员从 b 板跳到同方向运动的 a 板上，在空中运动的时间 $t_2=0.6$ s（水平方向是匀速运动）.运动员与 a 板一起沿 CD 赛道上滑后冲出赛道，落在 EF 赛道的 P 点，沿赛道滑行，经过 G 点时，运动员受到的支持力 $N=742.5$ N.（滑板和运动员的所有运动都在同一竖直平面内，计算时滑板和运动员都看作质点，取 $g=10\ \text{m/s}^2$）

(1)滑到 G 点时，运动员的速度是多大？

(2)运动员跳上滑板 a 后，在 BC 赛道上与滑板 a 共同运动的速度是多大？

(3)从表演开始到运动员滑至 I 的过程中，系统的机械能改变了多少？

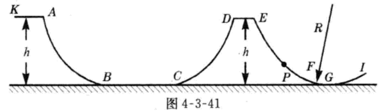


图4-3-41

［分析］ (1)在 G 点，运动员和滑板一起做圆周运动，设向心加速度为 a_n，速度为 v_G，运动员受到重力 Mg、滑板对运动员的支持力 N 的作用，则：

$$N-Mg=Ma_n \qquad a_n=\frac{v_G^2}{R} \qquad N-Mg=\frac{Mv_G^2}{R} \qquad v_G=\sqrt{\frac{R(N-Mg)}{M}}$$

代入数据后解得：$v_G=6.5\text{m/s}$

(2)设滑板由 A 点静止下滑到 BC 赛道后速度为 v_1，由机械能守恒定律有：

$$mgh=\frac{1}{2}mv_1^2, \qquad 解得：v_1=\sqrt{2gh}=6\text{m/s}$$

运动员与滑板一起由 A 点静止下滑到 BC 赛道后，速度也为 v_1，运动员由滑板 b 跳到滑板 a，设蹬离滑板 b 时的水平速度为 v_2，在空中飞行的水平位移为 s，则：$s=v_2t_2$

设起跳时滑板 a 与滑板 b 的水平距离为 s_0，则 $s_0=v_1t_1$，设滑板在 t_2 时间内的位移为 s_1，有 $s_1=v_1t_2$，$s=s_0+s_1$，即 $v_2t_2=v_1(t_1+t_2)$，解得 $v_2=7\text{m/s}$

运动员落到滑板 a 后，与滑板 a 共同运动的速度为 v，由动量守恒定律有

$mv_1+Mv_2=(m+M)v$，由以上方程可解出：$v=\dfrac{mv_1+Mv_2}{M+m}=6.9\text{m/s}$

(3)设运动员离开滑板 b 后,滑板 b 的速度为 v_3,有 $Mv_2+mv_3=(M+m)v_1$

可算出 $v_3=-3\text{m/s}$,有 $|v_3|=3\text{m/s}<v_1=6\text{m/s}$(6m/s 是滑板 b 离开 A 点或 D 点的临界值),b 板将在两个平台之间来回运动,机械能不变

系统机械能改变为 $\Delta E=\frac{1}{2}(M+m)v_G^2+\frac{1}{2}mv_3^2-(m+m+M)gh$

代入数据后得 $\Delta E=88.75\text{J}$

[例7] 我国发射的"嫦娥一号"探月卫星沿近似于圆形的轨道绕月飞行.为了获得月球表面全貌的信息,让卫星轨道平面缓慢变化.卫星将获得的信息持续用微波信号发回地球.设地球和月球的质量分别为 M 和 m,地球和月球的半径分别为 R 和 R_1,月球绕地球的轨道半径和卫星绕月球的轨道半径分别为 r 和 r_1,月球绕地球转动的周期为 T.假定在卫星绕月运行的一个周期内卫星轨道平面与地月连心线共面,求在该周期内卫星发射的微波信号因月球遮挡而不能到达地球的时间(用 M、m、R、R_1、r、r_1 和 T 表示,忽略月球绕地球转动对遮挡时间的影).

[分析] 如图 4-3-42 所示,O 和 O' 分别表示地球和月球的中心.在卫星轨道平面上,A 是地月连心线 OO' 与地月球面的公切线 ACD 的交点,D、C 和 B 分别是该公切线(临界线)与地球表面、月球表面和卫星圆轨道的交点,根据对称性,过 A 点在另一侧作地月球面的公切线(临界线),交卫星轨道于 E 点.卫星在 $\overset{\frown}{BE}$ 上运动时发出的信号被遮挡.

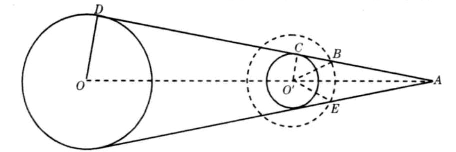


图 4-3-42

设探月卫星质量为 m_0,万有引力常量为 G,由万有引力定律有

$$G\frac{Mm}{r^2}=m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r \quad ①$$

$$G\frac{mm_0}{r_1^2}=m_0\left(\frac{2\pi}{T_1}\right)^2 r_1 \quad ②$$

式中,T_1 是探月卫星绕月球转动的周期.由①②式得 $\left(\frac{T_1}{T}\right)^2=\frac{M}{m}\left(\frac{r_1}{r}\right)^3$ ③

设卫星微波信号被遮挡时间为 t,卫星绕月球做匀速圆周运动,有 $\frac{t}{T_1}=\frac{\alpha-\beta}{\pi}$ ④

式中,$\alpha=\angle CO'A$,$\beta=\angle CO'B$.由几何关系得 $r\cos\alpha=R-R_1$ ⑤

$r_1\cos\beta=R_1$ ⑥

由③④⑤⑥式得 $t=\frac{T}{\pi}\sqrt{\frac{Mr_1^3}{mr^3}}\left(\arccos\frac{R-R_1}{r}-\arccos\frac{R_1}{r_1}\right)$ ⑦

［例8］ (2009·浙江理综)某校物理兴趣小组决定举行遥控赛车比赛. 比赛路径如图 4-3-43 所示，赛车从起点 A 出发，沿水平直线轨道运动 L 后，出 B 点进入半径为 R 的光滑竖直圆轨道，离开竖直圆轨道后继续在光滑平直轨道上运动到 C 点，并能越过壕沟. 已知赛车质量 $m=0.1$ kg，通电后以额定功率 $P=1.5$ W 工作，进入竖直圆轨道前受到的阻力恒为 0.3 N，随后在运动中受到的阻力均可不计. 图中 $L=10.00$ m，$R=0.32$ m，$h=1.25$ m，$s=1.50$ m. 问：要使赛车完成比赛，电动机至少工作多长时间？(取 $g=10\ \text{m/s}^2$)

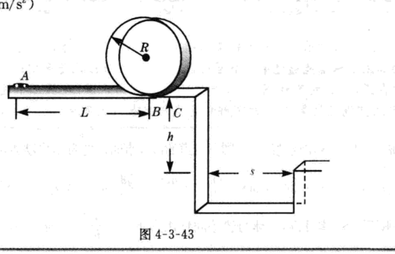


图 4-3-43

［分析］ 赛车从 A 点到 B 点做加速直线运动，进入圆轨道后做圆周运动，进入水平轨道做匀速直线运动，离开 C 点后做平抛运动. 要使赛车完成比赛，赛车在圆周的最高点的速度 v 必须符合条件：$\dfrac{mv^2}{R} \geqslant mg$，即：$\dfrac{1}{2}mv^2 \geqslant \dfrac{1}{2}mgR$；

赛车要越过壕沟，又需要符合条件：$v't > s$，$h=\dfrac{1}{2}gt^2$，可得 $v' > s\sqrt{\dfrac{g}{2h}} = 3\text{m/s}$.

赛车刚能达到圆周最高点，电动机停止工作，由机械能守恒，有 $\dfrac{1}{2}mv_C^2 = mg\cdot 2R + \dfrac{1}{2}mv^2$

解得：$v_C \geqslant \sqrt{5gR} = 4\text{m/s} > 3\text{m/s}$，赛车只要能达到圆轨道顶点，就能越过壕沟.

由功能原理可知 $Pt - fL - 2mgR = \dfrac{1}{2}mv^2$，将 $\dfrac{1}{2}mv^2 \geqslant \dfrac{1}{2}mgR$ 代入后得

$t \geqslant \dfrac{fL + 2.5mgR}{P} = 2.53\text{s}$，所以最短时间为 2.53s

［例9］ (2009·安徽理综)过山车是游乐场中常见的设施. 图 4-3-44 是一种过山车的简易模型，它由水平轨道和在竖直平面内的三个圆形轨道组成，B、C、D 分别是三个圆形轨道的最低点，B、C 间距与 C、D 间距相等，半径 $R_1=2.0$ m、$R_2=1.4$ m. 一个质量为 $m=1.0$ kg 的小球(视为质点)，从轨道的左侧 A 点以 $v_0=12$ m/s 的初速度沿轨道向右运动，A、B 间距 $L_1=6.0$ m. 小球与水平轨道间的动摩擦因数 $\mu=0.2$，圆形轨道是光滑的. 假设水平轨道足够长，圆形轨道间不相互重叠. 重力加速度 $g=10\ \text{m/s}^2$，计算结果保留小数点后一位数字. 试求：

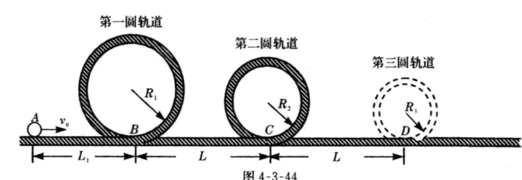


图 4-3-44

(1)小球在经过第一个圆形轨道的最高点时，轨道对小球作用力的大小；

(2)如果小球恰能通过第二个圆形轨道，B、C 间距 L 应是多少；

(3)在满足(2)的条件下，如果要使小球不脱离轨道，在第三个圆形轨道的设计中，半径 R_3 应满足的条件；小球最终停留点与起点 A 的距离.

［分析］ (1)小球在经过第一个圆形轨道的最高点时速度为 v，由动能定理可知 $\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{2}mv^2=\mu mgL_1+mg\cdot 2R_1$，向心力 $\frac{mv^2}{R_1}=\frac{mv_0^2}{R_1}-\frac{2\mu L_1}{R_1}mg-4mg=20\text{N}$

由牛顿第二定律可得，小球与轨迹间作用力 $F_1=\frac{mv^2}{R_1}-mg=10\text{N}$

(2)小球恰能通过第二个圆形轨道时速度为 v'，由题意可知 $\frac{mv'^2}{R_2}=mg$（临界条件），$v'^2=gR_2$（临界速度），全程由动能定理（过程整体法）

$\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{2}mv'^2=\mu mg(L_1+L)+mg\cdot 2R_2$，解得 $L=\frac{v_0^2-5gR_2}{2\mu g}-L_1=12.5\text{m}$

(3)在满足(2)的条件下，如果要使小球不脱离轨道，第三个圆形轨道半径 R_3 应满足条件有两种情况：

Ⅰ. 要使小球不脱离轨道，半径 R_3 满足条件是在最高点由重力提供向心力（临界条件），由(2)中可知 $v''^2=gR_3$（临界速度），全过程由动能定理（过程整体法）有 $\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{2}mv''^2=\mu mg(L_1+2L)+mg\cdot 2R_3$　解得 $R_3=\frac{v_0^2-2\mu g(L_1+2L)}{5g}=0.4\text{m}$

要使小球不脱离轨道，半径 R_3 满足条件是 $0<R_3\leqslant 0.4\text{m}$，小球最终停留点与起点 A 的距离为 s，全过程由动能定理有 $\frac{1}{2}mv_0^2=\mu mgs$　解得 $s=\frac{v_0^2}{2\mu g}=36\text{m}$

Ⅱ. 因水平直径两端点以下部分各点的速度都可以为零（水平直径两端点是竖直面内圆弧运动速度为零的临界点），当轨道半径较大时，小球在第三个圆轨道的水平直径以下运动小球将返回 A 点，由于小球在水平面运动的最大距离是 36m，而 A 点与第三个圆轨道的距离为 $L_1+2L=31\text{m}$，小球能返回 5m，所以，小球与 A 点的距离为 26m.

小球上升最大高度为 R_3，由动能定理 $\frac{1}{2}mv_0^2=\mu mg(L_1+2L)+mgR_3$

解得 $R_3 = \frac{v_0^2}{2g} - \mu(L_1 + 2L) = 1.0\text{m}$.

为保证圆轨道不重叠，由图 4-3-45 可知 $R_{3\max}$ 应满足 $(R_2 + R_3)^2 = L^2 + (R_3 - R_2)^2$　　解得 $R_3 = \frac{L^2}{4R_2} = 27.9\text{m}$

所以要使小球不脱离轨道，半径 R_3 满足条件是 $1.0\text{m} \leqslant R_3 \leqslant 27.9\text{m}$（临界条件）

在这种情况下，小球最终停留点与起点 A 的距离为 s'，$s' = s - 2(s - L_1 - 2L) = 26.0\text{m}$.

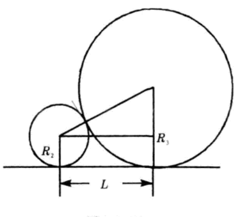


图 4-3-45

［例10］　如图 4-3-46 所示为研究电子枪中电子在电场中运动的简化模型示意图. 在 Oxy 平面的 $ABCD$ 区域内，存在两个场强大小均为 E 的匀强电场Ⅰ和Ⅱ，两电场的边界均是边长为 L 的正方形（不计电子所受重力）.

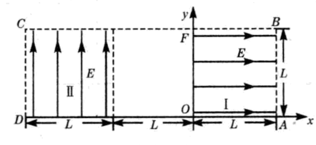


图 4-3-46

(1)在该区域 AB 边的中点处由静止释放电子，求电子离开 $ABCD$ 区域的位置.

(2)在电场Ⅰ区域内适当位置由静止释放电子，电子恰能从 $ABCD$ 区域左下角 D 处离开，求所有释放点的位置.

(3)若将左侧电场Ⅱ整体水平向右移动 $L/n(n \geqslant 1)$，仍使电子从 $ABCD$ 区域左下角 D 处离开（D 不随电场移动），求在电场Ⅰ区域内由静止释放电子的所有位置.

［分析］　(1)设电子的质量为 m，电量为 e，电子在电场Ⅰ中做匀加速直线运动，出区域Ⅰ时的速度为 v_0，此后在电场Ⅱ做类平抛运动，假设电子从 CD 边射出，出射点纵坐标为 y，由平抛运动特点有 $eEL = \frac{1}{2}mv_0^2$，$(\frac{L}{2} - y) = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}\frac{eE}{m}\left(\frac{L}{v_0}\right)^2$

解得 $y = \frac{1}{4}L$（临界条件），假设成立，电子离开 $ABCD$ 区域位置坐标为 $(-2L, \frac{1}{4}L)$

(2)设释放点在电场区域Ⅰ中，其坐标为 (x, y)，在电场Ⅰ中电子被加速到 v_1，然后进入电场Ⅱ做类平抛运动，并从 D 点离开，有 $eEx = \frac{1}{2}mv_1^2$，$y = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}\frac{eE}{m}\left(\frac{L}{v_1}\right)^2$

解得 $xy = \frac{L^2}{4}$（临界条件），即在电场Ⅰ区域内满足方程的点即为所求位置.

(3)设电子从 (x, y) 点释放，在电场Ⅰ中加速到 v_2，进入电场Ⅱ后做类平抛运动，在高

度为 y' 处离开电场Ⅱ时的情景与(2)中类似，然后电子做匀速直线运动，经过 D 点，则有 $eEx=\frac{1}{2}mv_2^2$，$y-y'=\frac{1}{2}at^2=\frac{1}{2}\frac{eE}{m}\left(\frac{L}{v_2}\right)^2$，$v_y=at=\frac{eEL}{mv_2}$，$y'=v_y\frac{L}{nv_2}$

解得 $xy=L^2\left(\frac{1}{2n}+\frac{1}{4}\right)$（临界条件），即在电场Ⅰ区域内满足方程的点为所求位置.

［例 11］ 飞行时间质谱仪可通过测量离子飞行时间得到离子的荷质比 q/m，如图 4-3-47 所示. 带正电的离子经电压为 U 的电场加速后进入长度为 L 的真空管 AB，可测得离子飞越 AB 所用时间 t_1. 改进以上方法，如图 4-3-48 所示，让离子飞越 AB 后进入场强为 E（方向如图）的匀强电场区域 BC，在电场的作用下离子返回 B 端，此时，测得离子从 A 出发后飞行的总时间 t_2.（不计离子重力）

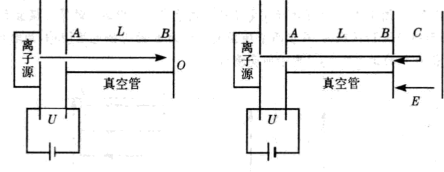


图 4-3-47　　　　图 4-3-48

(1)忽略离子源中离子的初速度，①用 t_1 计算荷质比；②用 t_2 计算荷质比.

(2)离子源中相同荷质比离子的初速度不尽相同，设两个荷质比都为 q/m 的离子在 A 端的速度分别为 v 和 v'（$v\neq v'$），在改进后的方法中，它们飞行的总时间通常不同，存在时间差 Δt，可通过调节电场 E 使 $\Delta t=0$. 求此时 E 的大小.

［分析］ (1)①设离子带电量为 q，质量为 m，经电场加速后速度为 v，$qU=\frac{1}{2}mv^2$，离子飞越真空管，在 AB 做匀速直线运动，则 $L=vt_1$. 解得离子荷质比：$\frac{q}{m}=\frac{L^2}{2Ut_1^2}$

②离子在匀强电场区域 BC 中做往返运动，设加速度为 a，则：$qE=ma$，$t_2=\frac{L}{v}+\frac{2v}{a}$，解得离子荷质比为 $\frac{q}{m}=\frac{1}{2U}\left(L+\frac{4U}{E}\right)^2\frac{1}{t_2^2}$ 或 $\frac{q}{m}=\left(\frac{L}{\sqrt{2U}}+\frac{2\sqrt{2U}}{E}\right)^2\frac{1}{t_2^2}$

(2)两离子初速度分别为 v、v'，则有 $t=\frac{L}{v}+\frac{2v}{qE/m}$，$t'=\frac{L}{v'}+\frac{2v'}{qE/m}$，$\Delta t=t-t'=\left\{\frac{L}{vv'}-\frac{2m}{qE}\right\}(v'-v)$，要使 $\Delta t=0$（临界条件），

则须 $\frac{L}{vv'}-\frac{2m}{qE}=0$，即 $E=\frac{2mvv'}{qL}$



［例 12］　如图 4-3-49，一半径为 R 的光滑绝缘半球面开口向下，固定在水平面上．整个空间存在匀强磁场，磁感应强度方向竖直向下．一电荷量为 $q(q>0)$、质量为 m 的小球 P 在球面上做水平的匀速圆周运动，圆心为 O'．球心 O 到该圆周上任一点的连线与竖直方向的夹角为 $\theta(0<\theta<\pi/2)$．为了使小球能够在该圆周上运动，求磁感应强度大小的最小值及小球 P 相应的速率．重力加速度为 g．

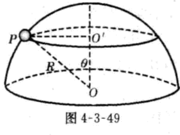


图 4-3-49

［分析］　据题意，小球 P 在球面上做水平的匀速圆周运动，该圆周的圆心为 O'．P 受到向下的重力 mg、球面对它沿 OP 方向的支持力 N 和磁场的洛仑兹力

$f=qvB$　①

式中 v 为小球运动的速率．洛仑兹力 f 方向指向 O'．根据牛顿第二定律 $N\cos\theta-mg=0$　②

$f-N\sin\theta=m\dfrac{v^2}{R\sin\theta}$　③

由①②③得 $v^2-\dfrac{qBR\sin\theta}{m}v+\dfrac{gR\sin^2\theta}{\cos\theta}=0$　④

由于 v 是实数，必须满足 $\Delta=\left(\dfrac{qBR\sin\theta}{m}\right)^2-\dfrac{4gR\sin^2\theta}{\cos\theta}\geqslant 0$　⑤

由此得 $B\geqslant\dfrac{2m}{q}\sqrt{\dfrac{g}{R\cos\theta}}$　⑥（临界条件）

为了使小球能在圆周上运动，磁感应强度 B 的最小值 $B_{\min}=\dfrac{2m}{q}\sqrt{\dfrac{g}{R\cos\theta}}$　⑦

此时，带电小球做匀速圆周运动的速率为 $v=\dfrac{qB_{\min}R\sin\theta}{2m}$　⑧（临界值）

由⑦⑧式得 $v=\sqrt{\dfrac{gR}{\cos\theta}}\sin\theta$（临界值）

［例 13］　两平面荧光屏互相垂直放置，在两屏内分别取垂直于两屏交线的直线为 x 轴和 y 轴，交点 O 为原点，如图 4-3-50 所示，在 $y>0$，$0<x<a$ 的区域有垂直于纸面向里的匀强磁场，在 $y>0$，$x>a$ 的区域有垂直于纸面向外的匀强磁场，两区域内的磁感应强度大小均为 B．在 O 点有一处小孔，一束质量为 m、带电量为 $q(q>0)$ 的粒子沿 x 轴经小孔射入磁场，最后打在竖直和水平荧光屏上，使荧光屏发亮．入射粒子的速度可取从零到某一最大值之间的各种数值．已知速度最大的粒子在 $0<x<a$ 的区域中运动的时间与在 $x>a$ 的区域中运动的时间之比为 $2:5$，在磁场中运动的总时间为 $7T/12$，其中 T 为该粒子在磁感应强度为 B 的匀强磁场中做圆周运动的周期．试求两个荧光屏上亮线的范围（不计重力的影响）．

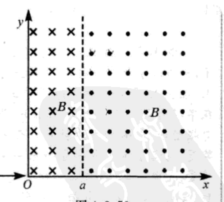


图 4-3-50

[分析] 由于粒子在磁场中做圆周运动的半径有一定的范围，打在竖直屏上的和打在水平屏的半径不同，故分两种情况考虑：

(1)如图 4-3-51 所示，粒子在磁感应强度为 B 的匀强磁场中运动的半径为 $r=\dfrac{mv}{qB}$，速度小的粒子将在 $x<a$ 的区域走完半圆，射到竖直屏上. 半圆的直径在 y 轴上，半径的范围从 0 到 a，屏上发亮的范围从 0 到 $2a$.

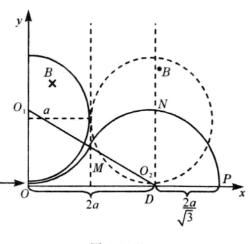


图 4-3-51

(2)轨道半径大于 a 的粒子开始进入右侧磁场，考虑 $r=a$ 的临界情况，这种粒子在右侧的圆轨迹与 x 轴在 D 点相切(虚线)，$OD=2a$，这是水平屏上发亮范围的左边界. 速度最大的粒子的轨迹如图中实线所示，它由两段圆弧组成，圆心分别为 O_1 和 O_2，O_1 在 y 轴上，由对称性可知 O_2 在 $x=2a$ 直线上. 设 t_1 为粒子在 $0<x<a$ 的区域中速率最大粒子运动的时间，t_2 为在 $x>a$ 的区域中速率最大粒子运动的时间，由题可知

$\dfrac{t_1}{t_2}=\dfrac{2}{5}$，$t_1+t_2=\dfrac{7T}{12}$，由此解得：$t_1=\dfrac{T}{6}$，$t_2=\dfrac{5T}{12}$

相应粒子在两磁场中的偏转角分别为 $\theta_1=\dfrac{2\pi}{6}=\dfrac{\pi}{3}$，$\theta_2=\dfrac{5\times 2\pi}{12}=\dfrac{5\pi}{6}$

因该粒子一定打在 x 轴上，而 $\theta_2-\theta_1=\dfrac{\pi}{2}$，说明粒子是垂直打在 x 轴上. 即圆心 O_2 在 x 轴上. O_2 与 D 共点. 由以上关系式和对称性可得：$\angle OO_1M=60^\circ$，$\angle MO_2N=60^\circ$

在 $x>a$ 的区域中，设速率为最大值粒子的轨道半径为 R，由直角 $\triangle O_1OO_2$ 可得 $2R\sin 60^\circ=2a$，$R=\dfrac{2\sqrt{3}a}{3}$，由图可知 $OP=2a+R$，因此水平荧光屏发亮范围的右边界的坐标 $x=2(1+\dfrac{\sqrt{3}}{3})a$. 在水平屏上发亮范围从 $2a$ 到 $2(1+\dfrac{\sqrt{3}}{3})a$

[例 14] **(2009 · 浙江)** 如图 4-3-52 所示，x 轴正方向水平向右，y 轴正方向竖直向上. 在 xOy 平面内与 y 轴平行的匀强电场，在半径为 R 的圆内还有与 xOy 平面垂直的匀强磁场. 在圆的左边放置一带电微粒发射装置，它沿 x 轴正方向发射出一束具有相同质量 m、电荷量 $q(q>0)$ 和初速度 v 的带电微粒. 发射时，这束带电微粒分布在 $0<y<2R$ 的区间内. 已知重力加速度大小为 g.

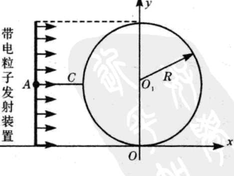


图 4-3-52

(1)从 A 点射出的带电微粒平行于 x 轴从 C 点进入有磁场区域，并从坐标原点 O 沿 y 轴负方向离开，求电场强度和磁感应强度的大小与方向.

(2)请指出这束带电微粒与 x 轴相交的区域,并说明理由.

(3)在这束带电微粒初速度变为 $2v$,那么它们与 x 轴相交的区域又在哪里?并说明理由.

[分析] (1)在电场中能沿水平方向运动,说明电场力与重力平衡,电场力方向向上,场强方向也向上,有 $qE=mg$,可得场强大小为 $E=\frac{mg}{q}$

带电粒子在磁场中做匀速圆周运动,从 C 点入射磁场在 O 点离开磁场,由左手定则可知磁场方向垂直于纸面向外,同时说明轨迹半径与磁场区域半径相同,有

$\frac{mv^2}{R}=qvB$ 可得磁感应强度大小 $B=\frac{mv}{qR}$.

(2)这束微粒在磁场中做圆周运动的半径相同,它们圆心轨迹如图 4-3-53 中虚线所示,由图可知所有的带电微粒均交于原点 O. 因为圆心轨迹的圆心在 O 点,所以,O 点是所有微粒做圆周运动圆周轨迹上的一点,故均相交于 O 点.

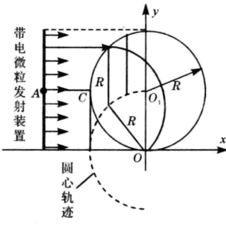


图 4-3-53

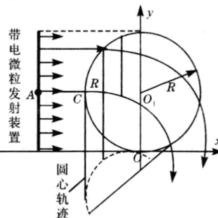


图 4-3-54

(3)在这束带电微粒初速度变为 $2v$,其圆周运动的半径变为 $2R$,但圆心的轨迹半径还是 R,只是圆心的纵坐标下移到 $-R$ 处,如图 4-3-54 中的虚线所示,带电微粒离开磁场后做匀速直线运动,越高的微粒打在 x 轴的坐标越大,所以,打在 x 轴上的范围是:$x>0$.

[例 15] (2009·海南)如图 4-3-55 所示,$ABCD$ 是边长为 a 的正方形. 质量为 m、电荷量为 e 的电子以大小为 v_0 的初速度沿纸面垂直于 BC 边射入正方形区域. 在正方形内适当区域中有匀强磁场. 电子从 BC 边上的任意点入射,都只能从 A 点射出磁场. 不计重力,求:

D C
A B

图 4-3-55

(1)此匀强磁场区域中磁感应强度的方向和大小.

(2)此匀强磁场区域的最小面积.

[分析] (1)要使从 C 点入射粒子从 A 点射出,其偏转的距离最大,而其轨迹在磁场中,所以,该轨迹就是磁场包络线的一部分,由于粒子在磁场中做匀速圆周运动,从 C 点入射的粒子半径为 $R=a$,因为 $ev_0B=\frac{mv_0^2}{R}$ 可得 $B=\frac{mv_0}{ea}$ 电子带负电,磁场方向垂

直于纸面向外.

(2)建立图 4-3-56 所示坐标系，入射粒子若均通过 A 点(即坐标原点 O)，以 A 为圆心，以 a 为半径，图中四分之一圆弧就是所有粒子在磁场中做圆周运动圆心的轨迹. 由于粒子是垂直于 BC 方向进入磁场，在圆心轨迹上任取一点作 AB 垂线长为 a 的 P 点，就是入射点，由图可知，$x^2+(a-y)^2=a^2$，此式所表示的圆弧就是入射粒子进入磁场的边界线(即包络线)，C 点入射的粒子轨迹线要在磁场区域内，该条轨迹就是磁场包络线的另一部分，两条包络线所包含的面积，就是匀强磁场区域的最小面积 $S_{\min}=2\cdot(\frac{\pi a^2}{4}-\frac{a^2}{2})=(\frac{\pi}{2}-1)a^2$.

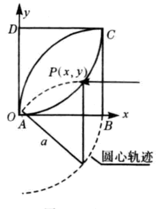


图 4-3-56

[评析] 例 14 和例 15 从考查的角度来讲都是考查到了磁聚焦的问题，即平行入射到有界磁场后，能汇聚到一点离开磁场，反之从某一点进入磁场，能互相平行地离开磁场(这是前一种运动的可逆). 磁聚焦问题要引起重视.

[例 16] (2009·四川)如图 4-3-57 所示，直线形挡板 $p_1p_2p_3$ 与半径为 r 的圆弧形挡板 $p_3p_4p_5$ 平滑连接并安装在水平台面 $b_1b_2b_3b_4$ 上，挡板与台面均固定不动. 线圈 $c_1c_2c_3$ 的匝数为 n，其端点 c_1、c_3 通过导线分别与电阻 R_1 和平行板电容器相连，电容器两极板间的距离为 d，电阻 R_1 的阻值是线圈 $c_1c_2c_3$ 阻值的 2 倍，其余电阻不计，线圈 $c_1c_2c_3$ 内有一面积为 S、方向垂直于线圈平面向上的匀强磁场，磁场的磁感应强度 B 随时间均匀增大. 质量为 m 的小滑块带正电，电荷量始终保持为 q，在水平台面上以初速度 v_0 从 p_1 位置出发，沿挡板运动并通过 P_5 位置. 若电容器两板间的电场为匀强电场，P_1、P_2 在电场外，间距为 l，其间小滑块与台面的动摩擦因数为 μ，其余部分的摩擦不计，重力加速度为 g. 求：

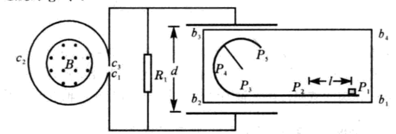


图 4-3-57

(1)小滑块通过 P_2 位置时的速度大小.

(2)电容器两极板间电场强度的取值范围.

(3)经过时间 t，磁感应强度变化量的取值范围.

[分析] (1)小滑块通过 p_2 位置时的速度大小为 v_2，由动能定理有 $\mu mgl=\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{2}mv_2^2$，解得 $v_2=\sqrt{v_0^2-2\mu gl}$

(2)小滑块能沿挡板运动并通过 P_5 位置，它在最接近挡板 b_3b_4 位置时的速度最小，因电场力和滑动摩擦力均做负功，若电场力提供最小速度时的向心力，有



$qE = \frac{mv_{min}^2}{r}$，由动能定理还有 $\mu mgl + qE \cdot 2r \leqslant \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}mv_{min}^2$

由以上两式解得 $0 < E \leqslant \frac{mv_0^2 - 2\mu mgl}{5qr}$　①

(3)线圈感应电动势为 $\varepsilon = nS \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t}$，由楞次定律可知 c_3 为电源的正极

电容器两端电压为 $U = \frac{\varepsilon}{R_1 + r} \cdot R_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + 0.5R_1} \cdot R_1 = \frac{2}{3}nS \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t}$

电容器间的场强 $E = \frac{U}{d} = \frac{2nS}{3d} \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t}$

将场强表达式代入到①式可得 $\frac{2nS}{3d} \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t} \leqslant \frac{mv_0^2 - 2\mu mgl}{5qr}$

当 $\Delta t = t$ 时，$0 < \Delta B \leqslant \frac{3dm(v_0^2 - 2\mu gl)}{10nSqr}t$（不等式中的端点值就是临界值）

[例 17]　图 4-3-58 是某装置的垂直截面图，虚线 A_1A_2 是垂直截面与磁场区边界面的交线，匀强磁场分布在 A_1A_2 的右侧区域，磁感应强度 $B=0.4\text{T}$，方向垂直纸面向外，A_1A_2 与垂直截面上的水平线夹角为 45°. 在 A_1A_2 左侧，固定的薄板和等大的挡板均水平放置，它们与垂直截面交线分别为 S_1、S_2，相距 $L=0.2\text{ m}$. 在薄板上 P 处开一小孔，P 与 A_1A_2 线上点 D 的水平距离为 L. 在小孔处装一个电子快门. 起初快门开启，一旦有带正电微粒通过小孔，快门立即关闭，此后每隔 $T=3.0\times10^{-3}\text{s}$ 开启一次并瞬间关闭. 从 S_1S_2 之间的某一位置水平发射一速度为 v_0 的带正电微粒，它经过磁场区域后入射到 P 处小孔. 通过小孔的微粒与挡板发生碰撞而反弹，反弹速度大小是碰前的 0.5 倍.

(1)经过一次反弹直接从小孔射出的微粒，其初速度 v_0 应为多少？

(2)求上述微粒从最初水平射入磁场到第二次离开磁场的时间.（忽略微粒所受重力影响，碰撞过程无电荷转移. 已知微粒的荷质比 $q/m=1.0\times10^3\text{C/kg}$. 只考虑纸面上带电微粒的运动）

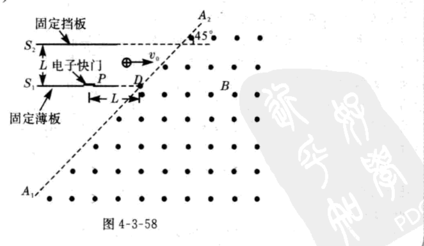


图 4-3-58

[分析]　(1)如图 4-3-59 所示，设带正电微粒在 S_1S_2 之间任意点 Q 以水平速度 v_0 进入磁场，微粒受到的洛仑兹力为 f，在磁场中做圆周运动的半径为 r，有



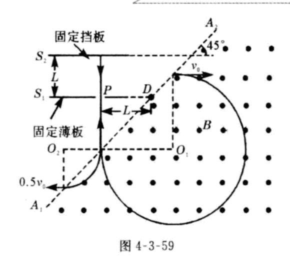


图 4-3-59

$qv_0B=\frac{mv_0^2}{r}$，解得：$r=\frac{mv_0}{qB}$

微粒能进入小孔，半径 r 取值范围为：$L<r<2L$（两个端点值是半径临界条件），代入数据得：$80\text{m/s}<v_0<160\text{m/s}$（速度临界条件），欲使进入小孔的微粒与挡板一次相碰返回后能通过小孔，还必须满足条件：$\frac{L}{v_0}+\frac{L}{0.5v_0}=nT$ 其中 $n=1,2,3,\cdots$

可知，只有 $n=2$ 满足条件，即有：$v_0=100\text{m/s}$

(2)设微粒在磁场中做圆周运动的周期为 T_0，从水平进入磁场到第二次离开磁场的总时间为 t，设 t_1、t_4 分别为带电微粒第一次、第二次在磁场中运动的时间，第一次离开磁场运动到挡板的时间为 t_2，碰撞后再返回磁场的时间为 t_3，运动轨迹如图 4-3-59 所示，则有：$T_0=\frac{2\pi r}{v_0}$；$t_1=\frac{3}{4}T_0$；$t_2=\frac{2L}{v_0}$；$t_3=\frac{2L}{0.5v_0}$；$t_4=\frac{1}{4}T_0$，$t=t_1+t_2+t_3+t_4=2.8\times10^{-2}\text{s}$

[例 18] 飞行时间质谱仪可以对气体分子进行分析. 如图 4-3-60 所示，在真空状态下，脉冲阀 P 喷出微量气体，经激光照射产生不同价位的正离子，自 a 板小孔进入 a、b 间的加速电场，从 b 板小孔射出，沿中线方向进入 M、N 板间的偏转控制区，到达探测器. 已知元电荷电量为 e，a、b 板间距为 d，极板 M、N 的长度和间距均为 L. 不计离子重力及进入 a 板时的初速度.

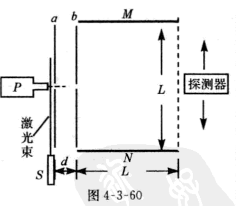


图 4-3-60

(1)当 a、b 间的电压为 U_1 时，在 M、N 间加上适当的电压 U_2，使离子到达探测器. 请导出离子的全部飞行时间与比荷 K（$K=ne/m$）的关系式.

(2)去掉偏转电压 U_2，在 M、N 间区域加上垂直于纸面磁感应强度 B 的匀强磁场，若进入 a、b 间所有离子质量均为 m，要使所有离子均能通过控制区从右侧飞出，a、b 间的加速电压 U_1 至少为多少？

[分析] (1)由动能定理：$neU_1=\frac{1}{2}mv^2$，n 价正离子在 a、b 间的加速度 $a_1=\frac{neU_1}{md}$，在 a、b 间运动的时间 $t_1=\frac{v}{a_1}=\sqrt{\frac{2m}{neU_1}}d$，在 MN 间运动时间 $t_2=\frac{L}{v}$

离子到达探测器的时间 $t=t_1+t_2=\frac{2d+L}{\sqrt{2KU_1}}$

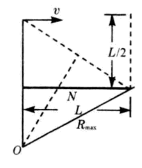


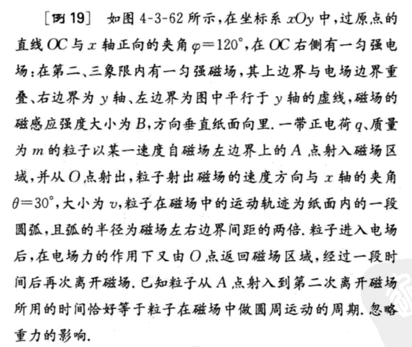
图 4-3-61

(2)假定 n 价正离子在磁场中向 N 板偏转，洛仑兹力充当向心力，设轨迹半径为 R，由牛顿第二定律得：$nevB=m\frac{v^2}{R}$

离子刚好从 N 板右侧边缘(临界条件)穿出时的半径为最小半径 R_{min}(即临界半径)，由图 4-3-61(只画出部分相关图)中几何关系有 $R_{min}^2=L^2+(R_{min}-L/2)^2$，解得 $R_{min}=\frac{5}{4}L$

$\frac{1}{2}mv_{min}^2=\frac{(neBR_{min})^2}{2m}=neU_1$，$U_1=\frac{25neL^2B^2}{32m}$

当 $n=1$ 时 U_1 取最小值 $U_{min}=\frac{25eL^2B^2}{32m}$ (临界值)



[例 19] 如图 4-3-62 所示，在坐标系 xOy 中，过原点的直线 OC 与 x 轴正向的夹角 $\varphi=120°$，在 OC 右侧有一匀强电场：在第二、三象限内有一匀强磁场，其上边界与电场边界重叠、右边界为 y 轴、左边界为图中平行于 y 轴的虚线，磁场的磁感应强度大小为 B，方向垂直纸面向里. 一带正电荷 q、质量为 m 的粒子以某一速度自磁场左边界上的 A 点射入磁场区域，并从 O 点射出，粒子射出磁场的速度方向与 x 轴的夹角 $\theta=30°$，大小为 v，粒子在磁场中的运动轨迹为纸面内的一段圆弧，且弧的半径为磁场左右边界间距的两倍. 粒子进入电场后，在电场力的作用下又由 O 点返回磁场区域，经过一段时间后再次离开磁场. 已知粒子从 A 点射入到第二次离开磁场所用的时间恰好等于粒子在磁场中做圆周运动的周期. 忽略重力的影响.

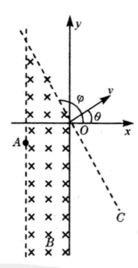
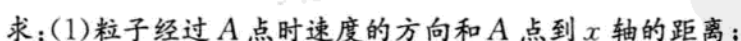


图 4-3-62

求：(1)粒子经过 A 点时速度的方向和 A 点到 x 轴的距离；

(2)匀强电场的大小和方向；

(3)粒子从第二次离开磁场到再次进入电场时所用的时间.





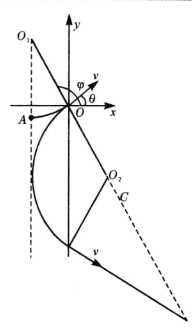


图 4-3-63

[分析] (1)设磁场宽度为 d,从 O 点飞离磁场的速度方向与磁场边界 OC 垂直,所以,轨迹的圆心在 OC 线上,又因轨迹半径是磁场宽度的 2 倍,所以,圆心 O_1 在磁场两边界线的交点上,那么,粒子经过 A 点时速度的方向一定与边界线垂直,即平行于 x 轴. 由题意和轨迹图 4-3-63 可知:

$R = 2d = \dfrac{mv}{qB}$,A 点到 x 轴的距离为 l, $l = R(1-\cos 30°) = (1-\dfrac{\sqrt{3}}{2})\dfrac{mv}{qB}$

(2)粒子离开 O 点后能在电场力的作用下回到 O 点,说明匀强电场方向与速度方向相反,即与 x 轴负方向的夹角为 30°,粒子在匀强电场中运动的时间为 t_E,即有

$qEt_E = 2mv$,由题意可知 $t_{B_1} + t_{B_2} + t_E = \dfrac{2\pi m}{qB}$

粒子第二次进入磁场后运动轨迹刚好与磁场区域左侧边界线相切(临界状态),由图 4-3-63 可知,第二次在磁场区域做匀速圆周运动轨迹的圆心角为 φ 角,第一次在磁场区域做匀速圆周运动轨迹的圆心角为 θ 角,而 $\theta = \dfrac{\pi}{6}$ $\qquad \varphi = \dfrac{\pi}{2} + \theta = \dfrac{2\pi}{3}$

$t_{B_1} + t_{B_2} = \dfrac{\theta+\varphi}{2\pi}\cdot\dfrac{2\pi m}{qB} = \dfrac{5\pi m}{6qB}$,解得 $E = \dfrac{2mv}{q}\cdot\dfrac{6qB}{7\pi m} = \dfrac{12Bv}{7\pi}$

(3)粒子从第二次离开磁场到再次进入电场,先在无场区做匀速直线运动,该段距离长度为 s,由图 4-3-63 可知 $s = \sqrt{3}R = \dfrac{\sqrt{3}mv}{qB}$ 所需时间为 $t_x = \dfrac{s}{v} = \dfrac{\sqrt{3}m}{qB}$

[例 20] **(2009·重庆)**如图 4-3-64,离子源 A 产生的初速为零、带电量均为 e、质量不同的正离子被电压为 U_0 的加速电场加速后匀速通过准直管,垂直射入匀强偏转电场,偏转后通过极板 HM 上的小孔 S 离开电场,经过一段匀速直线运动,垂直于边界 MN 进入磁感应强度为 B 的匀强磁场. 已知 $HO = d$, $HS = 2d$, $\angle MNQ = 90°$.(忽略粒子所受重力)

(1)求偏转电场场强 E_0 的大小以及 HM 与 MN 的夹角 φ;

(2)求质量为 m 的离子在磁场中做圆周运动的半径;

(3)若质量为 $4m$ 的离子垂直打在 NQ 的中点 S_1 处,质量为 $16m$ 的离子打在 S_2 处. 求 S_1 和 S_2 之间的距离以及能打在 NQ 上的正离子的质量范围.

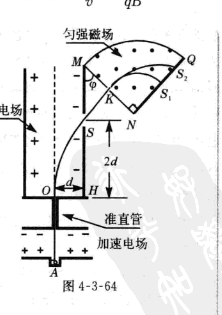


图 4-3-64

[分析] (1)离子在加速电场有 $\frac{1}{2}mv_0^2 = eU_0$

解得 $v_0 = \sqrt{\frac{2eU_0}{m}}$

离子在偏转电场做类平抛运动有 $v_0 t = 2d$，$\frac{v_{E_0}}{2}t = d$，所以 $v_{E_0} = v_0$

由动能定理有 $\frac{1}{2}mv_{E_0}^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 = eE_0 d$，解得 $E_0 = \frac{U_0}{d}$

离子离开偏转电场时速度与 MH 板间夹角为 θ，$\tan\theta = \frac{v_{E_0}}{v_0} = 1$，$\theta = 45°$，

而离开是垂直于边界 MN 进入磁场，所以，$\varphi = \theta = 45°$.

(2)离子离开电场时的速度大小 $v = \sqrt{2}v_0 = 2\sqrt{\frac{eU_0}{m}}$，离子进入磁场做匀速圆周运动的半径为 R，有 $evB = \frac{mv^2}{R}$，$R = \frac{2}{B}\sqrt{\frac{mU_0}{e}}$.

(3)由(2)中可知 $R_1 = \frac{2}{B}\sqrt{\frac{4mU_0}{e}}$，$R_2 = \frac{2}{B}\sqrt{\frac{16mU_0}{e}} = 2R_1$

由题意可知 N 是 $4m$ 的离子轨迹的圆心，$NK = NS_1 = R_1$

所以 $NS_2 = \sqrt{R_2^2 - (R_2 - R_1)^2} = \sqrt{3}R_1$

$S_1S_2 = NS_2 - NS_1 = 4(\sqrt{3}-1)\sqrt{\frac{mU_0}{eB^2}}$，由图 4-3-65 可知能打在 NQ 上的正离子的最大半径 R_{max}，$R_{max}^2 = (2R_1)^2 + (R_{max} - R_1)^2$，

$R_{max} = 2.5R_1 = \frac{2}{B}\sqrt{\frac{25mU_0}{e}}$，$R_{min} = \frac{R_1}{2} = \frac{2}{B}\sqrt{\frac{mU_0}{e}}$，质量范围为 $m \to 25m$.

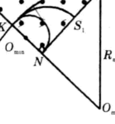
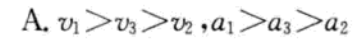


图 4-3-65

思维考试测试



1. 我国发射"神舟"六号飞船时，先将飞船发送到一个椭圆轨道上，其近地点 M 距地面 200km，远地点 N 距地面 340km，进入该轨道正常运行时，通过 M、N 点的速率分别为 v_1 和 v_2，如图 4-3-66所示. 当飞船通过 N 点时，地面指挥部发出指令，点燃飞船上的发动机，使飞船在短时间内加速后进入离地面 340km 的圆形轨道，开始绕地球做匀速圆周运动，这时飞船的速率为 v_3. 比较飞船在 M、N、P 三点正常运行时(不包括点燃加速阶段)的速率大小和加速度大小，下列结论正确的是 ( )

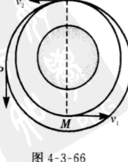


图 4-3-66

A. $v_1 > v_3 > v_2$，$a_1 > a_3 > a_2$　　B. $v_1 > v_2 > v_3$，$a_1 > a_2 = a_3$

C. $v_1 > v_2 = v_3$，$a_1 > a_2 > a_3$　　D. $v_1 > v_3 > v_2$，$a_1 > a_2 = a_3$

2. **(2009 · 湖北五市联考)** 如图 4-3-67 所示，光滑水平面上，质量为 m 的小球 A 和质量为 $\frac{1}{3}m$ 的小球 B 通过轻质弹簧相连并处于静止状态，弹簧处于自由伸长状态；质量为 m 的小球 C 以初速度 v_0 沿 AB 连线向右匀速运动，并与小球 A 发生弹性正碰. 在小球 B 的右侧某位置固定一块弹性挡板(图中未画出)，当小球 B 与挡板发生正碰后立刻将挡板撤走. 不计所有碰撞过程中的机械能损失，弹簧始终处于弹性限度以内，小球 B 与固定挡板的碰撞时间极短，碰后小球 B 的速度大小不变，但方向相反，则 B 与挡板碰后弹簧弹性势能的最大值 E_m 可能是 ( )

图 4-3-67

A. mv_0^2　　B. $\frac{1}{2}mv_0^2$　　C. $\frac{1}{6}mv_0^2$　　D. $\frac{1}{8}mv_0^2$

3. 神奇的黑洞是近代引力理论所预言的一种特殊天体，探寻黑洞的方案之一是观测双星系统的运动规律. 天文学家观测河外星系大麦哲伦云时，发现了 LMCX-3 双星系统，它由可见星 A 和不可见的暗星 B 构成. 两星视为质点，不考虑其他天体的影响，A、B 围绕两者连线上的 O 点做匀速圆周运动，它们之间的距离保持不变. 如图 4-3-68 所示. 引力常量为 G，由观测能够得到可见星 A 的速率 v 和运行周期 T. 求

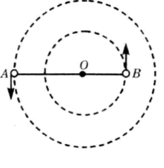


图 4-3-68

(1)可见星 A 所受暗星 B 的引力 F_A 可等效为位于 O 点的处质量为 m' 的星体(视为质点)对它的引力. 设 A 和 B 的质量分别为 m_1、m_2，试求 m'(用 m_1、m_2 表示)；

(2)求暗星 B 的质量 m_2 与可见星 A 的速率 v、运行周期 T 和质量 m_1 之间的关系式；

(3)恒星演化到末期，如果其质量大于太阳质量 m_s 的 2 倍，它将有可能成为黑洞. 若可见星 A 的速率 $v=2.7\times10^5\ \mathrm{m/s}$，运动周期 $T=4.7\pi\times10^4\ \mathrm{s}$，质量 $m_1=6m_s$，试通过估算来判断暗星 B 有可能是黑洞吗？($G=6.67\times10^{-11}\ \mathrm{N\cdot m^2/kg^2}$，$m_s=2.0\times10^{30}\ \mathrm{kg}$)

4. 物体从地球上逃逸速度为 $v=\sqrt{\frac{2GM}{R}}$，其中万有引力常量 $G=6.67\times10^{-11}\ \mathrm{N\cdot m^2/kg^2}$，$M$ 为地球质量，R 为地球半径，请求解下列问题：

(1)逃逸速度大于真空中光速的天体叫做黑洞. 设某黑洞的质量 $M=1.98\times10^{30}\ \mathrm{kg}$，求它的可能最大半径.

(2)在目前天文观测范围内，物质的平均密度 $\rho=1.00\times10^{-27}\ \mathrm{kg/m^3}$. 如果我们认为宇宙是这样一个大球体，其密度使得它的逃逸速度大于光在真空中的速度 c. 因此任何物体都不能脱离宇宙，则宇宙的半径至少多大？(结果保留一位有效数字)

5. 如图 4-3-69 所示，两个质量为 m 的小球用长为 l 的不可伸长的轻线相连，将轻线水平拉直，并让两球由静止开始同时自由下落，下落 h 高度后，线的中点碰到水平的钉子上如果细线能承受的最大拉力为 T_0，要使线能被拉断，h 至少应为多大.

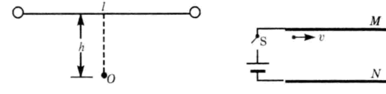


图 4-3-69　　　　图 4-3-70

6. 相距为 d 的两块平行金属板 M、N 与电源连接，如图 4-3-70 所示，开关 S 闭合后，M、N 间有匀强电场，一重力不计的带电粒子垂直于电场方向从 M 板边缘射入电场，恰好打在 N 板中央，求：

(1)为使粒子刚好能飞出电场，N 板应竖直向下移多少？

(2)将开关 S 断开，仍欲使粒子刚好能飞出电场，N 板又应竖直向下移多少？

7. 如图 4-3-71 所示，半径 $R=10$ cm 的圆形区域边界跟 y 轴相切于坐标系原点 O，磁感应强度 $B=0.332\text{T}$，方向垂直于纸面向里，在 O 处有一放射源 S，可沿纸面向各个方向射出速率均为 $v=3.2\times10^6\,\text{m/s}$ 的 α 粒子. 已知 α 粒子的质量 $m=6.64\times10^{-27}\,\text{kg}$，电量 $q=3.2\times10^{-19}\,\text{C}$

(1)画出 α 粒子通过磁场空间做圆运动的圆心的轨迹.

(2)求出 α 粒子通过磁场空间的最大偏转角 θ.

(3)再以过 O 点并垂直纸面的直线为轴旋转磁场区域，能使穿过磁场区域且偏转角最大的 α 粒子射到正方向的 y 轴上，则圆形磁场直径 OA 至少应转过多大的角度 β.

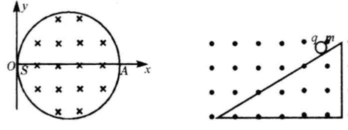


图 4-3-71　　　　图 4-3-72

8. 一带电量为 $+q$，质量为 m 的小球从一倾角为 θ 的光滑斜面上由静止开始滑下，斜面处于磁感应强度为 B 的匀强磁场中，磁场方向垂直于纸面向外，如图 4-3-72 所示，求小球在斜面上滑行的速度范围和最大距离.

9. **(2009・山东)** 如图 4-3-73 所示，建立 Oxy 坐标系，两平行极板 P、Q 垂直于 y 轴且关于 x 轴对称，极板长度和板间距均为 l，第一、四象限有磁场，方向垂直于 Oxy 平面向里. 位于极板左侧的粒子源沿 x 轴向右连接发射质量为 m、电量为 $+q$、速度相同、重力不计的带电粒子，在 $0\sim3t_0$ 时间内两板间加上如图 4-3-74 所示的电压(不考虑极板边缘影响). 已知 $t=0$ 时刻进入两板间的带电粒子恰好在 t_0 时刻经极板边缘射入磁场. 上述 m、q、l、t_0、B 为已知量.(不考虑粒子间相互影响及返回极板间的情况)

(1)求电压 U_0 的大小.

(2)求 $t_0/2$ 时进入两板间的带电粒子在磁场中做圆周运动的半径.



(3)何时进入两板间的带电粒子在磁场中的运动时间最短？求此最短时间.

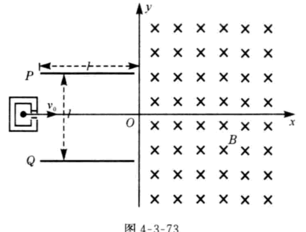


图 4-3-73

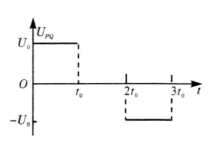


图 4-3-74

10. **(2009·福建)**图 4-3-75 为可测定比荷的某装置的简化示意图，在第一象限区域内有垂直于纸面向里的匀强磁场，磁感应强度大小 $B=2.0\times10^{-3}$T，在 x 轴上距坐标原点 $L=0.50$m 的 P 处为离子的入射口，在 y 上安放接收器，现将一带正电荷的粒子以 $v=3.5\times10^4$m/s速率从 P 处射入磁场，若粒子在 y 轴上距坐标原点 $L=0.50$ m 的 M 处被观测到，且运动轨迹半径恰好最小，设带电粒子的质量为 m，电量为 q，不计其重力.

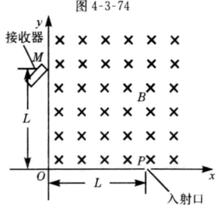


图 4-3-75

(1)求上述粒子的比荷 $\frac{q}{m}$；

(2)如果在上述粒子运动过程中的某个时刻，在第一象限内再加一个匀强电场，就可以使其沿 y 轴正方向做匀速直线运动，求该匀强电场的场强大小和方向，并求出从粒子射入磁场开始计时经过多长时间加这个匀强电场；

(3)为了在 M 处观测到按题设条件运动的上述粒子，在第一象限内的磁场可以局限在一个矩形区域内，求此矩形磁场区域的最小面积，并在图中画出该矩形.

11. **(2010·重庆)**某兴趣小组用如图 4-3-76 所示的装置进行实验研究. 他们在水平桌面上固定一内径为 d 的圆柱形玻璃杯，杯口向上放置一直径为 $\frac{3}{2}d$、质量为 m 的匀质薄圆板，板上放一质量为 $2m$ 的小物块，板中心、物块均在杯的轴线上，物块与板间动摩擦因数为 μ，不计板与杯之间的摩擦力，重力加速度为 g，不考虑板的翻转.

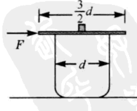


图 4-3-76

(1)对板施加指向圆心的水平外力 F，设物块与板间最大静摩擦力为 f_{max}，若物块能在板上滑动. 求 F 应满足的条件；

(2)如果对板施加的指向圆心的水平外力是作用时间极短的较大冲击力，冲量为 I，

①I 应满足什么条件才能使物块从板上掉下？

②物块从开始运动到掉下时的位移 s 为多少?

③根据 s 与 I 的关系式说明要使 s 更小,冲量应如何改变.

12.(**2010·重庆**)小明站在水平地面上,手握不可伸长的轻绳一端,绳的另一端系有质量为 m 的小球,甩动手腕,使球在竖直平面内做圆周运动,当球某次运动到最低点时,绳突然断掉. 球飞离水平距离 d 后落地,如图 4-3-77 所示,已知握绳的手离地面高度为 d,手与球之间的绳长为 $\frac{3}{4}d$,重力加速度为 g,忽略手的运动半径和空气阻力.

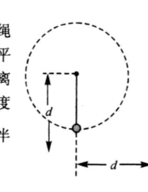


图 4-3-77

(1)求绳断时球的速度大小 v_1 球落地时的速度大小 v_2;

(2)问绳能承受的最大拉力多大?

(3)改变绳长,使球重复上述运动. 若绳仍在球运动到最低点时断掉,要使球抛出的水平距离最大,绳长应为多少? 最大水平距离为多少?

13.(**2010·全国Ⅰ**)如图 4-3-78 所示,在 $0\leqslant x\leqslant\sqrt{3}a$ 区域内存在与 xy 平面垂直的匀强磁场,磁感应强度的大小为 B. 在 $t=0$ 时刻,一位于坐标原点的粒子源在 xy 平面内发射出大量同种带电粒子,所有粒子的初速度大小相同,方向与 y 轴正方向夹角分布在 0~180°范围内. 已知沿 y 轴正方向发射的粒子在 $t=t_0$ 时刻刚好从磁场边界上 $P(\sqrt{3}a,a)$ 点离开磁场. 求:

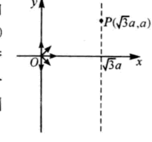


图 4-3-78

(1)粒子在磁场中做圆周运动的半径 R 及粒子的比荷 q/m;

(2)此时刻仍在磁场中的粒子的初速度方向与 y 轴正方向夹角的取值范围;

(3)从粒子发射到全部粒子离开磁场所用的时间.

14.(**2010·全国Ⅱ**)图 4-3-79 中左边有一对平行金属板,两板相距为 d,电压为 U;两板之间有匀强磁场,磁场应强度大小为 B_0,方向平行于板面并垂直于纸面朝里. 图中右边有一边长为 a 的正三角形区域 PQG(PQ 边与金属板垂直),在此区域内及其边界上也有匀强磁场,磁感应强度大小为 B,方向垂直于纸面朝里. 假设一系列电荷量为 q 的正离子沿平行于金属板面,垂直于磁场的方向射入金属板之间,沿同一方向射出金属板之间的区域,并经 PQ 边中点 H 射入磁场区域. 不计重力

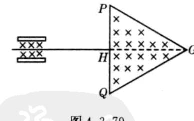


图 4-3-79

(1)已知这些离子中的离子甲到达磁场边界 PG 后,从边界 PQ 穿出磁场,求离子甲的质量;

(2)已知这些离子中的离子乙从 PG 边上的 I 点(图中未画出)穿出磁场,且 GI 长为 $\frac{3}{4}a$,求离子乙的质量;

(3)若这些离子中的最轻离子的质量等于离子甲质量的一半,而离子乙的质量是最大的,问磁场边界上什么区域内可能有离子到达.

15.(**2010·湖南**)如图4-3-80所示，在$0\leqslant x\leqslant a$、$0\leqslant y\leqslant\frac{a}{2}$范围内有垂直于$xy$平面向外的匀强磁场，磁感应强度大小为$B$.坐标原点$O$处有一个粒子源，在某时刻发射大量质量为$m$、电荷量为$q$的带正电粒子，它们的速度大小相同，速度方向均在$xy$平面内，与$y$轴正方向的夹角分布在$0\sim90°$范围内.已知粒子在磁场中做圆周运动的半径介于$a/2$到$a$之间，从发射粒子到粒子全部离开磁场经历的时间恰好为粒子在磁场中做圆周运动周期的四分之一.求最后离开磁场的粒子从粒子源射出时的：

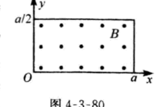


图4-3-80

(1)速度的大小；

(2)速度方向与y轴正方向夹角的正弦.

16.(**2010·广东**)如图4-3-81a所示，左为某同学设想的粒子速度选择装置，由水平转轴及两个薄盘N_1、N_2构成，两盘面平行且与转轴垂直，相距为L，盘上各开一狭缝，两狭缝夹角θ可调(如图b)；右为水平放置的长为d的感光板，板的正上方有一匀强磁场，方向垂直纸面向外，磁感应强度为B.一小束速度不同、带正电的粒子沿水平方向射入N_1，能通过N_2的粒子经O点垂直进入磁场.O到感光板的距离为$d/2$，粒子电荷量为q，质量为m，不计重力.

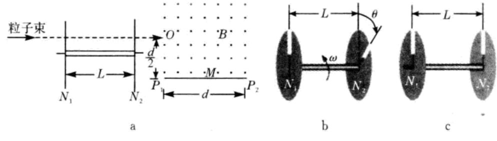


图4-3-81

(1)若两狭缝平行且盘静止(如图c)，某一粒子进入磁场后，竖直向下打在感光板中心点M上，求该粒子在磁场中运动的时间t；

(2)若两狭缝夹角为θ_0，盘匀速转动，转动方向如图b.要使穿过N_1、N_2的粒子均打到感光板P_1P_2连线上.试分析盘转动角速度ω的取值范围(设通过N_1的所有粒子在盘转一圈的时间内都能到达N_2).

17.(**2010·浙江**)有一个放射源水平放射出α、β和γ三种射线，垂直射入如图4-3-82所示磁场.区域Ⅰ和Ⅱ的宽度均为d，各自存在着垂直纸面的匀强磁场，两区域的磁感强度大小B相等，方向相反(粒子运动不考虑相对论效应).

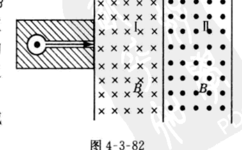


图4-3-82

(1)若要筛选出速率大于v_1的β粒子进入区域Ⅱ，求磁场宽度d与B和v_1的关系；

(2)若$B=0.0034$ T，$v_1=0.1c$(c是光速)，则可得d；α粒子的速率为$0.001c$，计算α和γ射线离开区域Ⅰ时的距离；并给出除去α和γ射

线的方法；

(3)当 d 满足第(1)小题所给关系时，请给出速率在 $v_1>v>v_2$ 区间的 β 粒子离开区域Ⅱ时的位置和方向；

(4)请设计一种方案，能使离开区域Ⅱ的 β 粒子束在右侧聚焦且水平出射.

已知：电子质量 $m_e=9.1\times10^{-31}$ kg，α 粒子质量 $m_\alpha=6.7\times10^{-27}$ kg，电子电荷量 $e=1.6\times10^{-19}$ C，$\sqrt{1+x}\approx1+\frac{x}{2}$（$x\ll1$ 时）



答案与提示

1. D(同一椭圆轨道近地点的速度大于远地点的速度，可知 $v_1>v_2$，近地点的加速度大于远地点的加速度，因为近地点的万有引力大于远地点的万有引力，有 $a_1>a_2$. 卫星在 N 点时只有加速才能沿圆轨道运动，所以 $v_3>v_2$. 过 M 点做一个绕地球的圆轨道即临界轨道，在此轨道上运动的速度为 v_0，卫星在 M 点若要沿椭圆轨道运动就一定要加速，即 $v_1>v_0$，而 N 点所在的圆轨道的半径大于 M 点的圆轨道半径，由环绕地球卫星速度 $v=\sqrt{\frac{GM}{r}}$ 可知 $v_1>v_3$，所以有 $v_1>v_3>v_2$，N 点与 P 点与地球的距离相同，万有引力大小相同，所以加速度大小相等)

2. BC(当小球 C 与小球 A 发生弹性正碰后，它们质量相同，速度互换，小球 C 静止，小球 A 以速度 v_0 将通过弹簧与小球 B 发生相互作用，然后在某一时刻 B 与挡板发生弹碰. B 与挡板碰后弹簧弹性势能的最大值 E_m 可能值有一个范围：当 B 球的动量与 A 球动量相等时，碰后系统的总动量变为零，那么系统总的动能全部转化为弹性的弹性势能，此弹性势能的最大值为 $E_{m\max}=\frac{1}{2}mv_0^2$，若 B 的速度为零与挡板接触，在这种情况下两球获得共同速度时是完全非弹性碰撞，$mv_0=(m+\frac{m}{3})v$，解得 $v=\frac{3v_0}{4}$ 弹性的弹性势能最大值为 $E_{m\min}=\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{2}(m+\frac{m}{3})v^2=\frac{1}{8}mv_0^2$，实际是 B 球上具有速度与挡板相碰，故该值不能包括在内，所以，弹性弹性势能的最大值的范围为 $\frac{1}{8}mv_0^2<E_m\leqslant\frac{1}{2}mv_0^2$. 两个端点值都是临界值)

3. (1)A、B 围绕两者连线上的 O 点做匀速圆周运动，它们之间距离保持不变. 即双星运动周期相同，引力提供向心力有 $F_A=\frac{Gm_1m_2}{(r_1+r_2)^2}=\frac{Gm_1m'}{r_1^2}=m_1\cdot\frac{4\pi^2}{T^2}r_1=m_2\cdot\frac{4\pi^2}{T^2}r_2$，由该关系式可知 $\frac{r_1}{r_2}=\frac{m_2}{m_1}$，所以有 $m'=\frac{r_1^2m_2}{(r_1+r_2)^2}=\frac{m_2}{(1+r_2/r_1)^2}=\frac{m_2^3}{(m_1+m_2)^2}$；

(2) $\frac{m_1v^2}{r_1}=\frac{Gm'm_1}{r_1^2}$　解得：$r_1=\frac{Gm'}{v^2}=\frac{vT}{2\pi}$，$m'=\frac{v^3T}{2\pi G}$，即 $\frac{v^3T}{2\pi G}=\frac{m_2^3}{(m_1+m_2)^2}$

(3) 将 $m_1=6m_s$，$\frac{m_2^3}{(6m_s+m_2)^2}=\frac{v^3T}{2\pi G}$，代入数据后得 $\frac{m_2^3}{(6m_s+m_2)^2}=3.5m_s$，现令 m_2

$=nm_s$ 代入后得 $\frac{m_2^3}{(6m_s+m_2)^2}=\frac{n}{(\frac{6}{n}+1)^2}m_s=3.5m_s$，此式说明 $\frac{m_2^3}{(6m_s+m_2)^2}$ 随着 n 的增大而增大，当 $n=2$ 时，$\frac{m_2^3}{(6m_s+m_2)^2}=\frac{2}{(\frac{6}{2}+1)^2}m_s=0.125m_s\ll 3.5m_s$（临界值），要使 $\frac{m_2^3}{(6m_s+m_2)^2}=3.5m_s$ 成立，有 $n>2$，说明 B 是黑洞.

4. (1) 由逃逸速度公式 $v=\sqrt{\frac{2GM}{R}}\geqslant c$ 才是黑洞（临界条件），由此可知 $R\leqslant\frac{2GM}{c^2}$（临界条件），该黑洞的最大可能半径为 $R_{max}=\frac{2GM}{c^2}=\frac{2\times6.67\times10^{-11}\times1.98\times10^{30}}{(3\times10^8)^2}\text{m}=3\text{km}$；(2) 宇宙的质量 $M_0=\rho\cdot\frac{4\pi R^3}{3}$，宇宙逃逸速度为 $v=\sqrt{\frac{2GM_0}{R}}\leqslant c$（临界条件），即有 $\frac{2G\cdot\rho\cdot4\pi R^3/3}{R}\geqslant c^2$，$R\geqslant c\cdot\sqrt{\frac{3}{8\pi\rho G}}$ 所以 $R_{min}=c\cdot\sqrt{\frac{3}{8\pi\rho G}}=4\times10^{26}\text{m}$

5. 当两小球下落高度 h 后，线与钉子接触，两小球将绕 O 点做圆周运动，当到达最低点时，线所承受拉力最大. 小球自开始下落到最低点过程中，只有重力做功，机械能守恒有 $\frac{1}{2}mv^2=mg(h+\frac{l}{2})$，小球达到最低点，受到重力 mg 和线的拉力作用，合外力提供向心力有 $T-mg=\frac{mv^2}{l/2}=\frac{2mv^2}{l}$，由以上两式得 $T=(3+\frac{4h}{l})mg$ 而 $T\leqslant T_0$（临界条件），$(3+\frac{4h}{l})mg\leqslant T_0$ 故有 $h\leqslant l(\frac{T_0}{4mg}-\frac{3}{4})$ 临界条件.

6. (1) 设 M、N 两板间的距离为 d，设板长为 L，由题意可知 $d=\frac{1}{2}a_1(\frac{L}{2v})^2$ ①

$d_x=\frac{1}{2}a_2(\frac{L}{v})^2$ ② 由①式和②式可得 $\frac{d}{d_x}=\frac{a_1}{4a_2}$ ③ 又因为 $a=\frac{qE}{m}=\frac{qU}{md}$

所以 $\frac{a_1}{a_2}=\frac{d_x}{d}$ 即 $\frac{d}{d_x}=\frac{d_x}{4d}$ $d_x=2d$ 故 N 板下移的距离为 $\Delta s_1=d_x-d=d$

(2) S断开，两板间的电场强度不变，则有带电粒子的加速度不变，由③式可知，$d_x=4d$ 故 N 板下移的距离为 $\Delta s_2=d_x-d=3d$.（电子刚好飞出电场时就是临界条件）

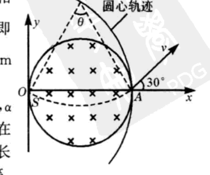


图 4-3-83

7. (1) α粒子速度相同，在同一匀强磁场中轨迹半径相同，$f=qvB=\frac{mv^2}{r}$，得 $r=\frac{mv}{qB}=20\text{cm}$，α粒子的圆心与S（即O点）的距离均为 r，其圆心的轨迹为以 S 为圆心，以 20cm 为半径的一段圆弧，如图 4-3-83 中所示；

(2) 由于α粒子的轨道半径 r 大于磁场区域的半径 R，α粒子最长的轨迹所对应的弦为 $2R=r=20$ cm时，α粒子在磁场中最大偏转角的轨迹对应α粒子在磁场中轨迹线最长（临界条件），由于最长的轨迹线的弦长与其轨迹半径相等，

所以偏转角的最大值为 $\theta = 60°$；

(3) 由(2)中可知α粒子的最大偏转角为60°，且所对的弦为OA，故α粒子在磁场轨迹的入射点O和出射点A与其轨迹圆心O_1的连线和OA组成一个正三角形，也就是α粒子离开磁场时与x轴正方向的夹角$\gamma = 30°$角，如图4-3-83所示. 要使偏转角最大的α粒子离开磁场时能打在y轴的正方向上，则α粒子与x轴的正方向夹角$\gamma' > 90°$(临界条件)，则OA绕过O点的水平轴至少要转过$\beta = \gamma' - \gamma = 60°$.

特注：带电粒子在磁场中的轨迹不大于半圆时，要使带电粒子在磁场中的偏转角最大，就是要求带电粒子在磁场中的轨迹线愈长(由于半径确定)，它所对应的弦愈长. 在圆形磁场中，只有直径作为轨迹的弦长最长. 所以要求带电粒子进入磁场时入射点、离开磁场时的出射点的连线圆形磁场区域的直径. 这是本题的难点.

若是$r > R$，情况就完全变了，这时带电粒子在磁场中的轨迹可能大于半圆或等于半圆，带电粒子在磁场中做匀速圆周运动的周期 $T=\frac{2\pi m}{qB}$，这是一个与速度大小和半径无关的物理量，也就是说在磁场中运动时间长短仅与轨迹所对圆心角有关，在具体确定时还与磁场的边界有关，对于矩形的边界和圆形的边界是不相同的. 如例1中带电粒子在磁场中运动时间最长的是从同一边界进入，又从同一边界射出. 具体问题具体分析是很重要的，切不可一概而论.

8. 小球在光滑的斜面上，由于重力的作用而具有的加速度为 $a = g\sin\theta$，当小球获得速度后，将受到安培力的作用，由左手定则可以判断小球受到的安培力是垂直于斜面向上的，当小球由于安培力的作用而对斜面的压力为零时，就是小球在斜面上的临界状态，此后小球要离开斜面，故有 $mg\cos\theta=qv_mB$，即 $v_m=\frac{mg\cos\theta}{qB}$小球能在斜面上，其速度范围为 $0\leqslant v\leqslant\frac{mg\cos\theta}{qB}$(临界条件). 小球在斜面上是做匀变速运动，在斜面上运动的最大距离为 $s_{max}=\frac{v_m^2}{2a}=\frac{m^2g\cos^2\theta}{2B^2q^2\sin\theta}$.

9. (1)带电粒子进入电场，在电场方向上有 $\frac{1}{2}\cdot\frac{qU_0}{ml}t_0^2=\frac{l}{2}$，$U_0=\frac{ml^2}{qt_0^2}$

(2) $\frac{1}{2}t_0$ 进入两板间带电粒子，离开电场时速度为 v，$v_0=\frac{l}{t_0}$，$v_E=\frac{qU_0}{ml}\cdot\frac{t_0}{2}=\frac{l}{2t_0}=\frac{v_0}{2}$，$v=\sqrt{v_0^2+v_E^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}\cdot\frac{l}{t_0}$，由 $qvB=\frac{mv^2}{R}$，$R=\frac{mv}{qB}=\frac{\sqrt{5}ml}{2qBt_0}$

(3)$0\sim t_0$之间时刻进入电场的粒子偏向Q极板，$2t_0\sim3t_0$之间时刻进入电场的粒子偏向P板，而带电粒子进入磁场后做逆时针方向旋转，即带电粒子出电场时

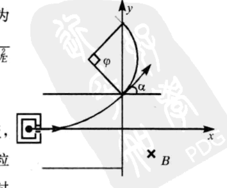


图 4-3-84

与 y 轴正方向的夹角 θ 越小在磁场中运动的时间越短，也即粒子出电场时速度方向 x 轴正方向的夹角 α 越大. 如图 4-3-84 所示. $\tan\alpha_{\max}=\dfrac{v_{E\max}}{v_0}$，$v_{E\max}$ 最大，是带电粒子 $2t_0$ 时刻进入电场时，$v_{E\max}=\dfrac{qU_0}{ml}\cdot t_0=\dfrac{l}{t_0}=v_0$，$\tan\alpha_{\max}=\dfrac{v_{E\max}}{v_0}=1$，$\alpha_{\max}=\dfrac{\pi}{4}$，轨迹所对应的圆心角为 $\varphi=\dfrac{\pi}{2}$，$t_{\min}=\dfrac{T}{4}=\dfrac{\pi m}{2qB}$

10.(1)设粒子在磁场中的运动半径为 r. 如图 4-3-85，依题意 M、P 连线即为该粒子在磁场中做匀速圆周运动的直径，由几何关系得 $r=\dfrac{\sqrt{2}L}{2}$ ①

由洛仑兹力提供粒子在磁场中做匀速圆周运动的向心力，可得 $qvB=m\dfrac{v^2}{r}$ ②

联立①②并代入数据得 $\dfrac{q}{m}=4.9\times10^7\text{C/kg}$（或 $5.0\times10^7\text{C/kg}$） ③

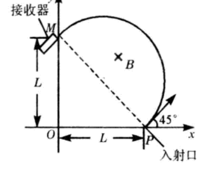


图 4-3-85

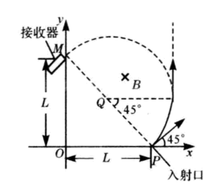


图 4-3-86

(2)设所加电场的场强大小为 E. 如图 4-3-86，当粒子经过 Q 点时，速度沿 y 轴正方向，依题意，在此时加入沿 x 轴正方向的匀强电场，电场力与此时洛仑兹力平衡，则有

$qE=qvB$ ④　　代入数据得　　$E=70\text{N/C}$ ⑤

所加电场的场强方向沿 x 轴正方向. 由几何关系可知，圆弧 PQ 所对应的圆心角为 45°，设带点粒子做匀速圆周运动的周期为 T，所求时间为 t，则有

$t=\dfrac{45^\circ}{360^\circ}T=\dfrac{T}{8}$ ⑥

$T=\dfrac{2\pi r}{v}$ ⑦

联立①⑥⑦并代入数据得 $t=7.9\times10^{-6}\text{s}$

(3)如图 4-3-87，所求的最小矩形是 MM_1P_1P，

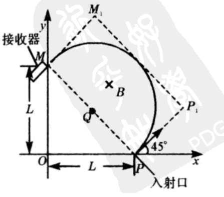


图 4-3-87

该区域面积　$S_{\min}=2r^2$　　⑧

联立①⑧⑨并代入数据得 $S_{\min}=0.25\text{m}^2$，矩形如图丙中 MM_1P_1P（虚线）.

11.（1）设圆板与物块相对静止时，它们之间的静摩擦力为 f，共同加速度为 a，由牛顿运动定律有：物块 $f=2ma$，对圆板 $F-f=ma$，两物相对静止，有 $f\leqslant f_{\max}$　得 $F\leqslant \frac{3}{2}f_{\max}$，两物相对滑动的条件是：$F>\frac{3}{2}f_{\max}$.（2）设冲击刚结束时圆板获得的速度大小为 v_0，物块掉下时，圆板和物块速度大小分别为 v_1 和 v_2，由动量定理有 $I=mv_0$，由动能定理有对圆板：$-2\mu mg\left(s+\frac{3}{4}d\right)=\frac{1}{2}mv_1^2-\frac{1}{2}mv_0^2$，对物块有：$2\mu mgs=\frac{1}{2}\cdot 2mv_2^2$，$mv_0=mv_1+2mv_2$，

①要物块落下，$v_1>v_2$，由以上各式 $I>\frac{3}{2}m\sqrt{2\mu gd}$.

②物块从开始运动到掉下时的位移 $s=\frac{1}{2\mu g}\left(\frac{I-\sqrt{I^2-\frac{9}{2}\mu m^2gd}}{3m}\right)^2$.

③分子有理化后得 $s=\frac{1}{2}\mu g\left(\frac{\frac{3}{2}md}{I+\sqrt{I^2-\frac{9}{2}\mu m^2gd}}\right)^2$，根据左式结果知：$I$ 越大，s 越小.

12.（1）设绳断后球飞行时间为 t，由平抛运动规律，竖直方向 $\frac{1}{4}d=\frac{1}{2}gt^2$，水平方向 $d=v_1t$，得：$v_1=\sqrt{2gd}$，由机械能守恒有：$\frac{1}{2}mv_2^2=\frac{1}{2}mv_1^2+mg\left(d-\frac{3}{4}d\right)$　得 $v_2=\sqrt{\frac{5}{2}gd}$.（2）设绳能承受的最大拉力为大小为 T，这也是球受到绳的最大拉力的大小.

球做圆周运动的半径 $R=\frac{3}{4}d$，由牛顿运动定律有 $T-mg=\frac{mv_1^2}{R}$，解得 $T=\frac{11}{3}mg$.

（3）设绳长为 l，绳断时球的速度大小为 v_3，绳承受的最大拉力不变（这是解题关键），有 $T-mg=m\frac{v_3^2}{l}$，得 $v_3=\sqrt{\frac{8}{3}gl}$，绳断后球做平抛运动，竖直位移为 $d-l$，水平位移为 x，时间为 t_1，有 $d-l=\frac{1}{2}gt_1^2$，$x=v_3t_1$，由以上二式解得 $x=4\sqrt{\frac{l(d-l)}{3}}=4\sqrt{\frac{\frac{d^2}{4}-\left(l-\frac{d}{2}\right)^2}{3}}$，由 x 的表达式可知：当 $l=\frac{d}{2}$ 时，x 有极大值 $x_{\max}=\frac{2\sqrt{3}}{3}d$.

13.（1）粒子沿 y 轴的正方向进入磁场，从 P 点经过做 OP 的垂直平分线与 x 轴的交

点为圆心C，由图 4-3-88 根据直角三角形的几何关系有：$R^2=a^2+(\sqrt{3}a-R)^2$，解得 $R=\frac{2\sqrt{3}}{3}a$，而 $\sin\theta=\frac{a}{R}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，则粒子做圆周运动的圆心角为 120°，周期为 $T=3t_0$. 粒子做圆周运动的向心力由洛仑兹力提供，根据牛顿第二定律得：

$Bqv=m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2R$，$v=\frac{2\pi R}{T}$，化简得$\frac{q}{m}=\frac{2\pi}{3Bt_0}$.

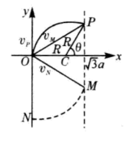


图 4-3-88

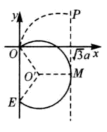


图 4-3-89

(2)由题可知，同一时刻仍在磁场内的粒子到O点距离相同，均为OP. 在t_0时刻仍在磁场中的粒子就应位于以O点为圆心、以OP为半径的弧MN上，如图 4-3-88 所示. 设此时位于P、M、N三点的粒子的初速度分别为v_P、v_M、v_N，由对称性可知v_P与OP、v_M与OM、v_N与ON、的夹角均为$\pi/3$，设v_M、v_N与y轴正向的夹角分别为θ_M、θ_N，由几何关系有$\theta_M=\frac{\pi}{3}$、$\theta_N=\frac{2\pi}{3}$，对于所有此时仍在磁场中的粒子，其初速度与y轴正方向所成的夹角θ应满足$\frac{\pi}{3}\leqslant\theta\leqslant\frac{2\pi}{3}$；(3)在磁场中飞行时间最长的粒子的运动轨迹应与磁场右边界相切(这是临界轨迹线)其轨迹如图 4-3-89 所示，由几何关系可知：$OM=OP$，由对称性可知：$ME=OP$，从粒子发射到全部粒子飞出磁场所用的时间 $t_m=2t_0$.

14.(1)由题意知，所有离子在平行金属板之间做匀速直线运动，它所受到的向上的磁场力和向下的电场力平衡，有 $qvB_0=qE_0$，式中 v 是离子运动的速度，E_0是平行板间场强，

$E_0=\frac{U}{d}$，可得 $v=\frac{U}{B_0d}$.

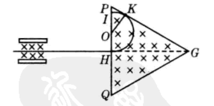


图 4-3-90

在正三角形磁场区域，离子甲做匀速圆周运动.

设离子甲质量为 m，由洛仑兹力公式和牛顿第二定律有：$qvB=m\frac{v^2}{r}$，式中，r是离子甲做圆周运动的半径. 离子甲在磁场中的运动轨迹为半圆，圆心为O，如图 4-3-90 所示. 这半圆刚好与PG边相切于K，与PQ边交于I'点. 在△POK中，OK垂直于PG. 由几何关系得$\frac{1}{2}a-r=\frac{2}{\sqrt{3}}r$，得 $r=\left(\sqrt{3}-\frac{3}{2}\right)a$，由以上关系得离子甲的质量为 $m=$

$\frac{qaBB_0d}{U}\left(\sqrt{3}-\frac{3}{2}\right)$.

(2)同理,有洛仑兹力公式和牛顿第二定律有 $qvB=m'\frac{v^2}{r'}$

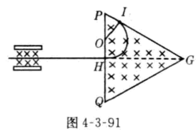


图 4-3-91

式中,m'和r'分别为离子乙的质量和做圆周运动的轨道半径.离子乙运动的圆周的圆心O'必在P、H两点之间,如图 4-3-91 所示,有几何关系有

$$r'^2=\left(a-\frac{3}{4}a\right)^2+\left(\frac{a}{2}-r'\right)^2-2\left(a-\frac{3}{4}a\right)\left(\frac{a}{2}-r'\right)\cos 60°.$$

由上式得 $r'=\frac{1}{4}a$,联立前面关系式得,离子乙的质量为 $m'=\frac{qaBB_0d}{4U}$.

(3)对于最轻的离子,其质量为 $m/2$,由 $qvB=m\frac{D^2}{r}$ 知,它在磁场中做半径为 $r/2$ 的匀速圆周运动.因而与 PH 的交点为O,有 $OH=\left(\sqrt{3}-\frac{3}{2}\right)a$.当这些离子中的离子质量逐渐增大到 m 时,离子到达磁场边界上的点的位置从O点沿HP边变到I'点;当离子质量继续增大时,离子到达磁场边界上的点的位置从K点沿PG边趋向于I点.K点到G点的距离为 $KG=\frac{\sqrt{3}}{2}a$.

所以,磁场边界上可能有离子到达的区域是:PQ边上从O到I'点.PG边上从K到I.

15.(1)设粒子发射速度为v,粒子做圆周运动的轨道半径为R,由牛顿第二定律和洛仑兹力公式得 $qvB=\frac{mv^2}{R}$,可得 $R=\frac{mv}{qB}$,当 $a/2<R<a$ 时,在磁场中运动时间最长的粒子轨迹的圆心为C的圆弧,圆弧与磁场的上边界相切(临界条件),如图 4-3-92所示.设该粒子在磁场运动的时间为t,依题意 $t=T/4$,得$\angle OCA=\frac{\pi}{2}$.设最后离开磁场的粒子的发射方向与y轴正方向的夹角为α,由几何关系可得

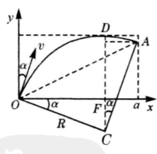


图 4-3-92

$$R\sin\alpha=R-\frac{a}{2},R\sin\alpha=a-R\cos\alpha,\text{而}\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1,$$

由以上关系式解得 $R=\left(2-\frac{\sqrt{6}}{2}\right)a$,$v=\left(2-\frac{\sqrt{6}}{2}\right)\frac{aqB}{m}$.

(2)$\sin\alpha=\frac{6-\sqrt{6}}{10}$.

16.(1)粒子在磁场中匀速圆周运动,洛仑兹力提供向心力

$qvB=m\dfrac{v^2}{R}$，而 $T=\dfrac{2\pi R}{v}$，又 $t=\dfrac{T}{4}$，由以上关系式解得：$t=\dfrac{\pi m}{2qB}$.

(2)速度最小时，打在感光片的 P_1 处，最小半径为 $R_{\min}=\dfrac{d}{4}$，$qv_{\min}B=m\dfrac{v_{\min}^2}{d/4}$，

而 $L=v_{\min}t_2$，$\theta_0=\omega_{\min}t_2$，可以解得：$\omega_{\min}=\dfrac{qBd\theta_0}{4mL}$（最小临界值）.

速度最大时，打在感光片的 P_2 处，最大半径为 $R_{\max}$，由图 4-3-93 可知

图 4-3-93

$R_{\max}^2=(R_{\max}-\dfrac{d}{2})^2+d^2$，解得：$R_{\max}=\dfrac{5d}{4}$.

而 $L=v_{\max}t_2$，$\theta_0=\omega_{\max}t_2$，$qv_{\max}B=m\dfrac{v_{\max}^2}{R_{\max}}$，由以上几式解得：

$\omega_{\max}=\dfrac{5qBd\theta_0}{4mL}$（最大临界值），综上所述：$\dfrac{qBd\theta_0}{4mL}\leqslant\omega\leqslant\dfrac{5qBd\theta_0}{4mL}$.

17.(1)作出临界轨道，如图 4-3-94 所示的几何 $r=d$，由 $qv_1B=m_e\dfrac{v_1^2}{r}$，得 $d=\dfrac{m_ev_1}{qB}$.

(2)对电子：$d=\dfrac{m_ev_1}{eB}=0.05$ m，α 粒子：$r_\alpha=\dfrac{m_\alpha v_1}{q_\alpha B}=1.84$ m$>d$，作出轨道如图 4-3-95 所示，竖直方向上的距离 $y=r_\alpha-\sqrt{r_\alpha^2-d^2}=0.0007$ m，区域Ⅰ的磁场不能将 α 射线和 γ 射线分离，可用薄纸片挡住 α 射线，用厚铅板挡住 γ 射线.(3)画出速率分别为 v_1 和 v_2 的粒子离开区域Ⅱ的轨迹如图 4-3-96 所示，速率在 $v_1<v<v_2$ 区域间射出的 β 粒子束宽为 (y_1-y_2)，$y_1=2d$，$y_2=2(r_2-\sqrt{r_2^2-d^2})$，$d=\dfrac{m_ev_1}{eB}$、$r_2=\dfrac{m_ev_2}{eB}$，∴ $y_1=\dfrac{2m_ev_1}{eB}$、$y_2=\dfrac{2m_e}{eB}(v_2-\sqrt{v_2^2-v_1^2})$.

(4)由对称性可设计如图 4-3-97 所示的磁场区域，最后形成聚集且水平向右射出.

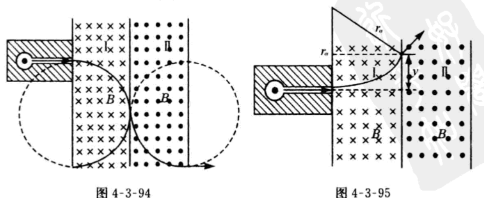


图 4-3-94　　　　图 4-3-95

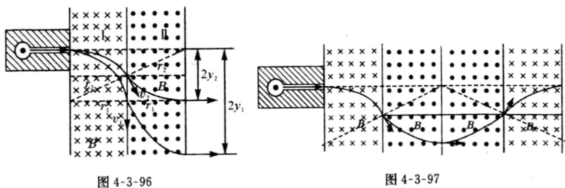


图 4-3-96　　　　图 4-3-97

第五讲　物 理 模 型

物理模型：从物理学的角度看，所谓“建模”，就是将我们研究的物理对象或物理过程通过抽象、理想化、简化和类比等方法形成物理建模. 它是一种重要的科学思维方法，通过对物理现象或物理过程进行“去伪存真”、“去粗取精”的处理，从而寻找出反映物理现象或物理过程的内在本质及内在规律，达到认识自然的目的. 如物理学中质点、理想气体、点电荷、单摆、弹簧振子、刚体、光线等，即是对研究对象的“建模”. 匀速直线运动、匀变速直线运动、匀变速曲线运动、匀速圆周运动(非匀变速运动)、简谐运动、简谐波、热学的准静态过程等等，即是对物理过程的“建模”.

物理学科对培养学生的建模能力有着特殊的条件和优势. 从物理学的发展历史来看，“建模”起着推动其前进的作用，如初期的托勒密的“地心说”和后来哥白尼的“日心说”，都是对天体运动的“建模”，早期的伽利略提出的匀变速运动是对运动过程的“建模”，而卢瑟福提出的核式结构模型就是对原子结构的“建模”……一个正确物理模型的建立是需要很长时间来完善的，如卢瑟福核式结构模型中，由最初的电子绕核高速旋转的固定轨道到后来的“电子云”.

“科学的基本活动就是探索和制定模型”. “建模”能力更能反映学生的素质. 随着素质教育的推行，在现行的高考和竞赛中，对考查学生的“建模”能力逐步有所体现. 如近年来的高考和竞赛中一些信息题，其实就是考查学生的“建模”能力，如 2000 年上海市高考第 24 题、2001 年全国高考理科综合能力测试第 32 题、2001 年(第十八届)全国物理竞赛预赛第 6 题. 这是一个认识层次上的提高，也是使教学走出“题海战术”这一误区的有效措施，更是实施素质教育的一个重要措施.

5.1　力学中的建模



解题方法指导

［例 1］　某同学身高 1.8m，在运动会上他参加跳高比赛，起跳后身体横着越过了 1.8m 高度的横杆，据此可估算出他起跳时竖直向上的速度大约为(取 $g=10\text{m/s}^2$)　　(　　)

A. 2m/s　　B. 4m/s　　C. 6m/s　　D. 8m/s

［分析］　人起跳后的运动是竖直上抛运动，上升的高度为重心上升的高度 $v=\sqrt{2gh}=\sqrt{2\times10\times0.9}\text{m/s}\approx4\text{m/s}$. 本题是将人离地后的运动看作是一个竖直上抛运动(过程物理模型)，上升的高度就人高的中心部位到横杆的距离.

［答案］　B

［例2］ 一跳水运动员从离水面10m高的平台上跃起，举双臂直体离开台面，此时其重心位于从手到脚全长的中点，跃起后重心升高0.45m，达到最高点，落水时身体竖直，手先入水（在此过程中运动员水平方向的运动忽略不计）．从离开跳台到手触水面，他可以用于完成空中动作的时间是________ s（计算时可以把运动员看作全部质量集中在重心一个质点，$g=10\text{m/s}^2$，结果保留两位有效数字）．

［分析］ 运动员在空中的运动是由竖直上抛和自由落体两个运动阶段组成．运动员跃起后上升的时间为 $t_1=\sqrt{\frac{2h}{g}}=\sqrt{\frac{2\times0.45}{10}}\text{s}=0.3\text{s}$，下落的高度可以近似等于平台离水面的高度（因为人接触水是手先接触，假设人重心与手尖的距离为0.45m，所以，下落时间为 $t_2=\sqrt{\frac{2H}{g}}=\sqrt{\frac{2\times10}{10}}\text{s}=1.4\text{s}$，所以运动员空中动作时间 $t=t_1+t_2=1.7\text{s}$．

［答案］ 1.7

［例3］ 假如百慕大三角区之谜是水合天然气引起的，在海底，由于温度低、压力大，动植物遗体腐烂变成天然气与水结合，形成了固态的水合天然气．当这些水合天然气稳定的条件一旦受到破坏，它们就可分解出气态的天然气气泡上升．上升的气泡流导致海底的压力变小，更多的固态水合天然气汽化，这样导致大量天然气溢出洋面．大量的天然气气泡使海水的密度变小，浮力下降，当船舶驶入这个区域时，海水浮力支撑不住船舶的重力，而使船舶沉入洋底．飞机飞入这个地带，则可引燃天然气，而被烧毁坠入海中．

一艘水上排水量为990t、水下排水量为1200t、最大潜水深度为250m的潜水艇在该地区海面下100m处巡航，突遇海水密度骤降（假如潜水艇所在处及它下面海水密度从 $1.03\times10^3\text{kg/m}^3$ 骤变为 $0.9\times10^3\text{kg/m}^3$），5s后潜艇发现此情况并立即采取措施，以最快的速度排泄艇内的储水仓中的水．当它刚止住自己加速下坠时已在水面下200m处，不计阻力，问：

(1)潜水艇在采取措施前的5s钟内下坠了多少位移？5s末的速度多大？

(2)假如潜水艇一直保持排水速度不变，它做什么运动？加速度大小如何变化？能否摆脱葬身海底的厄运？

［分析］ (1)潜水艇在该地区海面下100m处巡航时，受到的浮力与重力平衡，设潜水艇总质量为m，即有 $mg=\rho_1Vg$，潜水艇进入海水密度 $\rho_2=0.9\times10^3\text{kg/m}^3$ 时受到的浮力为 $\rho_2Vg=\frac{\rho_2}{\rho_1}\cdot mg$，潜水艇在采取措施前的5s钟内的加速度为$a_1$，由牛顿第二定律可得

$$mg-mg\cdot\frac{\rho_2}{\rho_1}=ma_1 \qquad a_1=g\left(1-\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)=1.3\text{m/s}^2$$（a_1是潜水艇下沉最大加速度）

潜水艇在采取措施前5s钟内下坠 $s=\frac{1}{2}a_1t_1^2=16.25\text{m}$ 5s末速度 $v=a_1t=6.8\text{m/s}$



(2)潜水艇排水过程中，它自身的重力在减小，开始时做加速度减小的加速运动，当潜水艇刚止住自己的加速下坠时已在水面下200m处，说明此时潜水艇的加速度为零，此时潜水艇的下坠速度已达到最大. 若潜艇一直保持排水速度不变，此后它将做加速度增大的减速运动，由于它加速时已下坠了近100m，当它速度减为零的过程中，潜水艇最大向上加速度为 a_2，对应的是潜水艇排完水后质量为 $m_0=990t$，由牛顿运动定律可知

$$\rho_2Vg-m_0g=\frac{\rho_2}{\rho_1}\cdot mg-m_0g=m_0a_2 \qquad a_2=\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\cdot\frac{m}{m_0}-1\right)g\approx 0.6\ \mathrm{m/s^2}$$

潜水艇最大下沉加速度 a_1 远大于最大向上的加速度 a_2，故加速过程中它下坠的深度接近了100m，那么，借助于匀变速运动的 $s=\frac{v^2}{2a}$ 可知，加速度越小，位移 s 越大，潜水艇在减速过程中下坠的深度会超过100m，这样潜水艇就会下坠到250m以下处，超过了它能下潜的最大深度，故潜水艇不能摆脱葬身海底的厄运.

［评析］ 本题的分析借助于匀变速运动的公式进行，从定性的角度来讲是完全可以的，实质就是利用的匀变速直线运动（过程物理模型）.

应用图象也能说明减速下沉的距离大于加速下沉的距离. 如图5-1-1所示，由图可知加速度减小的加速运动位移是图象与 t_1 段时间所围的面积，加速度增大的减速运动是图象与 t_2 段时间所围的面积，显然，减速阶段的位移大于加速度阶段的位移.

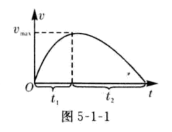


图 5-1-1

［例4］ 读过高中地理的学生都知道，风化侵蚀的产物有可能被风、流水、冰川和海浪挟带而离开原位置，地理学家把这种现象叫做“搬运”，在比较湿润的地区，流水的搬运作用非常显著. 1995年出版的高中《地理》课本上第153页写道：

“流水推动物体的力量和水的流速的平方成正比，实验证明，在水中被搬运的物体的重力与水流速度的6次方成正比. 如果某河流的水流速度是原来的2倍，则它推动的物体重力是原来的64倍；如果某河流的水流速度是原来的1/2，则它携带的物体重力是原来的1/64.”

已知流体力学已经证明：水流作用于跟水流方向垂直的平板上的压力，跟平板的面积成正比，跟水流速度的平方成正比.

这是一个很有趣的力学问题，同学们一定很想知道，在水中被搬运的物体重力何以与水流速度的6次方成正比.

［分析］ 解法一：假设水平河底有一块每边长度为 L 的立方体石块，质量分布均匀，密度为 ρ，石块右侧面有速度为 v 的水流垂直于该侧面向左冲来，水流对右侧面的压力记作为 F；石块同时受到水的浮力 Q 和重力 G 的作用，C 是石块的重心（如图5-1-2所示），河底对石块的支持力和摩擦力均作用在 AB 上，F 的作用是要使石块绕 AB 轴逆时针方向翻转，而 G 和 Q 的合力 P（向下），则要阻止石块绕 AB 轴逆时针翻转. 由图可知：F 对 AB 轴的力臂为 $L/2$；G 和

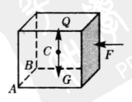


图 5-1-2





Q 的合力 P 对 AB 轴的力臂也等于 $L/2$. 若要石块不绕 AB 轴逆时针翻转,对上述两个力(F 和 $P=G-Q$)的力矩有如下要求.

$F\frac{L}{2}\leqslant(G-Q)\frac{L}{2}$,即 $F\leqslant G-Q$ ①

由题设中已知条件有 $F=kv^2L^2$ (k 是比例常数) ②

设水的密度为 ρ_0,则 $P=G-Q=(\rho-\rho_0)gL^3$ ③

将①、②、③可得 $kv^2L^2\leqslant(\rho-\rho_0)gL^3$,即 $L\geqslant\frac{kv^2}{(\rho-\rho_0)g}$ ④

石块重力可表示为 $G=\rho gL^3\geqslant k^3\cdot\frac{\rho v^6}{(\rho-\rho_0)^3g^2}$ 令 $c=\frac{\rho k^3}{(\rho-\rho_0)^3g^2}$, 则 $G\geqslant cv^6$ ⑤

⑤式从反面告诉我们:$G<cv^6$ 的物体都能被流速为 v 的水冲动.

这就是液体力学中的艾里定律:"水流速度增至原来的 n 倍,水流能带走的物体的重量可增至原来的 n^6 倍."

解法二:假设水平河底有一块每边长度为 L 的立方体石块,其质量分布均匀,密度为 ρ,石块的右侧面有速度为 v 的水流垂直于该侧面向左冲来,水流对右侧面的压力记作为 F;石块同时受到水的浮力 Q 和重力 G 的作用,C 是石块的重心(如图 5-1-3 所示),F 的作用是要推动石块运动,而 G 和 Q 的合力 P(向下),则河床对石块的支持力 $N=P=G-Q$,设河床对石块的滑动摩擦力为 $f=\mu N=\mu(G-Q)$,若要石块不动,则必须有

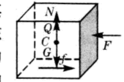


图 5-1-3

$F\leqslant\mu(G-Q)$ 即 $F\leqslant\mu N$ ①

根据题设中的已知条件可知 $F=kv^2L^2$(k 是比例常数) ②

设水的密度为 ρ_0,则 $P=G-f=(\rho-\rho_0)gL^3$ ③

由①、②、③三式可得 $kv^2L^2\leqslant\mu(\rho-\rho_0)gL^3$ 即 $L\geqslant\frac{kv^2}{(\rho-\rho_0)\mu g}$ ④

石块重力表示为 $G=\rho gL^3\geqslant\frac{\rho gk^3v^6}{\mu^3(\rho-\rho_0)^3g^3}=\frac{\rho k^3v^6}{\mu^3(\rho-\rho_0)^3g^2}$ 令 $c=\frac{\rho k^3}{\mu^3(\rho-\rho_0)^3g^2}$,

则 $G\geqslant cv^6$ ⑤

⑤式从反面告诉我们:$G<cv^6$ 的物体都能被流速为 v 的水冲走. 这就是液体力学中的艾里定律:"水流速度增至原来的 n 倍,水流能带走的物体的重量可增至原来的 n^6 倍." 设流速为 v_1 的水流可带走 1kg 的石块,则当水的流速 $v_2=2v_1$ 时,流水可带走 64kg 石块;则当水的流速 $v_3=2v_2=4v_1$ 时,流水可带走 4096kg(约 4t)的石块.

环境保护是当今社会面临的一道难题,一方面,社会的发展对环境的破坏越来越大,另一方面,许多人没有意识到环境保护的重要性,如乱砍滥伐现象的普遍存在,使得土地沙化,水土流失严重. 由此题可以看到沙化土地,特别是坡地,在暴雨时水土流失是非常严重的.

[评注] 本题利用了物理学中的"建模"方法. 在初中的物理中涉及浮力的推导时就是将一个正方体的物体放在液体里来计算这个正方体物体所受的浮力. 本题中也假设在水平的河底一个正方体的石块来分析,因为本题主要目的是揭示一个自然客观存在的规律,而不要求准确的程度,用最简单的物理模型来简化的运算过程是很有必要的. 本题旨

在找出破坏平衡的条件是什么，而不在于表达式⑤前面的系数 c 是什么. 用最简单的物理模型来说明一些自然界的规律性的物理过程，是学习物理科学方法，也是物理学中简单美的一种体现.

本题求解过程应用物体平衡条件的两种表述形式分别进行求解：解法一是采用有固定转动轴物体的平衡条件进行求解；解法二是根据共点力作用下物体平衡条件，合力为零进行求解. 两种解答均是回答石块被子推动的条件，结果是相同的，这也进一步说明了两种表述的物体平衡条件实质上是相同的.

［例5］ 天文观测表明，几乎所有的恒星（或星系）都以各自的速率背离我们而运动，离我们越远的星体，背离我们运动的速度（称为退行速度）越大；也就是说宇宙在膨胀. 不同的星体运行速度 v 和它们离我们的距离 r 成正比，即

$$v=Hr$$

式中 H 为一常量，称为哈勃常数，已由天文观察测定. 为解释上述现象，有人提出一种理论，认为宇宙是从一个大爆炸的火球开始形成的. 假设大爆炸后各星体都以不同的速度向外匀速运动，并设想我们就位于其中心，则速度越大的星体现在离我们越远，这一结果与上述天文观测一致.

由上述理论和天文观测结果，可估算宇宙年龄 T. 其计算式为 $T=$________，根据近期观测，哈勃常数 $H=3\times10^{-2}\mathrm{m/s}\cdot$光年. 其中光年是光在一年中行进的距离，由此估算宇宙年龄约为________年.

［分析］ 宇宙大爆炸后，各星体均以不同的速度同时远离地球，即 $r=vt$，与 $v=Hr$ 比较后，可知 $T=\dfrac{1}{H}$，代入数据后即可算出宇宙年龄 1×10^{10} 年.

［答案］ $\dfrac{1}{H}$ 1×10^{10}

［评析］ 本题在理解题意上有误. 宇宙大爆炸后，每个星体离开地球的速度不同，但每个星体看作是匀速直线运动离开地球，所以有星球离开地球的距离 $r=vt$. 离开地球越远的星球，它离开的速度越大，这是由题目给出的 $v=Hr$，由这两式相乘可得 $\dfrac{1}{H}$.

［例6］ 试用一种简化的模型来估算撑竿跳高运动员能跳过的高度大约是多少？

［分析］ 一般运动员大约在 10s 内跑完 100m，若撑竿运动员所具有的动能全部转化为势能，由机械能守恒有 $mgh=\dfrac{1}{2}mv^2$，$h=\dfrac{v^2}{2g}=\dfrac{(100/10)^2}{2\times10}\mathrm{m}=5\mathrm{m}$.

撑竿跳高运动员能跳过的高度大约为 5m.

［评析］ 本题是由做题者自选条件来进行估算，只要各物理量选取合适的值进行计算，才能得出比较合理的结果. 本题对于研究对象和运动过程均进行物理模型的选取.

［例7］ 在一般楼房中，一名成年人从一楼快步走上二楼所消耗的平均功率约为（　　）

A. 100W　　B. 200W　　C. 300W　　D. 400W

［分析］ 设楼高 3m，成年人质量为 60kg，快步上楼的时间为 5s，故功率为 $P=\frac{mgh}{t}=360\text{W}\approx 400\text{W}$．人上楼的过程是一个变速运动，由于是估算题，故可将人上楼的运动看作是克服重力所做的功的平均功率(运动过程的建模)．

［答案］ D

［例 8］ 跳绳是一种健身运动．设某运动员的质量为 50kg，他一分钟跳绳 180 次，假定在每次跳跃中，脚与地面的接触时间点跳跃一次所需时间的 2/5，则该运动员跳绳时克服重力做功的平均功率是________ W．

［分析］ 运动员平均每跳一次所需时间 $t=\frac{60}{180}\text{s}=\frac{1}{3}\text{s}$，运动员腾空的时间为 $t'=(1-\frac{2}{5})t=\frac{1}{5}\text{s}$，运动员离地后的运动看作是竖直上抛运动(过程物理模型)，他落地的时间为腾空时间的一半，所以，运动员能达到的高度为

$$h=\frac{1}{2}g\left(\frac{t'}{2}\right)^2=0.05\text{m}\text{，平均功率为 }\bar{P}=\frac{nmgh}{t}=\frac{180\times50\times10\times0.05}{60}\text{W}=75\text{W}.$$

［答案］ 75

［评析］ 本题的关键是将运动员腾空的过程看作是竖直上抛运动，并能根据题意求出平均每次腾空的时间．

［例 9］ 传说国外某餐厅店主为了招揽顾客想制作一块 $1m^3$ 的特大豆腐，结果因豆腐瘫软而失败．其实即便是坚硬的岩石处在太高的山体底部也会瘫软．这是因为山峰高度到一定程度后，岩石基部压强过大，会发生熔化而开始流动的缘故．

若每摩尔岩石熔化时要吸收热量为 λ_m，岩石的摩尔质量为 μ．山体看作是均匀的圆柱体．当山高达极限高度 H 时，继续增高一点就熔化掉一点，即不能再增高了．试从能量转化的角度写出山的极限高度 H 的表达式．设岩石的主要成分是 SiO_2 (Si 原子量为 28，O 原子量为 16)，SiO_2 的摩尔熔解热(即 1mol 的物质熔解成同温度的液体时所吸收的热量)为 $\lambda_m=854$ J/mol，求山的最大高度 H 的值．

［分析］ 首先假设山是一个横截面积为 S、高为 H 的圆柱体，其剖面图如图 5-1-4 所示．若山增加 Δh 高度后(增加的质量为 m)，底部就熔化掉 Δh 高度，这表明 H 已是极限高度．这时 m 的势能减少转化为熔化岩石的内能，即 $mgH=Q$　式中的 $m=\rho S\Delta h$

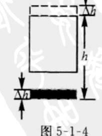


图 5-1-4

$Q=n\lambda_m$　(n 为岩石物质物质的量)

所以，有 $\rho S\Delta hgH=\rho S\Delta h\lambda_m/\mu$　　即得　$H=\frac{\lambda_m}{\mu g}$

将 $\mu=0.06$ kg/mol 代入后可得　$H=854/(0.06\times10)\text{m}=1423.4\text{m}$

［评析］ 本题是应用了能量转化和守恒定律，其中重要的是当山高到达了极限值时，若是继续增高 Δh，则增高部分的势能会转化为底部相应熔化的高度 Δh．山的形状接近圆锥体，若是用圆锥体来进行计算，将增大计算的难度，本题利用了一个简单的物理模

型：将山等效为一个圆柱体，其实山不是圆柱，用圆柱体来计算比圆锥体简单（对象物理模型），本题旨在说明一个山高的数量级，而不是具体的数据.

［例 10］ 如图 5-1-5 所示，质量为 m_1 的物体 A 经一轻质弹簧与下方地面上的质量为 m_2 的物体 B 相连，弹簧的劲度系数为 k，A、B 都处于静止状态. 一条不可伸长的轻绳绕过轻滑轮，一端连物体 A，另一端连一挂钩. 开始时各段绳都处于伸直状态，A 上端的一段绳沿竖直方向. 现在挂钩上挂一质量为 m_3 的物体 C 并从静止状态释放，已知它恰好能使 B 离开地面但不继续上升. 若将 C 换成另一个质量为 (m_1+m_3) 的物体 D，仍从上述初始位置由静止状态释放，则这次 B 刚好离地时 D 的速度大小是多少？已知重力加速度为 g.

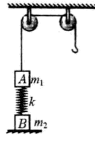


图 5-1-5

［解析］ 开始时弹簧压缩，压缩量为 x_1，此时储藏的弹性势能为 W_1，有 $kx_1=m_1g$，当恰好能使 B 离开地面而无速度时弹簧的伸长量为 x_2，有 $kx_2=m_2g$，对应储藏的弹性势能为 W_2. 当挂钩上挂一质量为 m_3 的物体 C 并从静止状态释放，已知它恰好能使 B 离开地面但不继续上升说明此时系统的速度为零，此系统属于机械能守恒（过程物理模型）

有 $(m_3-m_1)g(x_1+x_2)=W_2-W_1$

若将 C 换成另一个质量为 (m_1+m_3) 的物体 D，这次 B 刚好离地时 D 的速度大小为 v，同理，有机械能守恒有

$$(m_3+m_1-m_1)g(x_1+x_2)=W_2-W_1+\frac{1}{2}(m_3+m_1+m_1)v^2$$

由两次机械能守恒的表达式可得 $v=\sqrt{\dfrac{2m_1g(x_1+x_2)}{m_3+2m_1}}=\sqrt{\dfrac{2m_1(m_1+m_2)g^2}{m_3+2m_1}}$

［评析］ 在处理物理过程中，要注意到变量与不变量之间的关系. 无论是挂 C 还是挂 D 时，尽管每个过程的弹簧的弹性势能是变化的，但两个过程中两次的变化量相同，即为 W_2-W_1，即为不变量. 这种处理问题的方式在涉及弹性势能时经常用到，回避求弹性势能大小（这是中学物理中不需要直接求解的）.

［例 11］ 有两块大小不同的圆形薄板（厚度不计），质量分别为 M 和 m，半径分别为 R 和 r，两板之间用一根长为 0.4m 的轻绳相连接. 开始时，两板水平放置并叠合在一起，静止于高度为 0.2m 处如图 5-1-6 中的(a). 然后自由下落到一固定的支架 C 上，支架上有一半径为 $R'(r<R'<R)$ 的圆孔，圆孔与两薄板中心均在圆板中心轴线上，大板与支架发生没有机械能损失的碰撞. 碰撞后，两板即分离，直到轻绳绷紧. 在轻绳绷紧瞬间，两物体具有共同速度 v，如图(b). 问

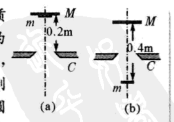


图 5-1-6

(1)若 $M=m$，则 v 值为多大？

(2)若 $\dfrac{M}{m}=k$，试讨论 v 的方向与 k 值间关系.

［分析］ 本题整个过程可分为以下几个阶段：

第一阶段，两板做自由落体运动；第二阶段，大圆板与支架相碰，无能量损失（相当于发生了一次弹性碰撞），而小圆板继续下落；第三阶段，当细绳绷紧瞬间，两板通过绳的相互作用获得共同的速度（相当于一次完全非弹力碰撞）. 这三个过程相当于三个物理过程模型.

(1)M、m 与固定支架碰撞前是自由落体，故碰前瞬间速度为 $v_0 = \sqrt{2gh} = 2\text{m/s}$.

(2)大圆板 M 与支架碰撞后，M 以初速 v_0 做竖直上抛运动，小圆板 m 做初速度为 v_0 的匀加速运动，由于两者加速度相同，若以大圆板为参照物，小圆板做速度为 $2v_0$ 的匀速直线运动，经过时间 t，两圆板间细绳拉紧，有 $L=2v_0t$，$t = \dfrac{L}{2v_0} = \dfrac{0.4}{2\times 2}\text{s} = 0.1\text{s}$.

大圆板 M 的速度 $v_M = v_0 - gt = 1\text{m/s}$　小圆板 m 的速度 $v_m = v_0 + gt = 3\text{m/s}$.

(3)绳绷紧瞬间，两圆板间绳的拉力远大于系统重力，故动量守恒，以向上为正方向，有 $Mv_M - mv_m = (M+m)v$　解得 $v = \dfrac{Mv_M - mv_m}{M+m} = \dfrac{\frac{M}{m}v_M - v_m}{\frac{M}{m}+1} = \dfrac{k-3}{k+1}\text{m/s}$　①

对于①式，当 $M=m$ 时，即 $k=1$，$v=-1\text{m/s}$，说明两圆板获得向下的共同速度1m/s；当 $k>3$ 时，$v>0$，说明两板具有向上的共同速度；当 $k<3$，$v<0$，说明两板具有向下的共同速度；$k=3$，$v=0$，说明两板瞬间静止.

［例 12］ 在原子核物理中研究核子关联的最有效途径是“双电荷交换反应”. 这类反应的前半部分过程和下述力学模型类似，两小球 A 与 B 用轻质弹簧相连，在光滑的水平直轨道上处于静止状态. 在它们左边有一垂直于轨道的固定挡板 P，右边有一小球 C 沿轨道以速度 v_0 射向 B 球，如图 5-1-7 所示，C 与 B 发生碰撞并立即结成一个整体 D，在它们继续向左运动的过程中，当弹簧长度变到最短时，长度突然被锁定，不再改变，然后，A 球与挡板 P 发生碰撞，碰后 A、D 都静止不动，A 与 P 接触而不粘连，过一段时间，突然解除锁定（锁定及解除锁定均无机械能损失）. 已知 A、B、的质量均为 m，求：

(1)弹簧长度刚被锁定后 A 球的速度；

(2)求 A 球离开挡板后的运动过程中弹簧的最大弹性势能.

图 5-1-7

［分析］ C 与 B 发生完全非弹性碰撞成为一个整体 D，然后通过弹簧与 A 发生相互作用，当弹簧最短时（弹性势能最大），又相当于一次完全非性弹性碰撞，A、D 作为一个整体向左匀速运动，与挡板 P 碰撞后 A、D 都静止不动（此碰撞过程动量不守恒），弹簧解除锁定，弹簧储存弹性势能转化为 D 的动能，此过程机械能守恒而动量不守恒. 以后 D 向右运动，A、D 组成系统动量守恒，当 A、D 速度相等时相当于是完全非弹性碰撞，动能损失最大全部转化为弹簧的弹性势能.

(1)B、C 发生完全非弹性碰撞有 $mv_0 = 2mv_1$，$v_1 = \dfrac{v_0}{2}$

当弹簧压缩最短时，相当于 A 与 D 又发生完全非弹性碰撞，由动量守恒有

$mv_0=3mv_2 \quad v_2=\frac{v_0}{3}$ 即为三球共同速度

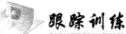
此过程中弹簧储存的势能为 $E_{p1}=2\cdot\frac{1}{2}mv_1^2-3\cdot\frac{1}{2}mv_2^2=\frac{1}{12}mv_0^2$

(2)当突然解除锁定时，A 与墙壁接触不能向左运动，故弹簧储存的弹性势能转化为 D 两球的动能，即 $\frac{1}{12}mv_0^2=\frac{1}{2}\cdot 2mv^2 \qquad v^2=\frac{1}{12}v_0^2$

此时 B、C 两球将拉弹簧向右运动，弹簧被拉到最长时三球速度相等，$3mu=2mv$

弹簧弹性势能为 $E_{p2}=2\cdot\frac{1}{2}mv^2-3\cdot\frac{1}{2}mu^2=\frac{1}{36}mv_0^2$.

［评析］ 本题有三次完全非弹性碰撞，是对运动过程建模.



跟踪训练

1. 伽利略在研究自由落体运动性质的时候，为了排除物体自由下落的速度 v_t 随着下落高度 h(位移大小)是均匀变化(即：$v_t=kh$，k 是常数)的可能性，设计如下的理想实验：在速度为零的匀变速的直线运动中，因为 $\bar{v}=\frac{v_t}{2}$ ①($\bar{v}$ 式中表示平均速度)，而 $h=\bar{v}\cdot t$②，若 $v_t=kh$ ③成立的话，那么，必有 $h=\frac{1}{2}kht$，即：$t=\frac{2}{k}$ 为常数. t 竟然是 h 无关的常数！这显然与常识相矛盾！于是，可排除速度是随着下落高度 h 均匀变化的可能性. 关于伽利略这个理想实验中的逻辑及逻辑用语，你做出的评述是 ( )

A. 全部正确　　　　B. ①式错误

C. ②式错误　　　　D. ③式以后的逻辑用语错误

2. 春天在广场上有许多人放风筝，会放风筝的人，可使风筝静止在空中，图 5-1-8 所示的四幅图均为竖直平面，MN 代表风筝截面，OL 代表风筝线，风向水平，图中四种情况中，风筝可能处于静止状态的是 ( )

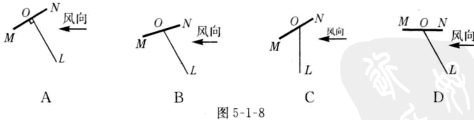


图 5-1-8

3. 全国著名的发明家邹德发发明一种"吸盘式"挂衣钩，如图 5-1-9 和图 5-1-10 所示，将它紧压在平整、清洁的竖直瓷砖面上时，可挂上衣帽等物品. 如果吸盘的圆面直径为 3.18cm，当吸盘与墙壁紧压时，吸盘圆面压在墙上有 4/5 的面积跟墙面完全接触，中间 1/5 未接触部分无空气，将这种挂钩吸在某一竖直墙面上，挂钩最多能挂物体的重力是 125N，则吸盘面与该墙面间的最大静摩擦因数为多少？已知最大静摩擦力与接触面间的正压力成正比，比例常数即为最大静摩擦因数(大气压强 $p_0=1.0\times10^5$ Pa).





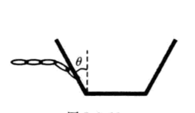


图 5-1-9　　图 5-1-10　　图 5-1-11

4. 1999 年，中国北极科学考察队首次乘坐我国自行研制的"雪龙"号科学考察船对北极地区进行了全方位的卓有成效的科学考察."雪龙"号科学考察船不仅采用特殊的材料，而且船体结构也满足一定的条件，以对付北极地区冰块和冰层，它靠自身的重力压碎周围冰块，同时又将破碎的冰挤到船底，如图 5-1-11 所示，若碎冰块仍挤在冰层与船体之间，船体由于受巨大的侧压力而可能解体，为此，船壁与竖直平面之间必须有一个恰当的倾斜角度 θ，设船壁与冰块间的动摩擦因数为 μ，试问使压碎的冰块能被挤向船底，θ 角应满足什么条件.

5. 人们受小鸟在空中飞翔的启发而发明了飞机，小鸟扇动翅膀，获得向上的举力可表示为 $F=kSv^2$，式中 S 为翅膀的面积，v 为小鸟的飞行速度，k 为比例系数，一个质量为 100 克、翅膀长为 a，宽为 b 的燕子，其最小的飞翔速度为 12 米/秒，假如飞机飞行时获得的向上举力与小鸟飞行时获得的举力有同样的规律，那么一架质量为 1080 千克的飞机，其最大加速度为 5m/s^2，若机翼长宽分别为燕子翅膀长宽的 20 和 15 倍，则此飞机起飞的跑道至少要多长？

6. 某病人心脏在一次搏动中可泵出血液 72ml，每分钟搏动 80 次. 医院为对他进行诊断检查，把一种不透出血管的试剂 12mg，由静脉一次注射进入体内，经一定时间后再抽取血样检查，发现该试剂浓度已稳定在 3mg/l，试计算该病人全部循环血量通过心脏一次需多长时间？

7. 借助于物理学，人们可以了解到无法用仪器直接测量的物理量，使人类对自然界的认识更完善. 现已知太阳光经过时间 t_0 到达地球，光在真空中的传播速度为 c，地球绕太阳的轨道可以近似认为是圆，地球的半径为 R，地球赤道表面的重力加速度为 g，地球绕太阳运转的周期为 T，试由以上数据及你所知道的物理知识推算太阳的质量 M 与地球的质量 m 之比(m/M)为多大？

8. 晴天晚上，人能看见卫星的条件是卫星被太阳照着且在人的视野之内，一个可看成漫反射体的人造地球卫星的圆形轨道与赤道共面，卫星自西向东运动，春分期间太阳垂直射赤道，赤道上某处的人在日落后 8h 在西边的地平线附近恰能看到它，之后极快地变暗而看不到了. 已知地球的半径 $R_e=6.4\times10^6\text{m}$，地球表面重力加速度 $g=10\text{m/s}^2$，估算：(1)卫星轨道离地面的高度；(2)卫星的速度大小.

9. 如图 5-1-12 所示，长木板 ab 的 b 端固定一挡板，木板连同挡板的质量为 $M=4.0\text{kg}$，a、b 间距离 $s=2.0\text{m}$. 木板位于光滑水平面上. 在木板的 a 端有一小物

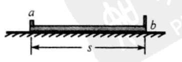


图 5-1-12



块，其质量 $m=1.0\text{kg}$，小物块与木板间的动摩擦因数 $\mu=0.1$，它们都处于静止状态. 现令小物块以初速 $v_0=4.0\text{m/s}$ 沿木板向前滑动，直到和挡板相碰. 碰撞后，小物块恰好回到 a 端而不脱离木板. 求碰撞过程中损失的机械能.

答案与提示

1. B(①式是物体的平均速度与末速度的关系是速度随时间均匀变化的规律，不能用在速度随位移均匀变化的过程中，这显然是错误的，导致最后的结果是错误的，位移、时间关系都没有错)

2. B(风对风筝的作用力与风筝平面垂直，有一个向上的力，风筝有向下的重力，绳子的拉力只能在风筝面的垂线和水平线之间的范围内才可能平衡，这因为物体受三力平衡，三个力不能在一条直线的同一侧，否则不能平衡. A 图中的绳拉力与风力在同一条直线上，而重力不在这条直线上，不可能平衡；B 图有可能；C 图中的绳子拉力与竖直重力同向，而风力不在这条直线上；D 图风筝不受风力作用，风筝平面与风力平行)

3. 由题意可知吸盘面积为 $S=\frac{\pi d^2}{4}$，由于吸盘与墙面之间无空气，所以墙面与吸盘间的压力为 $N=p_0S=\frac{\pi d^2p_0}{4}$，吸盘与墙面之间的最大静摩擦力为 $f_{\max}=kN$，所以盘面与该墙面间的最大静摩擦因数 $k=\frac{f_{\max}}{N}=\frac{4f_{\max}}{\pi d^2p_0}=0.5$.

4. 如图 5-1-13 所示，作出冰块被挤向船底的时受力图，N 是船体对冰块的压力，f 是冰块向船底时的摩擦力，F 是周围冰块对它的挤压力，冰块受到的重力与浮力的合力很小，相对以上三力可忽略不计. 由受力图可知，$F\sin\theta=f$，$F\cos\theta=N$，要使冰块越容易挤向船底，则使 $F\sin\theta$ 分量越大，$F\cos\theta$ 分量越小，从而使 f 变为滑动摩擦力，即 $\tan\theta_0=\frac{f}{N}=\mu$，所以，为使压碎的冰块被挤向船底，船壁与竖直平面间的倾斜角必须满足 $\theta>\theta_0=\arctan\mu$.

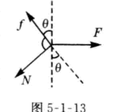


图 5-1-13

5. 由 $F=ksv^2$，对小鸟：$m_1g=Kabv_1^2$；对飞机：$m_2g=K\times20a\times15bv_2^2$，得 $v_2=\sqrt{\frac{m_2}{300m_1}}v_1=72\text{m/s}$，$v_2^2=2as$，跑道长至少 $s=\frac{v_2^2}{2a}=\frac{72^2}{2\times5}\text{m}=518.4\text{m}$.

6. 由题意可知，病人心脏每分钟搏动 80 次，每次泵血 72ml，则每分钟泵血量 $V=nV_0=80\times72\text{ml}=5760\text{ml}=5.76\times10^{-3}\text{m}^3$. 已知试剂质量为 12mg，且在血液中循环不能渗透到血管外的组织中，试剂浓度 $\rho=3\text{mg/l}$ 是保持稳定不变的，因此血液循环系统的血量 $V_M=\frac{m}{\rho}=4\times10^{-3}\text{m}^3$，则心脏泵完全部循环血量 V_M 所需的时间 $t=\frac{V_M}{V}=\frac{4\times10^{-3}}{5.76\times10^{-3}}\text{min}=41.7\text{s}$.

7. 设地球绕太阳公转的半径为 r，周期为 T，它们之间的万有引力提供向心力，有 $\frac{GMm}{r^2}=m\cdot\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2r$，由题意有 $r=ct_0$，即 $M=\frac{4\pi^2(ct_0)^3}{GT^2}$，地球上物体的重力加速度就是 $g=\frac{Gm}{R^2}$，即 $m=\frac{gR^2}{G}$，即可得 $\frac{m}{M}=\frac{gR^2T^2}{4\pi^2(ct_0)^2}$.

8.(1)由题意作出赤道上某处的人在日落后8h在西边的地平线附近恰能看到卫星的示意图如图5-1-14所示,其中$\theta=\frac{2\pi}{24}\times 8=\frac{2\pi}{3}$,$\frac{\theta}{2}=\frac{\pi}{3}$,由图可知

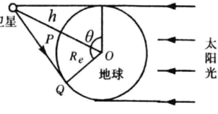


图 5-1-14

$$R_e+h=\frac{R_e}{\cos(\theta/2)}=2R_e,\ h=R_e;$$

(2)卫星做圆周运动,万有引力提供向心力,有$\frac{GMm}{(R_e+h)^2}=\frac{mv^2}{R_e+h}$,地球表面物体重力是万有引力,$mg=\frac{GMm}{R_e^2}$,由(1)知$h=R_e$,可得$v=\sqrt{\frac{gR_e}{2}}=5.6\text{km/s}$.

9.小物块以初速$v_0=4.0\text{m/s}$沿木板向前滑动,直到和挡板相碰.碰撞后,小物块恰好回到a端而不脱离木板,这一全过程中小物块和长木板在水平方向上不受外力,它们从速度不相同达到速度相同,相当于是完全非弹性碰撞,全过程损失的机械能(即损失的动能)等于克服摩擦力做功($2fs=2\mu mgs$)和碰撞时损失的机械能ΔE之和,由动量守恒有$mv_0=(M+m)v$ 由能量守恒有$\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}(M+m)v^2+2\mu mgs+\Delta E$

由以上两式解得$\Delta E=\frac{1}{2}mv_0^2\cdot\frac{M}{M+m}-2\mu mgs$ 代入数据后得$\Delta E=2.4\text{J}$.

5.2 电学中的建模



解题方法指导

[例1] 质量为m,电量为q的质点,在静电力的作用下以恒定的速率v沿圆弧从A点运动到B点,其速度方向改变的角度为θ(rad),AB弧长为S,则A、B两点间的电势差$U_A-U_B=$________,AB弧的中点的场强大小$E=$________.

[分析] 质点只在静电力的作用下以恒定速率沿圆弧运动,说明质点在做匀速圆周运动,受到的电场力指向圆心,显然圆心处有带异种点电荷.质点的动能不变,说明电场力不做功.由点电荷的电场特点可知,以点电荷为圆心的圆弧上各点的电势相等,故A、B两点的电势差为零.质点做匀速圆周运动的向心力是电场力提供,由牛顿第二定律可知:$F=qE=\frac{mv^2}{R}=\frac{mv}{S/\theta}=\frac{mv^2\theta}{S}$,解得$E=\frac{mv^2\theta}{Sq}$

[答案] 0 $\frac{mv^2\theta}{Sq}$

[评析] 本题用点电荷的形成电场的物理模型进行求解是完全正确.

[例2] 一质量为m,电量为e的带电粒子在磁感应强度为B的匀强磁场中做圆周运动,其效果相当于一环形电流,则此环形电流的电流强度为________.

［分析］ 带电粒子在匀强磁场中做匀速圆周运动是洛仑兹力提供向心力，运动的周期为 T，有 $e\dfrac{2\pi r}{T}B=m\dfrac{4\pi^2}{T^2}r$，$T=\dfrac{2\pi m}{eB}$，由电流的定义式可知 $I=\dfrac{e}{T}=\dfrac{e^2B}{2\pi m}$

［答案］ $\dfrac{e^2B}{2\pi m}$

［评析］ 本题就是用电流物理模型代替带电粒子运动的产生的效果.

［例3］ 如图5-2-1所示，在真空中速度为 $v=6.4\times10^7$ m/s 的电子束连续地射到两平行极板间，极板长为 $L=8.0\times10^{-2}$ m，间距为 $d=5.0\times10^{-3}$ m，两板不带电时，电子束将沿两极板的中心线通过，若在极板间加上50Hz的交流电压 $u=U_0\sin\omega t$，如果所加电压的最大值超过某一值 U_C 时，将会出现下列情况：电子束有时能通过两极板，有时间中断，不能通过两极板. 求

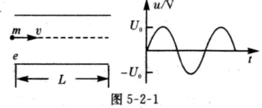


图 5-2-1

(1)U_C 的大小.

(2)U_0 为何值时，使通过的时间（$\Delta t_{通}$）与间断的时间性（$\Delta t_{断}$）之比为 2∶1.

［分析］ (1)该交流电的周期 $T=1/f=1/50\text{s}=0.02\text{s}$

电子通过极板的时间为 $t=\dfrac{L}{v}=\dfrac{8.0\times10^{-2}}{6.4\times10^7}\text{s}=1.25\times10^{-9}\text{s}\ll T$

故在 t 时间内可以认为电子受到的电场力是恒力（用不变代替变化），电子在电场中的运动是类平抛运动（平抛运动就是一种物理模型）. 在与极板垂直的方向上，有

$$y=\frac{1}{2}at^2\ \text{其中}\ a=\frac{eE}{m}=\frac{eU_C}{md}\qquad y=\frac{d}{2}\qquad t=\frac{L}{v}$$

由以上四个关系式得 $U_C=\dfrac{md^2v^2}{eL^2}$

然后将 $m=9.1\times10^{-31}$ kg、$e=1.6\times10^{-19}$ C 以及题中的已知量代入后，可得

$$U_C=\frac{9.1\times10^{-31}\times0.005^2\times6.4^2\times10^{14}}{1.6\times10^{-19}\times0.08^2}\text{V}\approx91\text{V}$$ （电子穿过电场的临界压电值）

(2)由(1)中的计算可知，当所加交变电压瞬时值大于 U_C 时，电子束不能通过平行板而打在极板上；当电压瞬时值小于 U_C 时，电子束才可以通过平行板. 相应的通过和间断时间如图5-2-2所示. 由于对称性那就意味着在四分之一的周期内通、断的时间关系所对应的相位如图所示，

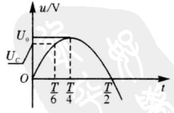


图 5-2-2

$$\theta=\frac{\pi}{2}\cdot\frac{2}{3}=\frac{\pi}{3}=\omega t$$

$$U_C=U_0\sin\omega t=U_0\sin\theta=U_0\sin\pi/3\qquad U_0=\frac{U_C}{\sin\frac{\pi}{3}}=\frac{91}{\frac{\sqrt{3}}{2}}\text{V}=105\text{V}$$

［评析］ 在交变的电场中运动的带电粒子，在电场中运动的时间极短而变化电场的周期相对这一个极短的时间来讲，是非常大，那么在这个极短的时间内可以认为电场不

变，这一方法在变化的电场中经常用到.

［例4］　阅读如下资料并回答问题：

自然界中的物体由于具有一定的温度，会不断地向外辐射电磁波，这种辐射因与温度有关，称为热辐射. 热辐射具有如下特点：①辐射的能量中包含各种波长的电磁波；②物体温度越高，单位时间从物体表面单位面积上辐射的能量越大；③在辐射的总能量中，各种波长所占的百分比不同.

处于一定温度的物体在向外辐射电磁能量的同时，也要吸收由其他物体辐射的电磁能量，如果它处在平衡状态，则能量保持不变. 若不考虑物体表面性质对辐射与吸收的影响，我们定义一种理想的物体，它能100%地吸收入射到其表面的电磁辐射，这样的物体称为黑体. 单位时间内从黑体表面单位面积辐射的电磁波的总能量与黑体绝对温度的四次方成正比，即 $P_0=\sigma T^4$，其中 $\sigma=5.67\times10^{-8}\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K}^4)$.

在下面的问题中，把研究对象都简单地看作黑体.

有关数据及数学公式：太阳半径 $R_S=696000\text{km}$，太阳表面温度 $T=5770\text{K}$，火星半径 $r=3395\text{km}$. 球面积 $S=4\pi R^2$，其中 R 为球半径.

(1)太阳热辐射能量绝大多数集中在波长为 $2\times10^{-7}\text{m}\sim1\times10^{-5}\text{m}$ 范围内，求相应频率范围.

(2)每小时从太阳表面辐射的总能量为多少？

(3)火星受到来自太阳的辐射可认为垂直射到面积为 πr^2（r 为火星的半径）的圆盘上，已知太阳到火星的距离约为太阳半径的400倍，忽略其他天体及宇宙间的辐射，试估算火星的平均温度.

［分析］　(1) $\nu=\dfrac{c}{\lambda}$ 代入数据得 $\nu_1=1.5\times10^{15}\text{Hz}$，$\nu_2=3.0\times10^{13}\text{Hz}$

所以，辐射的频率范围为 $3.0\times10^{13}\text{Hz}\sim1.5\times10^{15}\text{Hz}$.

(2)单位时间内从黑体表面单位面积辐射的电磁波的总能量与黑体绝对温度的四次方成正比，即 $P_0=\sigma T^4$，那么，每小时从太阳表面辐射的总能量为 $W=P_0S_St$，其中太阳表面积 $S_S=4\pi R_S^2$，$W=P_0S_St=4\pi\sigma R_S{}^2T^4t$ 代入数据得 $W=1.38\times10^{30}\text{J}$

(3)太阳向空间各方向辐射能量是各向同性，太阳、火星相对位置如图5-2-3所示，火星单位时间内吸收的能量是太阳单位时间内辐射能量的 $\dfrac{\pi r^2}{4\pi d^2}$ 倍.

设火星表面温度为 T'，太阳到火星距离为 d，火星单位时间内吸收来自太阳的辐射能量为 $P_{\text{in}}=4\pi\delta R_S^2T^4\cdot\dfrac{\pi r^2}{4\pi d^2}$

火星
d
太阳

图 5-2-3

将 $d=400R_S$ 代入上式后得 $P_{\text{in}}=\dfrac{\pi\delta T^4r^2}{400^2}$

火星单位时间内向外辐射电磁波为 $P_{\text{out}}=4\pi\sigma r^2T'^4$，火星处在平衡状态 $P_{\text{in}}=P_{\text{out}}$. 即 $\dfrac{\pi\delta T^4r^2}{400^2}=4\pi\delta r^2T'^4$　所以，火星的平均温度 $T'=\dfrac{T}{\sqrt{800}}=204\text{K}$

［评析］　根据已有的物理能力和题设中交代的信息，对太阳辐射建立模型.

［例5］ 正电子发射计算机断层(PET)是水平上的人体功能显像的国际领先技术，它为临床诊断和治疗提供全新的手段.

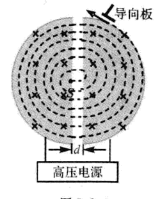


图 5-2-4

(1)PET在心脏疾病诊疗中，需要使用放射正电子的同位素氮13示综剂. 氮13是由小型回旋加速器输出的高速质子轰击氧16获得的，反应中同时还产生另一个粒子，试写出该核反应方程.

(2)PET所用回旋加速器示意图如图5-2-4所示，其中置于高真空中的金属D形盒的半径为R，两盒间距为d，在左侧D形盒圆心处放有粒子源S，匀强磁场的磁感应强度为B，方向如图所示. 质子质量为m、电荷量为q. 设质子从粒子源S进入加速电场时的初速度不计，质子在加速器中运动的总时间为t(其中已略去了质子在加速电场中的运动时间)，质子在电场中加速次数与回旋半周的次数相同，加速电子时的电压大小可视为不变. 求此加速器所需的高频电源频率f和加速电压U.

(3)试推证当$R\gg d$时，质子在电场中加速的总时间相对于在D形盒中回旋的总时间可忽略不计(质子在电场中运动时，不考虑磁场的影响).

［分析］ 解法一：(1) ${}_{1}^{1}H+{}_{8}^{16}O\rightarrow{}_{7}^{13}N+{}_{2}^{4}He$

(2)质子在匀强磁场中做匀速圆周运动(匀速圆周运动模型)周期和半径分别为 $T=\frac{2\pi m}{qB}$　$r=\frac{mv}{qB}$

由于D形盒的半径R一定，说明质子离开磁场的动能一定.

质子离开磁场动能为 $E_{kmax}=\frac{(RqB)^2}{2m}$，与此对应最大速度 $v_{max}=\frac{qBR}{m}$

质子在加速器中运动的总时间为t(其中略去了质子在加速电场中的运动时间)，质子在电场中加速次数与回旋半周的次数相同，质子在磁场中回旋加速的次数为 $n=\frac{t}{T/2}=\frac{qBt}{\pi m}$，由能量守恒可知 $E_{kmax}=\frac{(RqB)^2}{2m}=nqU=\frac{q^2BtU}{\pi m}$　解得 $U=\frac{\pi R^2B}{2t}$

此加速器所需的高频电源频率f为 $f=\frac{1}{T}=\frac{qB}{2\pi m}$

(3)质子在电场中运动时，由于开始是做初速度为零的匀加速运动，每回旋一次，只改变速度和加速度方向，若不考虑回旋，相当于质子一直做匀加速运动(将分段的加速运动等效为一个连续的匀加速运动的物理模型)

即 $nd=\frac{1}{2}at'^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{qU}{md}t'^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{qt'^2}{md}\cdot\frac{\pi BR^2}{2t}$，由此式可得 $t'^2=\frac{4mt}{\pi qB}\cdot\frac{d^2}{R^2}\cdot\frac{qBt}{\pi m}=\frac{4}{\pi^2}\cdot\frac{d^2}{R^2}\cdot t^2$

即得 $\frac{t'}{t}=\frac{2}{\pi}\cdot\frac{d}{R}$，此式说明当$R\gg d$时，$t\gg t'$，$t'$相对$t$可忽略不计.

解法二：匀加速总时间为 t'，$2nd=\frac{v_{max}}{2}t'$，回旋时间为 t，$t=nT=n\frac{2\pi R}{v_{max}}$

$\frac{t'}{t}=\frac{2d}{\pi R}$，当 $R\gg d$，$t\gg t'$，t' 相对 t 可忽略不计.

［评析］ 解法二中模型经典，计算间隙的加速时间和回旋时间解法新颖、简捷.

［例6］ 图 5-2-5 是导轨式电磁炮实验装置示意图，两要根平行长直金属导轨沿水平方向固定，其间安放金属滑块(即实验用弹丸). 滑块可沿导轨无摩擦滑行，且始终与导轨保持良好接触，电源提供的强大电流从一根导轨流入，经过滑块，再从另一导轨流回电源. 滑块被导轨中的电流形成的磁场推动而发射. 在发射过程中，该磁场在滑块所在位置始终可以简化为匀强磁场，方向垂直于纸面，其强度与电流的关系为 $B=kI$，比例常数 $k=2.5\times10^{-6}$ T/A.

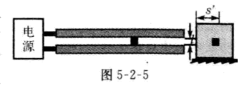


图 5-2-5

已知两导轨内侧间距 $L=1.5$cm，滑块的质量 $m=30$g，滑块会沿导轨滑行 5m 后获得的发射速度 $v=3.0$m/s(此过程视为匀加速运动)

(1)求发射过程中电源提供的电流强度；

(2)若电源输出的能量有 4%转换为滑块的动能，则电源输出功率和输出电压各是多少？

(3)若此滑块射出后随即以速度 v 沿水平方向击中放在水平面上的砂箱，它嵌入砂箱的深度为 s'. 设砂箱质量为 M，滑块质量为 m，不计砂箱与水平面之间摩擦，求滑块对砂箱平均冲击力的表达式.

［分析］ (1)由匀加速运动公式 $a=\frac{v^2}{2s}=9\times10^5\ \text{m/s}^2$，由安培力公式和牛顿第二定律有 $F=IBl$，$kI^2l=ma$，因此 $I=\sqrt{\frac{ma}{kl}}=8.5\times10^5$ A；

(2)滑块获得动能是电源输出能量的 4%，即 $P\Delta t\times4\%=\frac{1}{2}mv^2$

发射过程中电源供电时间 $\Delta t=\frac{v}{a}=\frac{1}{3}\times10^{-2}$ s，所需电源输出功率 $P=\frac{\frac{1}{2}mv^2}{\Delta t\times4\%}$

$=1.0\times10^9$ W 功率 $P=UI$， 解得输出电压 $U=\frac{P}{I}=1.2\times10^3$ V；

(3)砂箱和滑块所组成的系统在水平方向不受外力，滑块与砂箱的相互作用相当于是完全非弹性碰撞(物理模型)

由动量守恒 $mv=(m+M)V$ 由能量守恒有 $\bar{f}s'=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}(M+m)V^2$

由以上两式解得，平均冲击力 $\bar{f}=\frac{M}{M+m}\cdot\frac{mv^2}{2s'}$.



［例7］ 如图5-2-6所示为利用电磁作用输送非导电液体装置示意图.一边长为L,截面为正方形的塑料管道水平放置,其右端面上有一截面积为A的小喷口,喷口离地的高度为h,管道中有一绝缘活塞,在活塞的中部和上部分别嵌有两根金属棒a、b,其中棒b的两端与一电压表相连,整个装置放在竖直向上的匀强磁场中.当棒a中通有垂直于纸面向里的恒定电流I时,活塞向右匀速推动液体从喷口水平射出,液体落地点离喷口的水平距离为s.若液体密度为ρ,不计所有阻力.

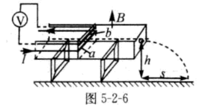


图 5-2-6

求:(1)活塞移动的速度;

(2)该装置的功率;

(3)磁感应强度B大小;

(4)若在实际使用中发现电压表的读数变小,试分析其可能的原因.

［分析］ 活塞在a棒受到向右的安培力的推动下向右移动将液体从喷口射出,由于液体不可压缩,活塞推动液体的流量与从喷口出来的流量相同,从喷口射出的液体做平抛运动.该装置的功率就是从喷口射出液体动能的增量与对应时间的比值.

(1)设液体从喷口水平出射速度v_0,活塞移动速度v,流量相同,$v_0A=vL^2$

喷出液体做平抛运动:水平方向$s=v_0t$,竖直方向$h=\frac{1}{2}gt^2$

解得$v_0=s\sqrt{\frac{g}{2h}}$　　代入流量相同表达式得$v=\frac{A}{L^2}v_0=\frac{As}{L^2}\sqrt{\frac{g}{2h}}$

(2)设装置的功率为P,在Δt时间内有Δm质量的液体从喷口射出,由动能定理有

$P\Delta t=\frac{1}{2}\Delta m(v_0^2-v^2)$,$\Delta m=\rho L^2v\Delta t$,由以上两式可得

$P=\frac{1}{2}\rho L^2v(v_0^2-v^2)=\frac{1}{2}A\rho\left(1-\frac{A^2}{L^4}\right)v_0^3$　　所以$P=\frac{A\rho(L^4-A^2)\cdot s^3}{2L^4}\left(\frac{g}{2h}\right)^{\frac{3}{2}}$

(3)由能量守恒可知,$P=F_Bv$,$\frac{1}{2}\rho L^2v\left(1-\frac{A^2}{L^4}\right)v_0^2=BILv$

$B=\frac{\rho v_0^2(L^4-A^2)}{2IL^3}=\frac{\rho(L^4-A^2)s^2g}{4IhL^3}$

(4)电压表上读数为感应电动势大小$U=BLv$,喷口液体的流量减少,活塞移动的速度减小,或磁场变小等会引起电压表读数变小.

［评析］ 安培力推活塞移动将水喷出这一物理模型是理解题意的要点.本题属于过程模型.

［例8］ 磁流体发电机是一种新型的发电方式,图5-2-7和图5-2-8是其工作原理图.图5-2-7中的长方体是发电导管,其中空部分长、高、宽分别为l、a、b,前后两个侧面是绝缘体,上下两个侧面是电阻可以忽略的电极,这两个电极与负载电阻R_L连接,整个发电导管处在图5-2-8线圈所产生的匀强磁场中,磁感应强度为B,方向如图所示.发电导管内有电阻率为ρ的高温、高速电离的气体沿导管向右流动,并通过专用管道导出.由于运动的电离气体受到磁场作用,产生了感应电动势.发电导管内电离气体的流速随磁场的有无而不同,设发电导管内气体流速处处相同,且不存在磁场时电离气体的流速为v_0,电离气体所受摩擦阻力总与流速成正比,发电导管两端的电离气体的压强差为Δp维持恒定,求

(1)不存在磁场时电离气体所受摩擦阻力 F 的大小.

(2)磁流体发电机的电动势 E 多大?

(3)磁流体发电机发电导管的输入功率 P.

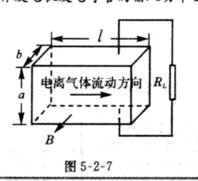


图 5-2-7

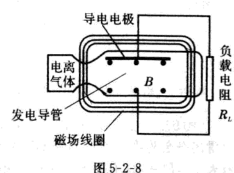


图 5-2-8

[分析]　解法一:电离气体进入发电导管后,没有磁场中,气体在导管中保持匀速流动的条件是外加的压力差与电离气体受到的阻力平衡;加有磁场后,由于电离气体在上、下两个极板之间有定向的电流,该电流受到安培力与电离气体的流动方向相反,所以,电离气体的匀速流动的条件是导管两端的压力差与电离气体所受的阻力和安培力的合力平衡.本题导管中匀速流动的气体沿流动方向上是合外力为零的平衡态.

(1)不存在磁场时,由力的平衡得 $F=ab\Delta p$

(2)设磁场存在时气体的流速为 v,则磁流体发电机的电动势为 $E=Bav$

回路中的电流 $I=\dfrac{Bav}{R_L+\rho\dfrac{a}{lb}}$,电流受到的安培力为 $F_B=IBa=\dfrac{B^2a^2v}{R_L+\rho\dfrac{a}{lb}}$

设 F' 为磁场存在时的摩擦阻力,由题意可知 $\dfrac{F'}{F}=\dfrac{v}{v_C}$ 得 $F'=\dfrac{v}{v_C}F=\dfrac{v}{v_C}ab\Delta p$

存在磁场时,由力的平衡有 $ab\Delta p=F_B+F'$ 将安培力和摩擦阻力代入后得

$$ab\Delta p=\frac{B^2a^2v}{R_L+\rho\dfrac{a}{lb}}+\frac{v}{v_c}ab\Delta p \qquad 得\quad v=\frac{v_C}{1+\dfrac{B^2av_C}{b\Delta p(R_L+\dfrac{\rho a}{lb})}}$$

磁流体发电机电动势 $E=Bav=\dfrac{Bav_C}{1+\dfrac{B^2av_C}{b\Delta p(R_L+\dfrac{\rho a}{lb})}}$(对流动的气体建立平衡模型)

(3)磁流体发电机发电导管的输入功率 $P=abv\Delta p$

将速度 v 表达式代入后得 $P=ab\Delta p\cdot v=\dfrac{ab\Delta pv_C}{1+\dfrac{B^2av_C}{b\Delta p(R_L+\dfrac{\rho a}{lb})}}$

解法二:(2)设磁场存在时气体的流速为 v,磁流体发电机电动势为 $E=Bav$,设 F' 为磁场存在时的摩擦阻力,由题意可知 $\dfrac{F'}{F}=\dfrac{v}{v_C}$ 得 $F'=\dfrac{v}{v_C}F=\dfrac{v}{v_C}ab\Delta p$

由能量守恒有 $ab\Delta p \cdot v = \frac{E^2}{R} + F'v$　即 $ab\Delta p \cdot v = \frac{(Bav)^2}{R_L + \frac{\rho a}{lb}} + ab\Delta p \cdot \frac{v}{v_C} \cdot v$

解得 $v = \frac{v_C}{1 + \frac{B^2 a v_C}{b\Delta p(R_L + \frac{\rho a}{lb})}}$，磁流体发电机电动势 $E = Bav = \frac{Bav_C}{1 + \frac{B^2 a v_C}{b\Delta p(R_L + \frac{\rho a}{lb})}}$.

［评析］ 解法一是力的平衡态，解法二是能量的平衡态. 平衡态是本题的物理模型.

［例9］ 如图 5-2-9 所示，$OACO$ 为置于水平面内的光滑闭合金属导轨，O、C 处分别接有短电阻丝(图中用粗线表示)，$R_1 = 4\Omega$，$R_2 = 8\Omega$(导轨其他部分电阻不计). 导轨 OAC 的形状满足 $y = 2\sin\left(\frac{\pi}{3}x\right)$(m). 磁感应强度 $B = 0.2$T 的匀强磁场方向垂直于导轨平面，一足够长的金属棒在水平外力 F 作用下，以恒定的速率 $v = 5.0$m/s 水平向右从 O 点滑动到 C 点，不计棒的电阻. 求：

图 5-2-9

(1)外力 F 的最大值.

(2)金属棒在导轨上运动时电阻丝 R_1 上消耗的最大功率.

(3)在滑动过程中通过金属棒的电流 I 与时间 t 的关系.

［分析］ 导轨 OAC 的形状满足 $y = 2\sin\left(\frac{\pi}{3}x\right)$(m)，金属棒切割磁感线的有效长度将随导轨宽度的变化而变化，即感应电动势 $e = BLv = Byv = 2Bv\sin\left(\frac{\pi}{3}x\right)$(V)，其中 $x = vt$，代入后得 $e = 2Bv\sin\left(\frac{\pi}{3}vt\right)$(V)，该式说明感应电动势随 t 变化的规律，它与线圈在匀强磁场中产生的正弦交流电的表达式相同，也就是正弦交流电(物理模型).

(1)电阻中的总电阻 $R = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2} = \frac{8}{3}\Omega$，感应电动势最大值 $E_{max} = 2$V，$I_{max} = \frac{E_{max}}{R} = \frac{3}{4}$A

金属棒匀速运动，$F_{外} = F_{安}$，$F_{外max} = F_{安max} = I_{max}y_{max}B = 0.3$N；

(2)金属棒在导轨上运动时电阻丝 R_1 上消耗的最大功率 $P_{1max} = \frac{E_{max}^2}{R_1} = 1$W；

(3)金属棒与导轨接触点间的长度为 $L = y = 2\sin\left(\frac{\pi}{3}x\right)$m，$e = 2Bv\sin\left(\frac{\pi}{3}vt\right)$(V)

所以　$i = \frac{e}{R} = \frac{Bv}{R} \cdot 2\sin\left(\frac{\pi}{3}vt\right) = \frac{3}{4}\sin\left(\frac{5\pi}{3}t\right)$A.

［评析］ 由于轨道的形状是正弦变化规律，从而使金属棒切割磁感线的有效长度也是正弦规律，产生的感应电动势也是正弦变化规律. 有了这样的物理模型，利用正弦交流电的规律进行求解就显得水到渠成.



［例 10］ 曾经流行过一种向自行车车头灯供电的小型交流发电机，图 5-2-10(1)为其结构示意图．图中 N、S 是一对固定的磁极，$abcd$ 为固定在转轴上的矩形线框，转轴过 bc 边中点、与 ab 边平行，它的一端有一半径 $r_0=1.0$ cm 的摩擦小轮，小轮与自行车车轮的边缘相接触，如图(2)所示．当车轮转动时，因摩擦而带动小轮转动，从而使线框在磁极间转动．设线框由 $N=800$ 匝导线圈组成，每匝线圈的面积 $S=20\ \text{cm}^2$，磁极间的磁场可视作匀强磁场，磁感应强度 $B=0.010\text{T}$，自行车车轮的半径 $R_1=35$ cm，小齿轮的半径 $R_2=4.0$ cm，大齿轮的半径 $R_3=10.0$ cm，见图(2)．现从静止开始使大齿轮加速转动，问大齿轮的角速度为多大才能使发电机输出电压的有效值 $U=3.2$ V？(假定摩擦小轮与自行车之间无相对滑动)

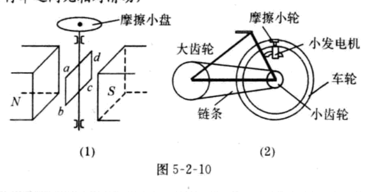


图 5-2-10

［分析］ 线框在匀强磁场中转动时产生的是正弦交流电，其感应电动势的最大值为 $E_m=NBS\omega$，有效值 $U=\dfrac{NBS\omega}{\sqrt{2}}$，可得 $\omega=\dfrac{\sqrt{2}U}{NBS}=283\text{rad/s}$．

线框与摩擦小轮同轴转动，角速度均为 ω，摩擦小轮与车轮的线速度相等，它们角速度之比与半径成反比；车轮与小齿轮同轴转动，角速度 ω' 相等；大齿轮与小齿轮由链条带动，线速度相等，大齿轮的角速度 ω_x 与小齿轮的角速度 ω' 之比与它们的半径成反比．即有 $\dfrac{\omega}{\omega'}=\dfrac{R_1}{r_0}$，$\dfrac{\omega_x}{\omega'}=\dfrac{R_2}{R_3}$，由以上两式可得 $\omega_x=\dfrac{R_2}{R_3}\cdot\dfrac{r_0}{R_1}\cdot\omega=3.23\text{rad/s}$．

［评析］ 本题的难点是理解图 5-2-10 中图(2)的传动部分的关系，由图读取的信息是：

①摩擦小轮的线速度与车轮的线速度相等；

②车轮与小齿轮的角速度相等；

③小齿轮与大齿轮的线速度相等．

这三点信息是求解的关键．要读取这三点信息，必须明确：依靠摩擦转动、齿轮转动和皮带转动的装置是线速度相等；同轴转动是角速度相等．

本题是交变电流与圆周运动两物理模型的综合应用

跟踪训练

1. 超导材料电阻降为零的温度为临界温度，1987 年我国科学家制成的临界温度为 90K 的高温超导材料．

(1)上述临界温度对应的摄氏温度为 ( )

A. 100℃　　B. －100℃　　C. －183℃　　D. 183℃

(2)利用超导材料零电阻的性质，可实现无损耗输电，现有一直流电路，输电线的总电阻为 0.4Ω，它提供给用电器的电功率为 40kW，电压为 800V. 如果用临界温度以下的超导电缆代替原来的输电线，保持供给用电器的功率和电压不变，那么节约的电功率为 ( )

A. 1kW　　B. 1.6×10^3kW　　C. 1.6kW　　D. 10kW

2. 精密测量电子的荷质比 e/m 的现代方法之一是双电容器法，其装置如图 5-2-11 所示，在真空管中由阴极 K 发射电子，其初动速度可以忽略不计，此电子被阴极 K 与阳极 A 间的电场加速后穿过屏障 D_1 上的小孔，然后顺序穿过电容器 C_1、屏障 D_2 上的小孔和第二个电容器 C_2 而射到荧光屏 F 上. 阳极与阴极间的电势差为 U，分别在电容器 C_1、C_2 上加有频率为 f 的完全相同的交流电压，C_1、C_2 之间的距为 L，选择频率 f 使电子束在荧光屏上的亮点不发生偏转，试求电子的荷质比为 $\frac{e}{m}$.

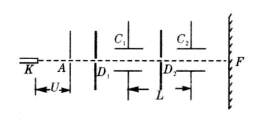


图 5-2-11

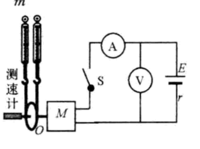


图 5-2-12

3. 如图 5-2-12 所示，直流电动机 M 串联在直流电路中，其轴与圆盘中心 O 相连，圆盘半径 $R=5.0$ cm，一皮带绕过圆盘边缘，两端通过弹簧秤拉紧，开关 S 断开，电压表的读数为 12.6V，开关 S 闭合后，使两弹簧秤的读数之差保持 2.0N，这时电流表的读数为 2.00A，电压表的读数为 12.0V 测速计测得圆盘的角速度 $\omega=180$rad/s. 求

(1)电动机输出功率、效率各为多少?

(2)拉紧皮带使电动机停转片刻，此时电压表、电流表的读数各为多少? 电动机输入功率为多大?

4. 如图 5-2-13 所示，在直角坐标 xOy 内，有一质量为 m、带电量为 $+q$ 的粒子从原点 O 沿 y 轴正方向以初速度 v_0 出发，现要求该粒子能通过点 $P(a,-b)$，试设计在粒子运动的空间范围内加“电场”后并运用物理知识求解的一种简单、常规的方法. 粒子的重力不计.

(1)说明粒子由 O 到 P 的运动性质，并在图上绘出粒子的轨迹.

(2)用必要的运算说明你设计的方案中相关物理量的表达式.(用题中的已知条件和有关常数)

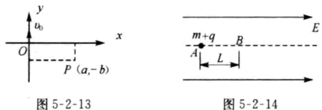


图 5-2-13　　图 5-2-14

5. 在电场强度为 E 的匀强电场中，有一条与电场线平行的几何线，如图 5-2-14 所示. 几何线上有两个静止的小球 A 和 B(均可看作质点)，两小球的质量均为 m，A 球带电量 $+q$，B 球不带电. 开始时两球距离为 L，在电场力的作用下，A 球开始沿直线运动，并与 B 球发生正碰，碰撞中 A、B 两球的总动能无损失，设在各次碰撞过程中，A、B 两球间无电量的转移，不用考虑重力及两球间万有引力，求：

(1)A 球经多长时间与 B 球发生第一次碰撞?

(2)第一次碰撞后，A、B 两球的速度各为多大?

(3)请猜测以后 A、B 两球再次不断地碰撞的时间间隔会相等吗? 并对猜测的结论进行论证. 如果相等，请计算出时间间隔 T，如果不相等，请说明理由.

6. 有一个演示实验，在上下面都是金属板的玻璃盒内，放了许多用锡箔纸揉成的小球，当上下板间加上电场后，小球就上下不停地跳动. 现取以下简化模型进行定量研究.

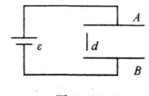


图 5-2-15

如图 5-2-15 所示，电容量为 C 的平行板电容器的极板 A 和 B 水平放置，相距为 d，与电动势为 ε、内阻可不计的电源相连. 设两板之间只有一个质量为 m 的导电小球，小球可视为质点. 已知：若小球极板发生碰撞，则碰撞后小球的速度立即变为零，带电状态也立即改变，改变后，小球所带电荷符号与该极板相同，电量为极板电量的 $\alpha(\alpha \ll 1)$. 不计带电小球对极板间匀强电场的影响. 重力加速度为 g.

(1)欲使小球能够不断地在两板间上下往返运动，电动势 ε 至少应大于多少?

(2)设上述条件已满足，在较长的时间间隔 T 内小球做了很多次往返运动，求在 T 时间内小球往返运动的次数以及通过电源的总电量.

7. 已知某一区域的地下埋有一根与地表平行的直线电缆，电缆中通有变化的电流，在其周围有变化的磁场，因此可以通过在地面上测量闭合试探小线圈中的感应电动势来探测电缆的确切位置、走向和深度. 当线圈平面平行地面测量时，在地面上 a、c 两处测得试探线圈中的电动势为零，在 b、d 两处测得试探线圈中的电动势不为零；当线圈平面与地面成 45°夹角时，在 b、d 两处测得试探线圈中的电动势为零. 经过测量发现 a、b、c、d 恰好位于边长为 1 正方形的四个顶角上，如图 5-2-16 所示，据此可以判断地下电缆在________两点连线的正下方，离地表的深度为________ m.

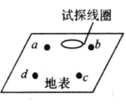


图 5-2-16

前进方向
进水口
磁流体推进器
出水口

图 5-2-17

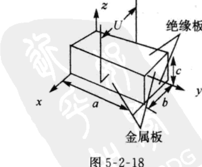


图 5-2-18

8. 磁流体推进船的动力来源于电流与磁场间的作用. 图 5-2-17 所示是平静海面上某实验船的示意图，磁流体推进器由磁体、电极和矩形通道(简称通道)组成. 如图 5-2-18 所示，通道尺寸 $a=2.0\text{m}$、$b=0.15\text{m}$、$c=0.10\text{m}$. 工作时，在通道内沿 z 轴正方向加 $B=8.0\text{T}$ 的匀强磁场；沿 x 轴负方向加匀强电场，使两金属板间的电压 $U=99.6\text{V}$；海水沿 y 轴方向流过通道. 已知海水的电阻率 $\rho=0.20\Omega\cdot\text{m}$.



(1)船静止时,求电源接通瞬间推进器对海水推力的大小和方向;

(2)船以 $v_s = 5.0\text{m/s}$ 的速度匀速前进. 若以船为参照物,海水以 5.0m/s 的速率涌入进水口,由于通道的截面积小于进水口的截面积,在通道内海水速率增加到 $v_A = 8.0\text{m/s}$. 求此时两金属板间的感应电动势 $U_{感}$;

(3)船行驶时,通道中海水两侧的电压按 $U' = U - U_{感}$ 计算,海水受到电磁力的 80% 可以转化为对船的推力,当船以 $v_s = 5.0\text{m/s}$ 的速度匀速前进时,求海水推力的功率.

答案与提示

1. (1)C(热力学温度的零度是摄氏-273度,所以,90K为-183℃)

(2)A(输电电流为 $I = \dfrac{P}{U} = \dfrac{40\times10^3}{800}\text{A} = 50\text{A}$,输电线上损失功率 $P_R = I^2R = 1\text{kW}$).

2. 电子束在荧光屏上亮点不发生偏转条件是电子经过电容器 C_1 和 C_2 时,电场恰好为零. 设电容电两极板间的电压 $u=U_0\sin2\pi ft$,电子从 C_1 到 C_2 需要的时间为 $\Delta t=L/v$,若电子在电容器 C_1 时电压为 $u_1=0$,电子到达电容器 C_2 电压 $u_2=0$,$U_0\sin2\pi ft_1 = U_0\sin2\pi f(t_1+\Delta t)=0$,即:$2\pi ft_1=n_1\pi$ $\quad 2\pi f(t_1+\Delta t)=n_2\pi$,$n_1$、$n_2$ 均为整数,$\dfrac{2fL}{v} = n_1 - n_2 = n$,$v = \dfrac{2fL}{n}$,n 也是整数. 电子加速后动能为 $\dfrac{1}{2}mv^2 = eU$,$v^2 = \dfrac{2eU}{m} = \left(\dfrac{2fl}{n}\right)^2$,即 $\dfrac{e}{m} = \dfrac{2f^2L^2}{n^2U}$ (n 为正整数). 电子离开加速电场后的运动是匀速直线运动物理模型.

3. (1)电动机的输出功率就是圆盘消耗的功率 $P = \Delta F\cdot\omega R = 18\text{W}$,电动机的机械效率 $\eta = \dfrac{P}{UI}\cdot\% = \dfrac{18}{12.0\times2.00}\cdot\% = 75\%$,电动机内阻 $r' = \dfrac{UI-P}{I^2} = 1.5\Omega$.

(2)由题意可知电源电动势 $E=12.6V$,电源内阻 $r = \dfrac{E-U}{I} = 0.3\Omega$. 当电动机停转片刻,此时电流表读数 $I_A = \dfrac{E}{r'+r} = \dfrac{12.6}{1.5+0.3}\text{A} = 7.00\text{A}$,电压表的读数为 $U_V = E - I_Ar = 10.5\text{V}$,电动机的输入功率 $P_{入} = U_VI_A = 73.5\text{W}$.

4. 粒子在电场力的作用下能运动到 P 点,最简单的方法是做圆周运动到 P 点,连 OP,作 OP 的垂直平分线交 x 轴与 O',在 O' 点处放一负电荷,其电荷量为 q',使粒子受到静电引力提供向心力,半径如图 5-2-19 中的 R,粒子的轨迹就是图中的圆弧,由图中的几何关系和直角三角形勾股定理有

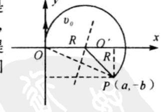


图 5-2-19

$R^2 - (-b)^2 = (a-R)^2$,解得 $R = \dfrac{a^2+b^2}{2a}$,$\dfrac{kqq'}{R^2} = \dfrac{mv_0^2}{R}$,

$q' = \dfrac{(a^2+b^2)mv_0^2}{2akq}$

5. (1)A 球在电场力的作用下向 B 球方向加速,与 B 球碰撞前的瞬间速度为 v_1,由动能定理有 $\dfrac{1}{2}mv_1^2 = qEL$ $\quad$ 得 $v_1 = \sqrt{\dfrac{2qEL}{m}}$,所经历的时间为 t_1,由动量定理 $qEt_1 = mv_1$ $\quad$ 得 $t_1 = \dfrac{m}{qE}\cdot\sqrt{\dfrac{2qEL}{m}} = \sqrt{\dfrac{2mL}{qE}}$;

(2)A、B 两球碰撞,动量守恒,碰撞前后动能不变有(完全弹性碰撞) $mv_1 = mv_{A1} +$

mv_{B1} $\frac{1}{2}mv_1^2=\frac{1}{2}mv_{A1}^2+\frac{1}{2}mv_{B1}^2$，由以上两式解得 $v_{A1}=0$ 和 $v_{B1}=v_1$ 或 $v_{A1}=v_1$ 和 $v_{B1}=0$(这是碰前情况，舍去).

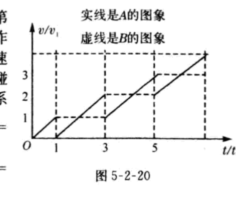


图 5-2-20

(3)由(2)解可知，A、B 两球碰撞后速度互换，第一次碰撞后 A 球速度为零，碰后 A 球在电场力的作用下做初速度为零的匀加速运动，B 球向右做匀速直线运动. 当 A 球追上 B 球，两球要发生第二次碰撞，碰前，A 球速度为 v_2，经历时间为 t_2，由位移关系有 $\frac{1}{2}\cdot\frac{qE}{m}\cdot t_2^2-v_1t_1=0$，解得 $t_2=\frac{2v_1}{qE/m}=2\sqrt{\frac{2mL}{qE}}=2t_1$ 同时有 $v_2=\frac{qE}{m}\cdot t_2=2\frac{qE}{m}\cdot t_1=2\sqrt{\frac{2qEL}{m}}$，A 球以速度 v_2 与 B 球碰撞，由于两球速度互换，碰撞后，A 球以速度为 $v_{A2}=v_{B1}=v_1$，B 球速度为 $v_{B2}=v_2=2v_1$，两球速度同向，A 球在电场力的作用下做初速度不为零的匀加速运动，B 球向右做匀速直线运动，当两球再次相遇时发生第三次碰撞，经历时间为 t_3，由位移关系有 $v_1t_3+\frac{1}{2}\cdot\frac{qE}{m}\cdot t_3^2-2v_1t_3=0$，$t_3=\frac{2v_1}{qE/m}=t_2=2t_1=2\sqrt{\frac{2mL}{qE}}$，此时 A 球速度 $v_2=v_1+\frac{qE}{m}\cdot 2t_1=3\sqrt{\frac{2qEL}{m}}$，由以上计算说明每次两球碰撞之后的速度之差均为恒量 $\Delta v=v_1=\sqrt{\frac{2qEL}{m}}$，所以，两球碰撞的时间间隔为一常数，即 $T=t_2=t_3=\cdots=2\sqrt{\frac{2mL}{qE}}$. 请见 A、B 的 v-t 图象，如图 5-2-20 所示.

6. (1)欲使小球能够不断地在两板间上下往返运动，小球在 B 板时获得电量受到的电场力要大于重力才可能上跳，即 $qE=\alpha Q\cdot\frac{\varepsilon}{d}=\frac{\alpha C\varepsilon^2}{d}>mg$，即电源电动势 $\varepsilon>\sqrt{\frac{mgd}{\alpha C}}$.

(2)设上述条件已满足，在较长时间间隔 T 内小球做了很多次往返运动. 小球与电源接触一次需要中和原带电量并重新获得等量的异种电荷，每次接触极板电量变化为 $q=\alpha C\varepsilon$ 小球每往返一次，需要从电源获得电量 $2q=2\alpha C\varepsilon$. 小球上升的加速度为 a_1，下降的加速度为 a_2，上升过程中，电场力向上，重力向下，下降过程中电场力和重力同向，牛顿第二定律可得 $a_1=\frac{qE-mg}{m}=\frac{\alpha C\varepsilon^2}{md}-g$，$a_2=\frac{\alpha C\varepsilon^2}{md}+g$，小球上升的时间为 t_1，下降时间为 t_2，无论上升或下降，小球均做初速度为零的匀加速运动，由 $d=\frac{1}{2}at^2$，$t=\sqrt{\frac{2d}{a}}$，往返一次时间 $t=t_1+t_2=\sqrt{\frac{2d}{a_1}}+\sqrt{\frac{2d}{a_2}}=d\left(\sqrt{\frac{2m}{\alpha C\varepsilon^2-mgd}}+\sqrt{\frac{2m}{\alpha C\varepsilon^2+mgd}}\right)$，在 T 内往返次数 $n=\frac{T}{t}=\frac{T}{d\left(\sqrt{\frac{2m}{dC\varepsilon^2-mgd}}+\sqrt{\frac{2m}{aC\varepsilon^2+mgd}}\right)}$

通过电源总电量 $q_总=2nq=\frac{2\alpha C\varepsilon T}{d\left(\sqrt{\frac{2m}{dC\varepsilon^2-mgd}}+\sqrt{\frac{2m}{aC\varepsilon^2+mgd}}\right)}$(小球带负电 $\alpha C\varepsilon$ 与

A 板接触后带正电 $\alpha C\varepsilon$，说明：小球一次往返过程中接触电量变化量为 $2\alpha C\varepsilon$．小球的运动从电量的角度来讲是一个搬运电荷的过程）

7. ac　0.71（试探线圈在电缆的正上方时，磁感线与线圈平行，线圈磁通量为零，试探线圈不在电缆的正上方，线圈的磁通量不为零，当电流变化导致磁通量的变化时，线圈中有感应电动势；当线圈平面与地面成45°夹角时，在 b、d 两处测得试探线圈中的电动势为零说明线圈中的磁通量为零，试探线圈与磁感线相切，如图5-2-21所示，由题图可知，b 到 ac 的距离为0.71m，所以图中 $h=0.71$m）

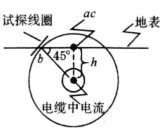


图 5-2-21

8.（1）根据安培力公式，推力 $F_1=I_1Bb$，其中 $I_1=\dfrac{U}{R}$，$R=\rho\cdot\dfrac{b}{ac}$，$F_1=\dfrac{Uac}{\rho B}=796.8$N，对海水推力的方向沿 y 轴正方向（向右）.

（2）$U_{感}=Bv_Ab=9.6$V.

（3）根据欧姆定律，$I_2=\dfrac{U'}{R}=\dfrac{(U-Bv_Ab)ac}{\rho b}=600$A，推力 $F_2=I_2Bb=720$N.

对船的推力 $F=F_2 80\%=576$N，推力的功率 $P=Fv_s=2880$W.

高考思想篇

考点直击

年份	题源及类型	考点
2009	江苏卷T7选择4分、理综Ⅱ T26计算21分 天津理综T12计算20分、重庆T24计算18分 北京理综T24计算20分、理综Ⅰ T24计算15分	牛顿运动定律、匀变速运动规律
2008	重庆卷T20选择6分、天津卷T25计算22分 江苏卷T13计算15分、广东卷T17计算18分	

考题探究

［例1］（2009·江苏）如图5-2-22所示，以8m/s匀速行驶的汽车即将通过路口，绿灯还有2s将熄灭，此时汽车距离停车线18m.该车加速时最大加速度大小为 2m/s^2，减速时最大加速度大小为 5m/s^2.此路段允许行驶的最大速度为12.5m/s，下列说法中正确的有（　　）

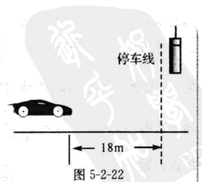


图 5-2-22

A.如果立即做匀加速运动，在绿灯熄灭前汽车可能通过停车线

B.如果立即做匀加速运动，在绿灯熄灭前通过停车线汽车一定超速

C.如果立即做匀减速运动，在绿灯熄灭前汽车一定不能通过停车线

D.如果距停车线5m处减速，汽车能停在停车线处

［分析］　绿灯熄灭前,汽车加速可达速度 $v_1 = v_0 + at = 12\text{m/s} < 12.5\text{m/s}$,位移为 $s_1 = \frac{v_0 + v_1}{2}t = 20\text{m} > 18\text{m}$;如果立即做匀减速运动,绿灯熄灭前,汽车减速时间 $t_2 = \frac{v_0}{a} = 1.6\text{s} < 2.0\text{s}$,减速位移 $s_2 = \frac{v_0}{2}t_2 = 6.4\text{m} < 18\text{m}$. 所以 AC 正确.

［答案］　AC

［评析］　将汽车在交叉路口遇红绿灯问题转化为匀变速直线运动的物理模型进行讨论,是理论与实际相结合.

［例2］　(2009·全国理综Ⅱ)如图 5-2-23,P、Q 为某地区水平地面上的两点,在 P 点正下方一球形区域内储藏有石油,假定区域周围岩石均匀分布,密度为 ρ. 石油密度远小于 ρ,可将上述球形区域视为空腔. 如果没有这一空腔,则该地区重力加速度,(正常值)沿竖直方向,当存在空腔时,该地区重力加速度的大小和方向会与正常情况有微小偏离,重力加速度在原竖直方向(即 PO 方向)上的投影相对于正常值的偏离叫做"重力加速度反常"为了探寻石油区域的位置和石油储量,常利用 P 点附近重力加速度反常现象,已知引力常数为 G.

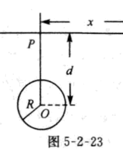


图 5-2-23

(1)设球形空腔体积为 V,球心深度为 d 远小于地球半径,$\overline{PQ} = x$,求空腔所引起的 Q 点处的重力加速度反常.

(2)若在水平地面上半径 L 的范围内发现,重力加速度反常值在 δ 与 $k\delta(k>1)$ 之间变化,且重力加速度反常的最大值出现在半径为 L 的范围的中心,如果这种反常是于地下存在某一球形空腔造成的,试求此球形空腔球心的深度和空腔的体积.

［分析］　利用空腔来分析重力加速度的变化就是对研究对象建立物理模型.

(1)若空腔是岩石,则该体积的岩石在 Q 点产生加速度的值为 $a_0 = \frac{G\rho V}{d^2 + x^2}$

它在竖直方向上投影为 $a_{0y} = a_0 \cdot \frac{d}{\sqrt{d^2 + x^2}} = \frac{G\rho Vd}{(d^2 + x^2)^{3/2}}$

该值即空腔所引起的 Q 点处的重力加速度反常

(2)由(1)中所求可知 $a_{0y} = a_0 \cdot \frac{d}{\sqrt{d^2 + x^2}} = \frac{G\rho Vd}{(d^2 + x^2)^{3/2}}$

由该式可知,当 $x=0$ 和 $x=L$,上式有极大值和极小值,它们大小为

$$a_{0y\max} = \frac{G\rho V}{d^2} = k\delta \qquad a_{0y\min} = \frac{G\rho Vd}{(d^2 + L^2)^{3/2}} = \delta$$

由 k 值的定义可知 $\frac{a_{0y\max}}{a_{0y\min}} = \frac{G\rho V}{d^2} \cdot \frac{(d^2 + L^2)^{3/2}}{G\rho Vd} = \left(1 + \frac{L^2}{d^2}\right)^{3/2} = k$

解得球形空腔球心的深度 $d = \frac{L}{\sqrt{k^{2/3} - 1}}$

球形空腔的体积为 $V = \frac{k\delta d^2}{G\rho} = \frac{k\delta L^2}{G\rho(k^{2/3} - 1)}$

［评析］ 本题说明物理学理论在实际应用中往往需要构建物理模型，以便利用物理规律进行分析、研究，本题就是这样的特例.

［例 3］ **(2009·天津)** 2008 年 12 月，天文学家们通过观测的数据确认了银河系中央的黑洞“人马座 A”的质量与太阳质量的倍数关系. 研究发现，有一星体 S2 绕人马座 A 做椭圆运动，其轨道半长轴为 9.50×10^2 天文单位(地球公转轨道的半径为一个天文单位). 人马座 A 就处在该椭圆的一个焦点上，观测得到星体 S2 的运行周期为 15.2 年.

(1)若将 S2 星的运行轨道视为半径 $r=9.50\times10^2$ 天文单位的轨道. 试估算人马座 A 的质量 M_A 是太阳质量 M_S 的多少倍(结果保留一位有效数字).

(2)黑洞的第二宇宙速度极大，处于黑洞表面的粒子即使以光速运动，其具有的动能也不足以克服黑洞对它的引力束缚. 由于引力的作用，黑洞表面处质量为 m 的粒子具有势能为 $E_p=-\dfrac{GMm}{R}$ (设粒子在离黑洞无限远处的势能为零)，式中 M、R 分别表示黑洞的质量和半径. 已知引力常量 $G=6.7\times10^{-11}\,\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2$，光速 $c=3.0\times10^8\,\text{m/s}$，太阳质量 $M_S=2.0\times10^{30}\,\text{kg}$，太阳半径 $R_S=7.0\times10^8\,\text{m}$，不考虑相对论效应，利用上问结果，在经典力学范围内求人马座 A 的半径 R 与太阳半径 R_S 之比应小于多少(结果按四舍五入保留整数).

［分析］ 黑洞是观察不到的，黑洞是科学家通过它周围的天体运动特点和天体运动应遵循的规律进行反复研究后，而提出的一个物理模型，这个物理模型被很多事实所证实，就成了现在被人们所接收的黑洞.

(1)由万有引力提供向心力可知 $\dfrac{GMm}{R^2}=m\cdot\dfrac{4\pi^2}{T^2}R$，得 $\dfrac{R^3}{T^2}=\dfrac{GM}{4\pi^2}$

设地球公转半径为 R，由题意有 $\dfrac{(9.50\times10^2\cdot R)^3}{T_{S2}^2}=\dfrac{GM_A}{4\pi^2}$，$\dfrac{R^3}{T_e^2}=\dfrac{GM_S}{4\pi^2}$

由以上两相比得 $\dfrac{M_A}{M_S}=\dfrac{(9.50\times10^2)^3}{15.2^2}=4\times10^6$

(2)由题意有 $E=\dfrac{1}{2}mc^2-\dfrac{GM_Am}{R}\leqslant0$ (临界条件)时粒子不能克服黑洞的引力束缚.

$R_A<\dfrac{2GM_A}{c^2}=\dfrac{8\times10^6\cdot GM_S}{c^2}=1.2\times10^{10}\,\text{m}$　　$\dfrac{R_A}{R_S}<17$

［例 4］ **(2009·重庆理综)** 探究某种笔的弹跳问题时，把笔分为轻质弹簧、内芯和外壳三部分，其中内芯和外壳质量分别为 m 和 $4m$. 笔的弹跳过程分为三个阶段：

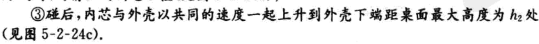
①把笔竖直倒立于水平硬桌面，下压外壳使其下端接触桌面(见图 5-2-24a)；

②由静止释放，外壳竖直上升至下端距桌面高度为 h_1 时，与静止的内芯碰撞(见图 5-2-24b)；

图 5-2-24

③碰后，内芯与外壳以共同的速度一起上升到外壳下端距桌面最大高度为 h_2 处(见图 5-2-24c).

设内芯与外壳的撞击力远大于笔所受重力、不计摩擦与空气阻力，重力加速度为 g.







求:(1)外壳与内芯碰撞后瞬间的共同速度大小;

(2)从外壳离开桌面到碰撞前瞬间,弹簧做的功;

(3)从外壳下端离开桌面到上升至h_2处,笔损失的机械能.

[分析]　将弹簧笔弹跳问题简化为释放弹性势能(即竖直上抛运动)、碰撞(完全非弹性碰撞)等过程物理模型进行研究,使物理学渗透到各个方面.

(1)外壳与碰撞后瞬间共同速度也就是它们做竖直上抛的初速度,$v_1 = \sqrt{2g(h_2 - h_1)}$

(2)内芯与外壳的撞击力远大于笔所受重力,碰撞过程动量守恒,有

$4mv_0 = 5mv_1$,解得 $v_0 = \frac{5}{4}v_1 = \frac{5}{4}\sqrt{2g(h_2 - h_1)}$

弹簧做的功 $W = 4mgh_1 + \frac{1}{2}\cdot 4mv_0^2 = \frac{mg}{4}(25h_2 - 9h_1)$

(3)笔损失的机械能 $\Delta E = \frac{1}{2}\cdot 4mv_0^2 - \frac{1}{2}\cdot 5mv_1^2 = \frac{5}{4}mg(h_2 - h_1)$

[例5]　**(2009·北京理综)**(1)如图5-2-25所示,ABC为一固定在竖直平面内的光滑轨道,BC段水平,AB段与BC段平滑连接.质量为m_1的小球从高为h处由静止开始沿轨道下滑,与静止在轨道BC段上质量为m_2的小球发生碰撞,碰撞前后两球的运动方向处于同一水平线上,且在碰撞过程中无机械能损失.求碰撞后小球m_2的速度大小v_2.

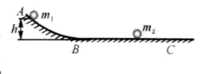


图5-2-25

图5-2-26

(2)碰撞过程中的能量传递规律在物理学中有着广泛的应用.为了探究这一规律,我们采用多球依次碰撞、碰撞前后速度在同一直线上且无机械能损失的简化力学模型.如图5-2-26所示,在固定光滑水平轨道上,质量分别为m_1、m_2、m_3、…m_{n-1}、m_n…的若干个球沿直线静止相间排列,给第1个球初动能E_{k1},从而引起各球的依次碰撞.定义其中第n个球经过一次碰撞后获得的动能E_{kn}与E_{k1}之比为第1个球对第n个球的动能传递系数k_{1n}.a.求k_{1n};b.若$m_1 = 4m_0$,$m_3 = m_0$,m_0为确定的已知量.求m_2为何值时,k_{13}值最大.

[分析]　(1)质量为m_1的小球滑到水平面时的速度由机械能守恒可知

$mgh = \frac{1}{2}mv_0^2$,$v_0 = \sqrt{2gh}$

m_1与m_2碰撞,动量守恒 $m_1v_0 = m_1v_1 + m_2v_2$ 动能守恒 $\frac{1}{2}m_1v_0^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2$

由以上两公式解得 $v_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}v_0 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\sqrt{2gh}$　(完全弹性碰撞物理模型);

[分析]　(2)a. m_1与m_2碰撞,由动量守恒和能量守恒有



$m_1v_1 = m_1v'_1 + m_2v_2$ $\quad \frac{1}{2}m_1v_1^2 = \frac{1}{2}m_1v'_1 + \frac{1}{2}m_2v_2^2$ 解得 $v_2 = \frac{2m_1}{m_1+m_2}v_1$

传递的能量为 $E_{k2} = \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{4m_1m_2}{(m_1+m_2)^2} \cdot \frac{1}{2}m_1v_1^2 = \frac{4m_1m_2}{(m_1+m_2)^2} \cdot E_{k1}$

根据传递能量系数定义可知 $k_{12} = \frac{E_{k2}}{E_{k1}} = \frac{4m_1m_2}{(m_1+m_2)^2}$

同理可得 $k_{13} = \frac{E_{k3}}{E_{k1}} = \frac{4m_1m_2}{(m_1+m_2)^2} \cdot \frac{4m_2m_3}{(m_2+m_3)^2}$

以此类推，动能传递系数

$$k_{1n} = \frac{E_{kn}}{E_{k1}} = \frac{4m_1m_2}{(m_1+m_2)^2} \cdot \frac{4m_2m_3}{(m_2+m_3)^2} \cdot \cdots \cdot \frac{4m_{n-1}m_n}{(m_{n-1}+m_n)^2}$$

解得 $k_{1n} = \frac{E_{kn}}{E_{k1}} = \frac{4^{n-1}m_1m_2^2m_3^2\cdots m_{n-1}^2m_n}{(m_1+m_2)^2(m_2+m_3)^2 \cdot \cdots \cdot (m_{n-1}+m_n)^2}$

b. 若 $m_1 = 4m_0$，$m_3 = m_0$，m_0 为确定的已知量

$$k_{13} = \frac{4^2m_1m_2^2m_3}{(m_1+m_2)^2(m_2+m_3)^2} = \frac{4^2 \cdot 4m_0^2m_2^2}{(4m_0+m_2)^2(m_2+m_0)^2}$$

$$= 64m_0^2\left[\frac{m_2}{(4m_0+m_2)(m_2+m_0)}\right]^2$$

$$\frac{m_2}{(4m_0+m_2)(m_2+m_0)} = \frac{1}{\frac{4m_0^2}{m_2}+m_2+5m_0} = \frac{1}{\left(\frac{2m_0}{\sqrt{m_2}}-\sqrt{m_2}\right)^2+m_0}$$

当 $m_2 = 2m_0$ 时，k_{13} 值最大.

[例6] 抛体运动在各类体育运动项目中很常见，如乒乓球运动. 现讨论乒乓球发球问题

设球台长 $2L$、网高 h，乒乓球反弹前后水平分速度不变，竖直分速度大小不变、方向相反，且不考虑乒乓球的旋转和空气阻力.（设重力加速度为 g）

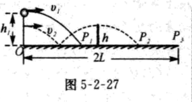


图 5-2-27

(1)若球在球台边缘 O 点正上方高度为 h_1 处以速度 v_1 水平发出，落在球台的 P_1 点（如图 5-2-27 实线所示），求 P_1 点距 O 点的距离 x_1；

(2)若球在 O 点正上方以速度 v_2 水平发出，恰好在最高点时越过球网落在球台的 P_2 点（如图虚线所示），求 v_2 的大小；

(3)若球在 O 点正上方水平发出后，球经反弹恰好越过球网且刚好落在对方球台边缘 P_3 处，求发球点距 O 点的高度 h_3.

[分析] 将乒乓球的运动抽象为平抛运动、弹性碰撞、斜抛运动等过程物理模型进行求解.

(1)设球飞行时间为 t_1，落地点与 O 点距离为 x_1，根据平抛运动有

$h_1 = \frac{1}{2}gt_1^2$ $\quad x_1 = v_1t_1$ $\quad$ 解得 $\quad x_1 = v_1\sqrt{\frac{2h_1}{g}}$.

(2)设发球高度为 h_2，飞行时间为 t_2，落地点与 O 点距离为 x_2，同理根据平抛运动

$h_2 = \frac{1}{2}gt_2^2$ $\quad x_2 = v_2t_2$ $\quad$ 且 $h_2 = h$ $\quad 2x_2 = L$ 得 $\quad v_2 = \frac{L}{2}\sqrt{\frac{g}{2h}}$.

(3)如图 5-2-28 所示，发球高度为 h_3，飞行时间为 t_3，且 $3x_3=2L$(对称性)，$x_3=\frac{2L}{3}$

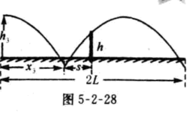


图 5-2-28

同理根据平抛运动得，

$h_3=\frac{1}{2}gt_3^2\quad x_3=v_3t_3\quad$ 有 $h_3=\frac{1}{2}g\left(\frac{2L}{3v_3}\right)^2$ ①

设球从恰好越过球网到最高点的时间与球从最高点到达球网最高点的时间相等，均为 t，有 $h_3-h=\frac{1}{2}gt^2$，图中的水平距离为 s，$x_3-s=v_3t$，而由几何关系知：

$x_3+s=L, s=L-x_3=\frac{L}{3}$. 由以上几式可得 $h_3-h=\frac{1}{2}g\left(\frac{L}{3v_3}\right)^2$ ②

由①、②两式相比得 $\frac{h_3}{h_3-h}=\frac{4}{1}$，即可解得 $h_3=\frac{4}{3}h$.

[例7] (1)为了响应国家的"节能减排"号召，某同学采用一个家用汽车的节能方法. 在符合安全行驶要求的情况下，通过减少汽车后备箱中放置的不常用物品和控制加油量等措施，使汽车负载减少. 假设汽车以 72km/h 的速度匀速行驶时，负载改变前、后汽车受到的阻力分别为 2000N 和 1950N，请计算该方法使汽车发动机输出功率减少了多少？

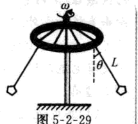


图 5-2-29

(2)有一种叫"飞椅"的游乐项目，示意图如图 5-2-29 所示，长为 L 的钢绳一端系着座椅，另一端固定在半径为 r 的水平转盘边缘，转盘可绕穿过其中心的竖直轴转动. 当转盘以角速度 ω 匀速转动时，钢绳与转轴在同一竖直平面内，与竖直方向的夹角为 θ，不计钢绳的重力，求转盘转动的角速度 ω 与夹角 θ 的关系.

[分析] 两小问均需用实际问题应用物理原理进行解答.

第(1)问提请人们注意如何节能；第(2)问应用匀速圆周运动物理模型进行分析.

(1)汽车的速度 $v=20\text{m/s}$，由功率公式 $P=F_{\min}\cdot v$，

可得 $\Delta p=P_1-P_2=(F_{\min 1}-F_{\min 2})\cdot v=1000\text{W}$.

(2)由图可知座椅旋转半径为 $R=r+L\sin\theta$，座椅受到的重力与钢绳拉力的合力提供向心力，由牛顿运动定律有 $mg\tan\theta=m\omega^2R$，由以上两式可得 $\omega^2=\frac{g\tan\theta}{r+L\sin\theta}$.

[例8] (2009·理综Ⅰ)材料的电阻率 ρ 随温度变化的规律为 $\rho=\rho_0(1+\alpha t)$，其中 α 称为电阻温度系数，ρ_0 是材料在 $t=0$℃时的电阻率. 在一定的温度范围内 α 是与温度无关的常量. 金属的电阻一般随温度的增加而增加，具有正温度系数；而某些非金属如碳等则相反，具有负温度系数. 利用具有正负温度系数的两种材料的互补特性，可制成阻值在一定温度范围内不随温度变化的电阻. 已知：在 0℃时，铜的电阻率为 $1.7\times10^{-8}\Omega\cdot\text{m}$. 碳的电阻率为 $3.5\times10^{-5}\Omega\cdot\text{m}$；在 0℃附近，铜的电阻温度系数为 3.9×10^{-3}℃$^{-1}$，碳的电阻温度系数为 -5.0×10^{-3}℃$^{-1}$. 将横截面积相同的碳棒与铜棒串接成长 1.0m 的导体，要求其电阻在 0℃附近不随温度变化，求所需碳棒的长度(忽略碳棒和铜棒的尺寸随温度的变化).

［分析］ 导体的电阻率随温度的变化在教材明确指出，但涉及此类运算是完全没有.高考中出现这样的试题，目的是能利用高中物理知识和能力解答，这是对知识迁移能力的考查.

铜棒随温度增加的电阻与碳棒随温度减小的电阻相等时，总电阻才能不变，故有

$$\Delta\rho_{Cu}\cdot\frac{L_{Cu}}{S}-\Delta\rho_C\frac{L_C}{S}=\rho_{0Cu}\alpha_{Cu}t\cdot\frac{L_{Cu}}{S}+\rho_{0C}\alpha_C t\frac{L_C}{S}=0\qquad L_{Cu}+L_C=L_0=1\text{m}$$

$$\frac{L_{Cu}}{L_C}=-\frac{\rho_{0C}\alpha_C}{\rho_{0Cu}\alpha_{Cu}}=264\qquad L_C=\frac{L_0}{265}=3.8\text{mm}$$

［例9］ 图5-2-30为一电流表的原理示意图.质量为m的均质细金属棒MN的中点处通过一绝缘挂钩与一竖直悬挂的弹簧相连，弹簧劲度系数为k.在矩形区域$abcd$内有匀强磁场，磁感应强度大小为B，方向垂直纸面向外.与MN的右端N连接的一绝缘轻指针可指示标尺上的读数，MN的长度大于ab.当MN中没有电流通过且处于平衡状态时，MN与矩形区域的cd边重合；当MN中有电流通过时，指针示数可表示电流强度.

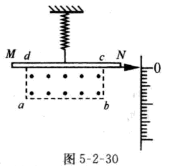


图5-2-30

(1)当电流表示数为零时，弹簧伸长多少？(重力加速度为g)

(2)若要电流表正常工作，MN的哪一端应与电源正极相接？

(3)若$k=2.0\text{N/m}$，$\overline{ab}=0.20\text{m}$，$\overline{bc}=0.050\text{m}$，$B=0.20\text{T}$，此电流表的量程是多少？(不计通电时电流产生的磁场的作用)

(4)若将量程扩大2倍，磁感应强度应变为多大？

［分析］ 电流表原理示意图就是一个简化的物理模型，它利用了金属棒受力平衡的原理.

(1)设弹簧的伸长为Δx，则有 $mg=k\Delta x$ ① 由①式得 $\Delta x=\frac{mg}{k}$ ②

(2)为使电流表正常工作，由示数标尺可知金属棒向下时指针才有示数，所以，金属棒受到安培力必须向下，由左手定则可知电流由$M\to N$，因此M端应接正极.

(3)设满量程时通过MN的电流强度为I_m，则有 $BI_m\overline{ab}+mg=k(\overline{bc}+\Delta x)$ ③

联立①③并代入数据得 $I_m=2.5\text{A}$ ④

(4)设量程扩大后，磁感应强度变为B'，则有 $2B'I_m\overline{ab}+mg=k(\overline{bc}+\Delta x)$ ⑤

由①⑤得 $B'=\frac{k\overline{bc}}{2I_m\overline{ab}}$ ⑥ 代入数据得 $B'=0.10\text{T}$



思维考试测试

1.某地区地震波中的横波和纵波传播速率分别约为4km/s和9km/s.一种简易地震仪由竖直弹簧振子P和水平弹簧振子H组成(图5-2-31).在一次地震中，震源地在地震仪

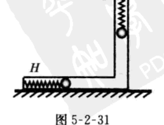


图5-2-31

下方，观察到两振子相差 5s 开始振动，则　　（　　）

A. P 先开始振动，震源距地震仪约 36km

B. P 先开始振动，震源距地震仪约 25km

C. H 先开始振动，震源距地震仪约 36km

D. H 先开始振动，震源距地震仪约 25km

2. 甲乙两运动员在训练交接棒的过程中发现：甲经短距离加速后能保持 9m/s 的速度跑完全程；乙从起跑后到接棒前的运动是匀加速的，为了确定乙起跑的时机，需在接力区前适当的位置设置标记，在某次练习中，甲在接力区前 $s_0=13.5$m 处作了标记，并以 $v=9$m/s的速度跑到此标记时向乙发出起跑口令，乙在接力区的前端听到口令时起跑，并恰好在速度达到与甲相同时被甲追上，完成交接棒，已知接力区的长度为 $L=20$m.

求：(1)此次练习中乙在接棒前的加速度 a.

(2)在完成交接棒时乙离接力区末端的距离.

3. 用放射源钋的 α 射线轰击铍时，能发射出一种穿透力极强的中性射线，这就是所谓铍“辐射”. 1932 年，查德威克用铍“辐射”分别照射(轰击)氢和氮(它们可视为处于静止状态). 测得照射后沿铍“辐射”方向高速运动的氢核和氮核的速度之比为 7.0. 查德威克假设铍“辐射”是由一种质量不为零的中性粒子构成的，从而通过上述实验在历史上首次发现了中子. 假设铍“辐射”中的中性粒子与氢或氮发生弹性正碰，试在不考虑相对论效应的条件下计算构成铍“辐射”的中性粒子的质量.（质量用原子质量单位 u 表示，1u 等于 1 个 ^{12}C 原子质量的十二分之一. 取氢核和氮核的质量分别为1.0u和 14u）

4. 宇航员在地球表面以一定初速度竖直上抛一小球，经过时间 t 小球落回原处；若他在某星球表面以相同的初速度竖直上抛同一小球，需经过时间 $5t$ 小球落回原处.（取地球表面重力加速度 $g=10\text{m/s}^2$，空气阻力不计）

(1)求该星球表面附近的重力加速度 g'；

(2)已知该星球的半径与地球半径之比为 $R_{星}:R_{地}=1:4$，求该星球的质量与地球质量之比 $M_{星}:M_{地}$.

5. 宇宙中存在一些离其他恒星较远的、由质量相等的三颗星组成的三星系统，通常可忽略其他星体对它们的引力作用. 已观测到稳定的三星系统存在两种基本的构成形式：一种是三颗星位于同一直线上，两颗星围绕中央星在同一半径为 R 的圆轨道上运行；另一种形式是三颗星位于等边三角形的三个顶点上，并沿外接于等边三角形的圆形轨道运行. 设每个星体的质量均为 m.

(1)试求第一种形式下，星体运动的线速度和周期；

(2)假设两种形式星体的运动周期相同，第二种形式下星体之间的距离应为多少？

6. 要求摩托车由静止开始在尽量短的时间内走完一段直道，然后驶入一段半圆形的

弯道，但在弯道上行驶时车速不能太快，以免因离心作用而偏出车道. 求摩托车在直道上行驶所用的最短时间. 有关数据见表格.

某同学是这样解的：要使摩托车所用时间最短，应先由静止加速到最大速度 $v_1 =$ 40m/s，然后再减速到 $v_2 = 20\text{m/s}$，$t_1 = \dfrac{v_1}{a_1} = \cdots$；$t_2 = \dfrac{v_1 - v_2}{a_2} = \cdots$；$t = t_1 + t_2$

你认为这位同学的解法是否合理？若合理. 请完成计算；若不合理，请说明理由，并用你自己的方法算出正确结果.

启动加速度 a_1	制动加速度 a_2	直道最大速度 v_1	弯道最大速度 v_2	直道长度 s
4m/s^2	8m/s^2	40m/s	20m/s	218m

7. 电偶极子模型是指电量为 q、相距为 l 的一对正负点电荷组成的电结构，O 是中点，电偶极子的方向为从负电荷拽向正电荷，用图 5-2-32(a)所示的矢量表示. 科学家在描述某类物质的电性质时，认为物体是由大量的电偶极子组成的，平时由于电偶极子的排列方向杂乱无章，因而该物质不显示带电的特性. 当加上外电场后，电偶极子绕其中心转动，最后都趋向于沿外电场方向排列，从而使物质中的合电场发生变化.

(1)如图(b)所示，有一电偶极子放置在电场强度为 E_0 的匀强外电场中，若电偶极子的方向与外电场方向的夹角为 θ，求作用在电偶极子上的电场力绕 O 点的力矩；

(2)求图(b)中电偶极子在力矩作用下转动到外电场方向的过程中，电场力所做的功；

(3)求电偶极子在外电场中处于力矩平衡时，其方向与外电场方向夹角的可能值及相应的电势能；

(4)现考察物质中的三个电偶极子，其中心在一条直线上，初始时刻如图(c)排列，它们相互间隔距离恰等于 l. 加外电场 E_0 后，三个电偶极子转到外电场方向，若在图中 A 点处引入一电量为 $+q_0$ 的点电荷(q_0 很小，不影响周围电场的分布)，求该点电荷受电场力的大小.

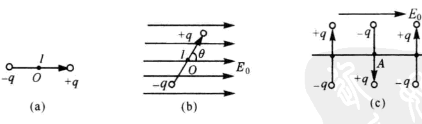


图 5-2-32

8. 一水平放置的圆盘绕竖直固定轴转动在圆盘上沿半径开有一条宽度为 2mm 的均匀狭缝，将激光器与传感器上下对准，使二者间连线与转轴平行，分别置于圆盘的上下两侧，且可以同步地沿圆盘半径方向匀速移动，激光器连续向下发射激光束. 在圆盘转动过程中，当狭缝经过激光器与传感器之间时，传感器接收到一个激光信号，并将其输入计算机，经处理后画出相应图线. 图 5-2-33(a)为该装置示意图，图 5-2-33(b)为所接收的光信

号随时间变化的图线，横坐标表示感应时间，纵坐标表示接收到的激光信号强度，图中 $\Delta t_1=1.0\times10^{-3}$ s，$\Delta t_2=0.8\times10^{-3}$ s.

(1)利用图(b)中的数据求 1s 时圆盘转动的角速度；

(2)说明激光器和传感器沿半径移动的方向；

(3)求图(b)中第三个激光信号的宽度 Δt_3.

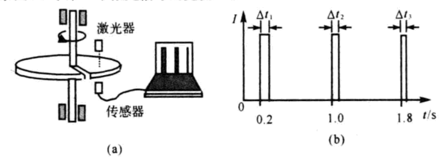


图 5-2-33

9. **(2010·安徽)**如图 5-2-34，ABD 为竖直平面内的光滑绝缘轨道，其中 AB 段是水平的，BD 段为半径 $R=0.2$ m 的半圆，两段轨道相切于 B 点，整个轨道处在竖直向下的匀强电场中，场强大小 $E=5.0\times10^3$ V/m. 一不带电的绝缘小球甲，以速度 v_0 沿水平轨道向右运动，与静止在 B 点带正电的小球乙发生弹性碰撞. 已知甲、乙两球的质量均为 $m=1.0\times10^{-2}$ kg，乙所带电荷量 $q=2.0\times10^{-5}$ C，g 取 10 m/s². (水平轨道足够长，甲、乙两球可视为质点，整个运动过程无电荷转移)

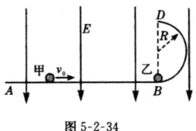


图 5-2-34

(1)甲乙两球碰撞后，乙恰能通过轨道的最高点 D，求乙在轨道上的首次落点到 B 点的距离；

(2)在满足(1)的条件下，求甲的速度 v_0；

(3)若甲仍以速度 v_0 向右运动，增大甲的质量，保持乙的质量不变，求乙在轨道上的首次落点到 B 点的距离范围.

10. **(2010·全国Ⅱ)**小球 A 和 B 的质量分别为 m_A 和 m_B 且 $m_A\gg m_B$ 在某高度处将 A 和 B 先后从静止释放. 小球 A 与水平地面碰撞后向上弹回，在释放处的下方与释放初距离为 H 的地方恰好与正在下落的小球 B 发生正撞，设所有碰撞都是弹性的，碰撞时间极短. 求小球 A、B 碰撞后 B 上升的最大高度.

11. **(2010·江苏)**在游乐节目中，选手需要借助悬挂在高处的绳飞越到水面的浮台上，小明和小阳观看后对此进行了讨论. 如图 5-2-35 所示，他们将选手简化为质量 $m=60$ kg 的质点，选手抓住绳由静止开始摆动，此时绳与竖直方向夹角 $\alpha=30°$，绳的悬挂点 O 距水面的高度为 $H=3$ m. 不考虑空气阻力和绳的质量，浮台露出水面的高度不计，水足够深. 取加速度 $g=10$ m/s²，

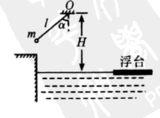


图 5-2-35

$\sin53°=0.8$，$\cos53°=0.6$.

(1)求选手摆到最低点时对绳拉力的大小 F；

(2)若绳长 $l=2$ m，选手摆到最高点时松手落入手中. 设水对选手的平均浮力 $f_1=800$ N，平均阻力 $f_2=700$ N，求选手落入水中的深度 d；

(3)若选手摆到最低点时松手，小明认为绳越长，在浮台上的落点距岸边越远；小阳认为绳越短，落点距岸边越远，请通过推算说明你的观点.

答案与提示

1. A(P 接收到的波动信息是纵波传递，H 接收到的波动信息是横波传递，由波速可知 P 先开始振动. 设震源距地震仪距离为 s，$\frac{s}{4}-\frac{s}{9}=5(\mathrm{s})$ 解得 $s=36\mathrm{km}$)

2. (1)由题意可知，甲、乙的位移之差为 $vt-\frac{v}{2}t=s_0$，解得 $t=\frac{2s_0}{v}=\frac{2\times13.5}{9}\mathrm{s}=3\mathrm{s}$，乙在接棒前的加速度 a 为 $a=\frac{v}{t}=\frac{9}{3}\ \mathrm{m/s^2}=3\ \mathrm{m/s^2}$.

(2)在完成交接棒时乙离接力区末端的距离为 $x=L-\frac{v}{2}t=(20-13.5)\mathrm{m}=6.5\mathrm{m}$.

3. 设构成铍"辐射"中性粒子的质量和速度分别为 m 和 v，氢核质量为 m_H. 构成铍"辐射"中性粒子与氢核发生弹性正碰，碰后两粒子速度分别为 v' 和 v'_H. 由动量守恒与能量守恒得：$mv=mv'+m_Hv'_H$　$\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}mv'^2+\frac{1}{2}m_Hv'^2_H$，解得 $v'_H=\frac{2mv}{m+m_H}$，同理，对于质量为 m_N 的氮核，碰后速度为 $v'_N=\frac{2mv}{m+m_N}$，可得：$m=\frac{m_Nv'_N-m_Hv'_H}{v'_H-v'_N}$，根据题意可知：$v'_H=7.0v'_N$ 解得 $m=1.2\mathrm{u}$(粒子碰撞是完全弹性碰撞物理模型).

4. (1)(竖起上抛物理模型) $t=\frac{2v_0}{g}$ 故：$g'=\frac{1}{5}g=2\ \mathrm{m/s^2}$.(2) $g=\frac{GM}{R^2}$，所以 $M=\frac{gR^2}{G}$，可解得：$\frac{M_星}{M_地}=\frac{g'}{g}\cdot\left(\frac{R_星}{R_地}\right)^2=\frac{1}{5}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^2=\frac{1}{80}$.

5. (1)三颗星位于同一直线上，两颗星围绕中央星在同一半径为 R 的圆轨道上运行，万有引力提供向心力，有 $\frac{Gmm}{R^2}=\frac{mv^2}{R}$，得星体运动的线速度为 $v=\sqrt{\frac{Gm}{R}}$，周期为 $T=\frac{2\pi R}{v}=2\pi R\sqrt{\frac{R}{Gm}}$ (匀速圆周运动模型).

(2)三颗星位于等边三角形的三个顶点上，并沿外接于等边三角形的圆形轨道运行，每颗星受其他两颗星的引力的合力提供向心力，由于对称性，合力在两引力夹角的平分

线上，两引力夹角为 60°，星体之间的距离为 l，如图 5-2-36 所示，由图可知 $F_{合}=2F\cos 30°=\dfrac{\sqrt{3}Gmm}{l^2}$，每个星体做圆周运动的半径为 $r=\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}l=\dfrac{\sqrt{3}}{3}l$. 两种形式星体的运动周期相同，由牛顿第二定律有 $\dfrac{\sqrt{3}Gmm}{l^2}=m\cdot\dfrac{4\pi^2}{4\pi^2\cdot\dfrac{R^3}{Gm}}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{3}l$，由此式解得 $l=\sqrt[3]{3}R$.

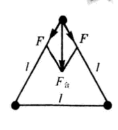


图 5-2-36

6. 在该同学的计算方法中可算出 $t_1=\dfrac{v_1}{a_1}=10\text{s}$，$t_2=\dfrac{v_1-v_2}{a_2}=2.5\text{s}$，这两段时间里的摩托车的位移为 $s'=\dfrac{v_1}{2}t_1+\dfrac{v_1+v_2}{2}t_2=275\text{m}>s=218\text{m}$，显然错误. 这就说明摩托车在直道上运动的最大速度不可能达到 40m/s，设其最大速度为 v，由匀变速运动的规律可知 $s=\dfrac{v^2}{2a_1}+\dfrac{v^2-v_2^2}{2a_2}$，将已知代入后解得 $v=36\text{m/s}$.（应用物理模型需要注意条件）

7.（1）电偶极子放置在电场强度为 E_0 的匀强外电场中，电偶极子的方向与外电场方向的夹角为 θ，受到的一对电场力大小相等、方向相反，不在一条直线上，这两个力是一对力偶，产生的力偶矩为 $M=qE_0l\sin\theta$（电偶极子是电学中一个重要的物理模型）.

（2）图（b）中电偶极子在力矩的作用下转动到外电场方向的过程中，即电偶极子沿顺时针方向转过 θ 角，电场力所做的功为 $W=2qE_0\cdot\dfrac{l}{2}\cos\theta=qE_0l\cos\theta$.

（3）电偶极子在外电场中处于力矩平衡时，电偶极子的方向与外电场方向平行，与外电场夹角可能是 0，也可能是 π，以负电荷一端为零电势，当电偶极子与外电场夹角为 0 时，电势能为 $W_1=q(0-E_0l)=-qE_0l$，当电偶极子与外电场夹角为 π 时，电势能为 $W_2=q(E_0l-0)=qE_0l$.

（4）加外电场 E_0 后，三个电偶极子转到外电场方向，相对位置如图 5-2-37 所示，此时三个电偶极子相当一个电偶极子，且之间的距离为 $3l$，在图中 A 点处引入一电量为 $+q_0$ 的点电荷，则该点电荷受到的电场力为 $F=q_0E_0-2\dfrac{kqq_0}{(1.5l)^2}=q_0E_0-\dfrac{8kqq_0}{9l^2}$.

图 5-2-37

8.（1）由图线读得转盘转动周期 $T=0.8\text{s}$，角速度 $\omega=\dfrac{2\pi}{T}=\dfrac{6.28}{0.8}\text{rad/s}=7.85\text{rad/s}$.

（2）激光器和探测器沿半径由中心向边缘移动（理由：脉冲宽度在逐渐变窄，表明光信号通过狭缝的时间在减少，即圆盘上对应探测器所在位置的线速度逐渐增加，因此激光器和探测器沿半径由中心向边缘移动）.

(3)设狭缝宽度为 d,探测器接收到第 i 个脉冲时距转轴距离为 r_i,第 i 个脉冲宽度为 Δt_i,激光器和探测器沿半径运动速度为 v,$\Delta t_i=\frac{d}{2\pi r_i}T$,$r_3-r_2=r_2-r_1$,$r_2-r_1=\frac{dT}{2\pi}(\frac{1}{\Delta t_2}-\frac{1}{\Delta t_1})$,$r_3-r_2=\frac{dT}{2\pi}(\frac{1}{\Delta t_3}-\frac{1}{\Delta t_2})$,以上几式得 $\Delta t_3=\frac{\Delta t_1\Delta t_2}{2\Delta t_1-\Delta t_2}=\frac{1.0\times10^{-3}\times0.8\times10^{-3}}{2\times1.0\times10^{-3}-0.8\times10^{-3}}\text{s}=0.67\times10^{-3}\text{s}$(匀速圆周运动和匀速运动模型).

9. 乙球受到的重力 $mg=0.1\ \text{N}$,电场力 $qE=0.1\ \text{N}=mg$,(1)甲乙两球碰撞后,乙恰能通过轨道的最高点 D,说明乙球到达轨道最高点时是重力和电场力的合力提供向心力(即轨道对小球没有作用力):$\frac{mv_{乙D}^2}{R}=(mg+qE)=2mg$,解得 $v_{乙D}=\sqrt{2gR}$,乙球离开 D 点后做类平抛运动,有:$2R=\frac{1}{2}\cdot2gt^2$,$s_{乙B}=v_Dt$. 由以上两式解得 $s_{乙B}=2R=0.4\text{m}$. (2)甲乙两球碰撞是弹性碰撞,碰后乙球由 B 点运动到 D 点的过程中有:$\frac{1}{2}mv_{乙B}^2-\frac{1}{2}mv_{乙D}^2=2mg\cdot2R$,解得 $v_{乙B}=\sqrt{10gR}$,因是弹性碰撞有:$mv_0=mv_{乙B}+mv_{甲B}$,$\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}mv_{乙B}^2+\frac{1}{2}mv_{甲B}^2$,解得 $v_0=v_{乙B}=\sqrt{10gR}=2\sqrt{5}\text{m/s}$,$v_{甲B}=0$. (3)若甲仍以速度 v_0 向右运动,增大甲的质量,保持乙的质量不变,是弹性碰撞有:$m_甲\ v_0=mv_{乙B}+m_甲\ v_{甲B}$,$\frac{1}{2}m_甲\ v_0^2=\frac{1}{2}mv_{乙B}^2+\frac{1}{2}m_甲\ v_{甲B}^2$,解得 $v_{乙B}=\frac{2m_甲}{m+m_甲}v_0$,当 $m_甲$ 由 $m\to\infty$ 时,$v_{乙B}$ 由 $v_{乙B}=\sqrt{10gR}\to v'_{乙B}=2\sqrt{10gR}=4\sqrt{5}\ \text{m/s}$,则乙球到达 D 点时速度为 $v'_{乙D}$,$\frac{1}{2}mv'^2_{乙B}-\frac{1}{2}mv'^2_{乙D}=2mg\cdot2R$,$v'_{乙D}=4\sqrt{2gR}$,即 $s'_{乙B}=v'_{乙D}t=8R=1.6\ \text{m}$,综上所述:乙在轨道上首次落点到 B 点的距离范围为 0.4~1.6 m.

10. 根据题意,由运动学规律可知,小球 A 与 B 碰撞前的速度大小相等,设均为 v_0,由机械能守恒有 $m_AgH=\frac{1}{2}m_Av_0^2$,设小球 A 与 B 碰撞后的速度分别为 v_1 和 v_2,以竖直向上方向为正,由动量守恒有 $m_Av_0+m_B(-v_0)=m_Av_1+m_Bv_2$,由于两球碰撞过程中能量守恒,故 $\frac{1}{2}m_Av_0^2+\frac{1}{2}m_Bv_0^2=\frac{1}{2}m_Av_1^2+\frac{1}{2}m_Bv_2^2$,联立解得 $v_2=\frac{3m_A-m_B}{m_A+m_B}v_0$,设小球 B 能上升的最大高度为 h,由运动学公式有 $h=\frac{v_2^2}{2g}$,得 $h=\left(\frac{3m_A-m_B}{m_A+m_B}\right)^2H$.

11. (1)机械能守恒 $mgl(1-\cos\alpha)=\frac{1}{2}mv^2$,$v=\sqrt{2gl(1-\cos\alpha)}$,圆周运动 $F'-$

$mg=m\frac{v^2}{l}$,解得 $F'=(3-2\cos\alpha)mg$,人对绳的拉力 $F=F'=(3-2\cos\alpha)mg=1080$ N. (2)动能定理 $mg(H-l\cos\alpha+d)-(f_1+f_2)d=0$,则 $d=\frac{mg(H-l\cos\alpha)}{f_1+f_2-mg}$,解得 $d=1.2$ m. (3)选手从最低点开始做平抛运动 $x=vt$, $H-l=\frac{1}{2}gt^2$,解得 $x=2\sqrt{l(H-l)(1-\cos\alpha)}=2\sqrt{\left[\frac{H^2}{4}-\left(l-\frac{H}{2}\right)^2\right](1-\cos\alpha)}$,当 $l=\frac{H}{2}$时,x 有最大值,解得 $l=1.5$ m,因此,两人的看法均不正确. 当绳长越接近 1.5 m时,落点距岸边越远.

第六讲 极限法、量纲法

极限法判断选项:在物理问题中,有些物理过程比较复杂,而这个较为复杂的物理过程又隶属于一个更大范围的物理全过程,再把这个复杂的物理全过程分解成几个小过程,而这些小过程的变化是单一的.那么,选取全过程的两个端点及中间的奇变点来进行分析,其结果包含了所要讨论的物理过程,从而使求解过程简单、直观,这就是极限思维方法.

极限思维方法是一种比较直观、简洁的科学方法.在物理学的研究中,常用它来解决某些不能直接验证的实验和规律.例如伽利略在研究从斜面上滚下的小球运动时就用了极限思维法将第二斜面外推到极限水平面;开尔文把查理定律外推到压强为零这一极限值,而引入了热力学温标……在物理学的发展和物理问题的研究中,极限思维法是一种重要的方法.

应用极限思维法时,特别要注意到所选取某段物理过程,所研究物理量的变化应是单一的变化过程,如增函数或减函数,但不能在所选的过程中既包含增函数,又包含有减函数的关系,这样的情况是不能应用极限思维法的.

量纲式判断选项:利用物理量定义式确定该物理量与基本物理量之间的关系式叫做量纲.在中学物理中的基本物理量有:质量 M、时间 T、长度 L、电流 I.其他还有三个基本单位在力、电涉及不多,就不赘述.在力电部分所涉及的物理量主要由这几个基本物理量组成.如力学中力的量纲式就是 $[F]=[m][a]=[LMT^{-2}]$,电学中的电场强度的量纲式 $[E]=\frac{[F]}{[q]}=[LMT^{-3}I^{-1}]$…,由量纲式可以判断选择题确定某物理量表达式类是否正确,是非常直观和简捷的途径.

在物理测试中,选择题就其考查的内容和范围来讲,几乎涵盖了物理学中所有的内容,就其所占的分量来讲,达到 40%左右的比例.如何迅速地判断选项的正确与否,是衡量考生物理能力的标志.一般来说,极限法与量纲式要用来判断选择题的选项正确与错误,判断表达式的正确与否,在计算题中,应用这两种方法也可以检验结果是否正确.



解题方法指导

[例 1] 如图 6-1 所示,在一粗糙的水平面上有两个质量分别为 m_1 和 m_2 的木块 1 和 2,中间用一原长为 l、劲度系数为 k 的轻弹簧连接起来,木块与地面间的动摩擦因数为 μ,现用一水平力向右拉木块 2,当两木块一起匀速运动时,两木块之间的距离为 ( )

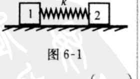


图 6-1

A. $l+\frac{\mu m_1 g}{k}$ B. $l+\frac{\mu(m_1+m_2)g}{k}$

C. $l+\frac{\mu m_2 g}{k}$ D. $l+\frac{\mu m_1 m_2 g}{k(m_1+m_2)}$

[分析] 对木块 1 而言,弹簧产生的弹力与它受到的滑动摩擦力平衡,有 $\mu m_1 g=$





$k\Delta l$，两木块之间的距离就在于弹簧的长度 $L=l+\Delta l=l+\frac{\mu m_1 g}{k}$.

极限法：弹簧的拉力是木块1受到滑动摩擦力平衡，若 $m_1=0$（极限值），弹簧的伸长量为零，说明弹簧的伸长量与 m_2 无关，A选项正确.

［答案］ A

［例2］ 质量为 m 的三角形木楔 A 置于倾角为 θ 的固定斜面上，它与斜面间的动摩擦因数为 μ，一水平力 F 作用在木楔 A 的竖直平面上，在力 F 的推动下，木楔 A 沿斜面以恒定的加速度 a 向上滑动，如图6-2所示，则 F 的大小为　（　　）

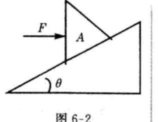


图 6-2

A. $m\frac{a+g(\sin\theta+\mu\cos\theta)}{\cos\theta}$　　B. $m\frac{a-g\sin\theta}{\cos\theta}$

C. $m\frac{a+g(\sin\theta+\mu\cos\theta)}{\cos\theta-\mu\cos\theta}$　　D. $m\frac{a+g(\sin\theta+\mu\cos\theta)}{\cos\theta+\mu\cos\theta}$

［分析］ 力 F 在平行于斜面上的分量 $F\cos\theta$ 一部分与滑动摩擦力平衡，一部分使木楔A产生加速度，当 $\mu=0$（极限），$F=m\cdot\frac{a+g\sin\theta}{\cos\theta}$，排除B选项.

力 F 在垂直于斜面上的分量 $F\sin\theta$ 使木楔 A 与斜面间的弹力增大，从而导致滑动摩擦力增大，力 F 也因此而增大，所以在力 F 的表达式中分母中应有与 μ 有关项，且 M 增大时，力 F 增大. 根据以上分析，只有C选项正确.

［答案］ C

［例3］ 在抗洪抢险中，战士驾驶摩托艇救人，假设江岸是平直的，洪水沿江向下游流去，水流速度为 v_1，摩托艇在静水中的航速为 v_2，战士救人的地点 A 离岸最近处 O 点的距离为 d，如战士想在最短时间内将人送上岸，则摩托艇登陆的地点离 O 点的距离为　（　　）

A. $\frac{dv_2}{\sqrt{v_2^2-v_1^2}}$　　B. 0　　C. $\frac{dv_1}{v_2}$　　D. $\frac{dv_2}{v_1}$

［解析］ 当水流速 $v_1=0$（极限）时，摩托艇登陆的地点是 O 点，也就是离 O 点的距离为零，只有C选项正确.

［答案］ C

［评析］ 由以上三例说明了当某一个物理量为零时，所判断的物理量就趋近了一个不变的值，这是应用极限法的一个特征. 同时由以上两例，说明极限法思考使问题变得极为简捷.

［例4］ 两个光滑的斜面的高度相同，两斜面的总长度也相同，但是乙斜面是由两部分接成，如图6-3所示. 将两个相同的小球从两斜面的顶端同时释放，不计在接触处的能量损失，问哪一个先到达底端？

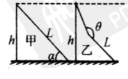


图 6-3

极限法　两斜面不同点就是乙斜面是两部分组成，可把甲斜面看做乙斜面的特例，将乙斜面两部分交界处的夹角θ看成是在180°与90°之间变化，当$\theta=180°$(极限值)时是甲斜面，当$\theta=90°$(极限值)时是图6-4中的情形.

图 6-4

由图6-3甲可知 $\sin\alpha=\dfrac{h}{L}$

对甲斜面，运动时间 $t_{甲}=\sqrt{\dfrac{2L}{g\sin\alpha}}=\dfrac{2L}{\sqrt{2gh}}$　①

在极限状态下丙斜面，运动时间 $t_{丙}=\sqrt{\dfrac{2h}{g}}+\dfrac{L-h}{\sqrt{2gh}}$，化简得 $t_{丙}=\dfrac{L+h}{\sqrt{2gh}}$　②

比较①式和②式，由于 $L>h$，$t_{甲}>t_{丙}$，则可知 $t_{甲}>t_{乙}$.

图象法：作出小球在甲、乙两斜面上运动的速率—时间图象如图6-5所示，两斜面的长度相同，乙开始的加速度大些，所以，图象凸起，由图象直观地看到乙先达到底端.

［评析］　本题用两种特殊的解法进行判断，极限法相对图象法是烦琐些，若从解析的角度也不失为一种可行的方法.

图 6-5

［例5］　一个小球竖直上抛，初速度与返回抛出点的速度大小之比为k，设小球运动中受到的空气阻力大小不变，则空气阻力f与小球的重力G之比为　(　　)

A. $\dfrac{f}{G}=k$　　B. $\dfrac{f}{G}=\dfrac{1}{k}$　　C. $\dfrac{f}{G}=\dfrac{k^2-1}{k^2+1}$　　D. $\dfrac{f}{G}=\dfrac{k+1}{k-1}$

解法一：上升过程加速度 $a_1=\dfrac{G+f}{m}$，下降过程加速度 $a_2=\dfrac{G-f}{m}$.

小球上升和下降过程中的位移相同，均是匀变速直线运动，所以有：

$v_0^2=2a_1h$，　$\left(\dfrac{v_0}{k}\right)^2=2a_2h$.

将两速度的表达式相比得 $\dfrac{k^2}{1}=\dfrac{a_1}{a_2}=\dfrac{G+f}{G-f}$，进而得 $\dfrac{f}{G}=\dfrac{k^2-1}{k^2+1}$.

解法二：当 $f=0$ 时(极限)，物体在重力下做竖直上抛运动，回到抛出点的速度大小与抛出时速度大小相等，$k=1$ 时有意义，只有C式才具有这种可能.

［答案］　C

［评析］　解法二是建立在对物理过程有深刻理解的基本上.

［例6］　如图6-6所示，质量为M的气球，载有质量为m的砂袋以加速度a上升，当将体积可以忽略的砂袋抛下后，气球上升的加速度将变为　(　　)

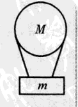


图 6-6

A. $\dfrac{m}{M}(g+a)+a$　　B. $\dfrac{M}{m}(g+a)$

C. $\left(\dfrac{M}{m}+1\right)a$　　D. $\left(\dfrac{m}{M}+1\right)(g+a)$

［分析］　砂袋抛出前气球和砂袋受到合外力为 $F-(M+m)g=(M+m)a$，抛出后，气球受到合外力为 $F-Mg=Ma_x$，由以上两式解得 $a_x=\frac{m}{M}(g+a)+a$

极限法：当抛出砂袋的质量 $m\to 0$（极限）时，气球的加速度 a 不变，只有 A 选项正确.

［答案］　A

［评析］　两种解法都比较简捷.解法一回避了浮力，直接根据砂袋子抛出前后的合外力不变建立牛顿第二定律的关系式求解，而解法二则是应用极限法，当 $m\to 0$，加速度不变进行判断，可以说是异曲同工.

［例 7］　一辆汽车行驶过程中保证其牵引力与速度乘积不变，先沿略有坡度的斜坡以速度 v_1 匀速上行；然后以 v_2 匀速驶下；最后以速度 v_3 在水平面上行驶.若三种情况下，车与路面的摩擦因数均相同，那么这三个速度的关系应为　　（　　）

A. $v_3=\frac{2v_1v_2}{v_1+v_2}$　　B. $v_3=\frac{v_1+v_2}{2v_1v_2}$　　C. $v_3=\sqrt{\frac{v_1+v_2}{2}}$　　D. $v_3=\sqrt{v_1^2+v_2^2}$

［分析］　解法一：汽车匀速运动时的牵引力等于阻力：在略有坡度的斜面上行时的牵引力 $F_1=\mu mg\cos\theta+mg\sin\theta$，下行的牵引力 $F_2=\mu mg\cos\theta-mg\sin\theta$，水平面上牵引力 $F_3=\mu mg$，由题意有 $\mu mgv_3=mg(\mu\cos\theta+\sin\theta)v_1=mg(\mu\cos\theta-\sin\theta)v_2$

即为 $\mu v_3=(\mu\cos\theta+\sin\theta)v_1$　①　$\mu v_3=(\mu\cos\theta-\sin\theta)v_2$　②

①$\times v_2$ + ②$\times v_1$ 得 $\cos\theta=\frac{v_1v_3+v_2v_3}{2v_1v_2}$，由于坡度小，$\theta\to 0$，$\cos\theta\to 1$，所以有

$\cos\theta=\frac{v_1v_3+v_2v_3}{2v_1v_2}=\frac{v_3(v_1+v_2)}{2v_1v_2}=1$　　即 $v_3=\frac{2v_1v_2}{v_1+v_2}$.

解法二：量纲式判断.首先观察四个选项中的表达式，显然 B、C 两选项中的量纲式不对，即可排除这两个选项正确的可能性.

极限法.当斜坡倾角为零时，三个速度相等，只有 A 式才能有这种可能性.

［答案］　A

［例 8］　在光滑的水平面上，放着两块长度相同、质量分别为 M_1、M_2 的木板，在两木板的左端各放一个大小、形状、质量完全相同的物块，如图 6-7 所示，开始时，各物静止.今在两物块上各作用一水平恒力 F_1、F_2，在物块与木板分离时，两木板的速度分别为 v_1 和 v_2，物块与两木板之间的动摩擦因数相同，下列说法中正确的是　　（　　）

A. 若 $F_1=F_2$，$M_1>M_2$，则 $v_1>v_2$

B. 若 $F_1=F_2$，$M_1<M_2$，则 $v_1>v_2$

C. 若 $F_1>F_2$，$M_1=M_2$，则 $v_1>v_2$

D. 若 $F_1<F_2$，$M_1=M_2$，则 $v_1>v_2$

图 6-7

［分析］　物块在木板上滑动.物块的加速度越大，木板的加速度越小，两者分离所需要的时间越少，那木板的速度越小.当 $F_1=F_2$，物块的加速度相同：若 $M_1>M_2$，$a_1<a_2$，$t_1<t_2$，$v_1<v_2$，反之 $v_1>v_2$；当 $M_1=M_2$，木板的加速度相同：若 $F_1>F_2$，$a_{1物}>a_{2物}$，



$t_1 < t_2, v_1 < v_2$，反之，$v_1 > v_2$.

极限法：若 $F_1 = F_2, M_1 > M_2$，当 $M_1 \to \infty$ 时(极限)，$v_1 \to 0$，所以 $v_1 < v_2$；反之，$M_1 < M_2$，则 $v_1 > v_2$；若 $F_1 > F_2, M_1 = M_2$，当 F_2 小到使物块与木板不能分离时(极限)，即木板与物块具有相同的加速度，木板的速度越来越大，所以 $v_1 < v_2$；反之，$F_1 < F_2, v_1 > v_2$.

[答案] BD

[例9] 将质量为 $2m$ 的长木板静止地放在光滑的水平面上，如图 6-8(a) 所示. 一质量为 m 的小铅块(可视为质点)以水平初速度 v_0 由木板左端恰能滑至木板的右端与木板相对静止，铅块运动中所受的摩擦力始终不变. 现将木板分成长度与质量均相等的两段(1、2)后紧挨着仍放在此水平面上，让小铅块仍以相同的初速度 v_0 由木板1的左端开始滑动，如图(b) 所示，则下列判断正确的是 ( )

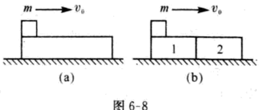


图 6-8

A. 小铅块仍滑到与木板 2 的右端保持相对静止

B. 小铅块滑过木板 2 的右端后飞离木板

C. 小铅块滑到木板 2 的右端前就与之保持相对静止

D. (b) 过程产生的热量少于(a) 过程产生的热量

[分析] 小铅块在木板上滑动时，由于水平面是光滑的，小铅块和木板组成的系统在水平方向上动量守恒，木板的质量越大，小铅块在木板上滑行的距离越长，若是木板的质量无穷大，则铅块最终的速度为零，其动能全部转化为热，没有动能转移到长木板上，这说明了长木板的质量越大，获得的动能越小；质量越小，获得的动能越大. 在(b) 图中小铅块在木板1上运动时的情况与(a) 中的情况完全相同，小铅块滑上木板2后，由于木板2的质量变小，动能转移到木板 2 上多于转移到(a) 中的情况，小铅块与木板 2 相对静止时的速度比(a) 中的大，系统损失的动能小于(a) 中损失动能. 此过程中损失的动能全部转化为热，故小铅块不会滑到木板 2 的右端前就与之保持相对静止，(b) 过程产生的热量少于(a) 过程产生的热量. 选项 C、D 正确.

极限法 若木板固定(木板的质量相当于无穷大)，小铅块能滑离木板，此结论意味着木板的质量越小，小铅块越不能滑离木板，所以在(b) 过程，小铅块滑上木板 2 时就不能滑到木板右端点而在之前就与木板相对静止.

[答案] CD

[评析] 此类问题在日常生活中经常遇到：当岸与船的距离不变时，人站在岸上向船上跳容易，而从船上向岸上跳就比较困难，船的质量越大，越容易跳到岸上，其原理与本题的是一致的.

［例 10］　总质量为 M 的火箭以速度 v_0 沿水平方向飞行，当质量为 m 的燃气，以相对火箭为 u 的速度向后喷出时，火箭的速度为　　　　（　　）

A. $\dfrac{Mv_0+m}{M-m}$　　　　B. $\dfrac{(M-m)v_0-mu}{M+m}$

C. $\dfrac{Mv_0+mu}{M}$　　　　D. $\dfrac{Mv_0+mu}{M-m}$

［分析］　若喷出的燃气相对火箭的速度 $u=0$(极限)时，即相当于没有喷出燃气，火箭的速度不变，比较这四个选项中当 $u=0$ 时，火箭的速度仍为 v_0，只有 C 选项正确.

本题还可以选 $m=0$(极限)，火箭的速度为 v_0，也只有 C 选项符合.

［答案］　C

［评析］　本题回避动量守恒和相对速度的内涵，采取了极限思维的方法使求解过程大为简捷，但是从物理学的角度来看却失去了考查动量守恒和相对速度的意义，所以，任何一种途径来解答问题均是有得有失，从初学者的角度应从动量和相对速度方面去思考，对于进入总复习的高中生来讲，选择最快捷的方式解答问题，极限法不失为一种好的方法.

［例 11］　如图 6-9 所示，在水平光滑的桌面上，放一质量为 M 的小车，在小车的平台上(小车的一部分有一质量是可忽略的弹簧，一端固定在平台上，另一端用质量为 m 的小球将弹簧压缩一定的距离后用细线捆住，用手将小车固定在桌面上，然后烧断细线，小球被弹出，落在小车上的 A 点，且 $\overline{OA}=s$. 如果小车不固定而烧断细线，球将落在车上何处(设小车足够长，球不落在车外)?

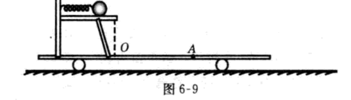


图 6-9

［分析］　当小车固定不动时，小球弹出时的速度大小为 v，小球做平抛运动的时间为 t.

由平抛运动规律可知：　$s=vt$　　①

当小车不固定时，设小球弹出时相对地面的速度大小为 v'，车速大小为 u，由动量守恒有　$mv'-Mu=0$　　②

由能量守恒可知两次的总动能均为弹簧储存的弹性势能，所以有

$\frac{1}{2}mv'^2+\frac{1}{2}Mu^2=\frac{1}{2}mv^2$　　③

由 ②、③ 两式得 $v'=\sqrt{\frac{M}{M+m}}v$　④ $u=\frac{m}{M}v'=\frac{m}{M}\sqrt{\frac{M}{M+m}}v$　⑤

小球离开桌面做平抛运动，由于飞行的高度不变，运动的时间仍为 t，小球落在桌面上离 O 点的距离 s'，是小球和小车两者运动的距离之和.

所以，由此及①、④、⑤可得 $s'=(v'+u)t=\sqrt{\frac{M+m}{M}}vt=\sqrt{\frac{M+m}{M}}s$

检验：这个结果可用极限法进行检验. 当小车固定时，相当于小车的质量 M 趋向无穷大，则 $s'=\sqrt{\frac{M+m}{M}}s\to s$，与题设中的条件是一致的.

［评析］ 物理试题求解后，在很多情况下要检查其结果是否正确，本题应用极限法来检查其结果既直观又简捷.

［例 12］ 如图 6-10 所示，a、b 为两个固定的点电荷，带等量同种电荷，O 为 ab 的中点，O_1O_2 是 ab 的中垂线，一个电子(重力不计)，从 O_1 一侧沿 O_1O_2 方向射入，则电子穿过 O 再向右运动的过程中，可能 （　　）

A. 它的加速度逐渐变大

B. 它的加速度逐渐减小

C. 它的加速度开始一段逐渐增大，后来逐渐减小

D. 它的加速度开始一段逐渐减小，后来逐渐增大

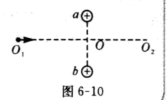


图 6-10

［分析］ 两个等量同种电荷连线的中点 O 处场强为零，而无穷远处(极限值)的场强也是零，其他各处场强不为零，这说明由 O 点沿 ab 的中垂线至无穷远处场强的变化是先增大后减小，这中间必有一处场强具有最大值，电子 O_1 一侧沿 O_1O_2 方向射入，穿过 O 再向右运动的过程中，它的加速度是先增大，后减小.

［答案］ C

［例 13］ 如图 6-11 所示，ab 是半径为 r 的圆的直径，该圆处于匀强电场中，场强大小为 E，在圆所在的平面内，将一带正电荷量为 q 的小球从 a 点分别以相同的动能抛出，抛出的方向不同，小球经过圆上不同点，在所有的这些点中，只有到达 c 点的小球的动能最大. 已知 a、c 连线与直径 ab 间的夹角 $\theta=30°$，若不计重力和空气阻力，试求：

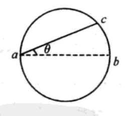


图 6-11

(1) 电场方向与 a、c 连线间的夹角 α 为多大？

(2) 若小球在 a 点时初速度方向与电场方向垂直，且小球恰好能落在 c 点，则初动能 E_k 为多大？

［分析］ (1) 到达 c 点的小球的动能最大，说明电场对到达 c 点的小球做的功最多，所以 c 点应在离 a 点最远的等势线上. 过 c 点的切线（切线是与圆周只有一个交点，割线的极限）就是这个等势线. 电场线应跟这个切线垂直，如图 7-10 所示. 由图可知，电场线和 ac 连线的夹角为 $\theta = 30°$.

(2) 若小球在 a 点时初速度方向与电场方向垂直，且小球恰好能落在 c 点，则小球初速度的方向只能垂直 E 斜向下，小球做的是类平抛运动. 由题意画出场强的方向及小球初速度的方向，并画出小球的运动轨迹如图 6-12 所示. 过 a 点做切线的垂线 ad（即和场强方向平行的线），由几何知识算出 $ac=\sqrt{3}r$，$dc=\frac{\sqrt{3}}{2}r$，$ad=\frac{3}{2}r$

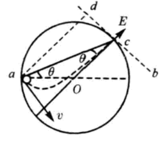


图 6-12

结合小球在垂直 E 和平行于 E 的方向上的运动可知：

$$\frac{3}{2}r=\frac{1}{2}\cdot\frac{qE}{m}\cdot\frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}r\right)^2}{v^2}$$，解得：小球初动能 $\frac{1}{2}mv^2=\frac{qEr}{8}$.

［例 14］ 在如图 6-13 所示的电路中，R_1、R_2、R_3 和 R_4 皆为定值电阻，R_5 为可变电阻，电源的电动势为 ε，内阻为 r. 设电流表 A 的读数为 I，电压表 V 的读数为 U. 当 R_5 的滑动触点向图中 a 端移动时，（　　）

A. I 变大，U 变小　　B. I 变大，U 变大

C. I 变小，U 变大　　D. I 变小，U 变小

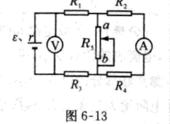


图 6-13

［分析］ 假设开始滑动触点移到图中 a 处（极限点），此时电阻 R_5 及 R_2、R_4 被短路，电流表的读数为零，由于外电阻变小，外电阻的分压作用减小，路端电压 U 变小.

［答案］ D

［例 15］ 如图 6-14 所示的电路，总电压 U 保持不变，滑线变阻器的总电阻为 $2R$，当滑动片位于变阻器的中点 O 时，四个电流表 A_1、A_2、A_3、A_4 的示数都相等，且为 I_0，当滑动片移到 O' 时，则（　　）

A. A_1 的示数大于 I_0　　B. A_2 的示数大于 I_0

C. A_3 的示数大于 I_0　　D. A_4 的示数大于 I_0

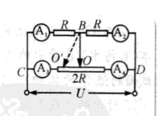


图 6-14

［分析］ 当滑动片在 O 点时，此时电路中的电阻最大，当滑动片在变阻器的两个端点时，电路中的电阻最小（相当于两个定值电阻有一个被导线短路）. 电路具有对称性，所以各电流表的示数均为 I_0，当滑动片由 O 移到 O' 时，电路对称性被破坏，左侧电路 CBO' 的电阻变小，右侧电路 $BO'D$ 的电阻变大，总电压不变，根据串联电路电压分配与电阻成正比可得 $U_{CB}<\frac{U}{2}$，$U_{BD}>\frac{U}{2}$，$I_0=\frac{U}{2R}$，$I_1=\frac{U_{CB}}{R}<\frac{U}{2R}$，$I_2=\frac{U_{BD}}{R}>\frac{U}{2R}$，所以，$I_1<I_0$，

$I_2 > I_0$.

当滑动片在 O 点时，此时电路中的电阻最大，当滑动片在变阻器的两个端点时，电路中的电阻最小(相当于两个定值电阻有一个被导线短路)．对于 CO' 和 $O'D$ 的两支路，采取极限的方法进行分析：设 O' 点移至滑线变阻器的左端点，电路的总电阻 $R_{总}=\frac{2R}{3}$，总电流 $I=\frac{U}{R_{总}}=\frac{3U}{2R}$，该电流全部从电流表 A_3 流过，显然，$I_0<I$，即电流表 A_3 的电流大于 I_0，而电流表 A_4 中流过的电流为 $U/2R=I_0$．综上所述，可知选 B、C 两选项．

［答案］ BC

［例 16］ 如图 6-15 所示的电路中，闭合电键，灯 L_1、L_2 正常发光，由于电路出现故障，突然发现 L_1 变亮，灯 L_2 变暗，电流表的读数变小，根据分析，发生的故障可能是 （ ）

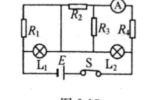


图 6-15

A. R_1 断路　　B. R_2 断路

C. R_3 短路　　D. R_4 短路

［分析］ 等效电路如图 6-16 所示，灯 L_1 变亮，灯 L_2 变暗，电流表的读数变小，说明左侧并联部分的电阻变大，或者右侧并联部分的电阻变小，发生故障的元件若是断路，可看作电阻增大到无穷大(极限值)，应与 L_1 并联，与 L_2 串联，符合条件的只有电阻 R_1；若发生故障的元件若是短路，可看作电阻减小为零(极限值)，应与 L_1 串联，与 L_2 并联，在电路图中不存在有符合条件的电阻．

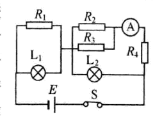


图 6-16

［答案］ A

［例 17］ 电磁流量计广泛应用于测量可导电流体(如污水)在管中的流量(在单位时间内通过管内横截面的流体的体积)．为了简化，假设流量计是如图 6-17 所示的横截面为长方形的一段管道，其中空部分的长、宽、高分别为图中的 a、b、c．流量计的两端与输送流体的管道相连接(图中的虚线)．图中流量计的上下两面是金属材料，前后两面是绝缘材料．现于流量计所在处加磁感应强度为 B 的匀强磁场，磁场方向垂直于前后两面．当导电液体稳定地流以流量计时，在管外将流量计上、下两表面分别与一串接电阻 R 的电流表的两端连接，I 表示测量得的电流值．已知流体的电阻率为 ρ．不计电流表的内阻，则可求得流量为 （ ）

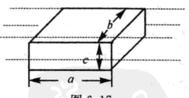


图 6-17

A. $\frac{I}{B}(bR+\rho\frac{c}{a})$　B. $\frac{I}{B}(aR+\rho\frac{b}{c})$　C. $\frac{I}{B}(cR+\rho\frac{a}{b})$　D. $\frac{I}{B}(R+\rho\frac{bc}{a})$

［分析］　当管中流体中的带电粒子在流量计中匀速运动时受到洛仑兹力与电场力平衡，粒子受洛仑兹沿竖直方向，电场力也是竖直方向，有 $qvB=qE$，$E=vB$. 上、下两表面电势差 $U=Ec=vBc$，上、下两表面间流体的电阻 $R'=\rho\frac{c}{ab}$，电流 $I=\frac{U}{R+R'}=\frac{vBc}{R+\rho\frac{c}{ab}}$，$v=\frac{I}{Bc}(R+\rho\frac{c}{ab})$，故流量 $Q=bcv=\frac{I}{B}(bR+\rho\frac{c}{a})$.

另解：电流表测的电流是通过长方形管道的上、下两面之间的电流，导电的流体沿电流方向上的电阻 $R'=\rho\frac{c}{ab}$，在选项中的与电阻率 ρ 相乘部分只有 A 选项是正确的，而 D 选项中的量纲不对.

［答案］　A

［例 18］　如图 6-18 所示，为了观察门外情况，有人在门上开一小圆孔，将一块圆柱形玻璃嵌入其中，圆柱体轴线与门面垂直. 从圆柱底面中心看出去，可以看到的门外入射光线与轴线的最大夹角称作视场角. 已知该玻璃的折射为 n，圆柱长为 l，底面半径为 r，则视场角是　　(　　)

A. $\arcsin\frac{nl}{\sqrt{r^2+l^2}}$　　B. $\arcsin\frac{nr}{\sqrt{r^2+l^2}}$

C. $\arcsin\frac{r}{n\sqrt{r^2+l^2}}$　　D. $\arcsin\frac{l}{n\sqrt{r^2+l^2}}$

图 6-18

［分析］　当 $n=1$(极限值)，由视场角定义可知视场角为 $\alpha=\arcsin\frac{r}{\sqrt{r^2+l^2}}$，由此排除 A、D 两选项；由折射定律可知，当 $n>1$ 时，视场角 β 与 α 的关系为 $n=\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}$，$\sin\beta=n\sin\alpha$，由此可知，C 选项错误. 只有 B 选项正确.

［答案］　B

［例 19］　一人看到闪电 12.3s 后又听到雷声. 已知空气中的声速为 330～340m/s，光速为 3×10^8m/s，于是他用 12.3 除以 3 很快估算出闪电发生位置到他的距离为 4.1km. 根据你所学的物理知识可以判断　　(　　)

A. 这种估算方法是错误的，不可采用

B. 这种估算方法可以比较准确的估算出闪电发生位置与观察者间的距离

C. 这种估算方法没有考虑光的传播时间，结果误差很大

D. 即使声速增大 2 倍以上，本题的估算结果依然正确

［分析］　该人用的方法是用 12.3 除以 3 很快估算出闪电发生位置到他的距离为 4.1km，$\frac{12.3\text{s}}{3}=4.1$km，从量纲的角度看，3 的单位是 s/km，其物理意义是声波传播 1km 需时间 3s. 光速远大于声速，因声速为 330～340m/s，即，因为 1km 与声速的比值约为 3，



所以，这种估算是正确的，前提是光速远大于声速，声速为 330 ~ 340m/s.

［答案］ B

跟踪训练

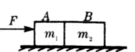
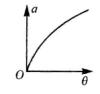


图 6-19

1. 如图 6-19 所示，A 和 B 两物体的质量分别为 m_1 和 m_2，互相接触放在光滑水平面上. 若对物体 A 施以水平推力 F，则 A 对 B 的作用力为 （ ）

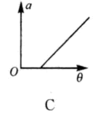
A. $\dfrac{m_1F}{m_1+m_2}$　　B. $\dfrac{m_2F}{m_1+m_2}$　　C. F　　D. $\dfrac{m_2}{m_1}F$

2. 一个物体沿摩擦因数一定的斜面加速下滑，图 6-20 所示的图象中，哪一个比较准确地描述了加速度 a 与斜面倾角 θ 的关系？ （ ）

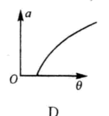


A

B



C



D

图 6-20

3. 如图 6-21 所示，一根轻质弹簧上端固定，下端悬挂质量为 m_0 的盘，其中放着质量为 m 的物体，当盘静止时，弹簧比其自然长度长出 l；当向下拉盘，使弹簧再伸长 Δl 后停止（弹簧仍处于弹性限度以内），然后松开手，则刚松开时盘对物体的支持力等于 （ ）

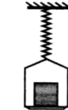


图 6-21

A. $\left(1+\dfrac{\Delta l}{l}\right)mg$　　B. $\left(1+\dfrac{\Delta l}{l}\right)(m+m_0)g$

C. $\dfrac{\Delta l}{l}mg$　　D. $\dfrac{\Delta l}{l}(m+m_0)g$

4. S_1、S_2 表示劲度系数分别为 k_1、k_2 的两根弹簧，$k_1>k_2$；a 和 b 表示质量分别为 m_a 和 m_b 的两个小物块，$m_a>m_b$，将弹簧与物块按图 6-22 所示的方式悬挂起来，现要求两根弹簧的总长度最短，则应使 （ ）

A. S_1 在上，a 在上　　B. S_1 在上，b 在上

C. S_2 在上，a 在上　　D. S_2 在上，b 在上

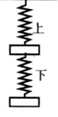
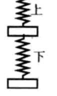



图 6-22

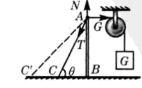


图 6-23

5. 如图 6-23 所示的装置处于平衡. 现在如果把 AC 换成一条比较长的绳子，使 C 移到 C'，AB 杆保持竖直，这个装置仍能平衡. 那么 （ ）

A. 绳子的拉力 T 增大、杆的支持力 N 减小

B. 绳子的拉力 T 和杆的支持力 N 均增大

C. 绳子的拉力 T 减小、杆的支持力 N 增大

D. 绳子的拉力 T 和杆的支持力 N 均减小

6. 一只船以恒定的对水速度，往返于上、下游两码头之间. 如果以时间 t_1 和 t_2 分别表示水的流速较小和较大时船往返一次所需的时间，那么，两时间的长短关系为　(　　)

A. $t_1 = t_2$　　B. $t_1 > t_2$

C. $t_1 < t_2$　　D. 条件不足，不能判断

7. 如图 6-24 所示，正沿平直轨道以速度 v 匀速行驶的车厢，忽然以加速度 a 做匀加速运动，车厢前端高 h 的货架上小球落下，小球落到底板上的点到货架的水平距离为　(　　)

A. $v\sqrt{\frac{2h}{g}}$　　B. $v\sqrt{\frac{2h}{a}}$　　C. $\frac{ah}{g}$　　D. $\frac{gh}{a}$

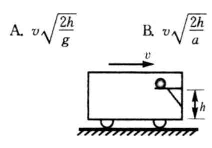


图 6-24

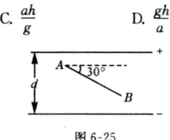
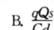
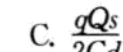
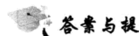


图 6-25

8. 图 6-25 所示是一个平行板电容器，其电容为 C，带电量为 Q，上极板带正电，现将一个试探电荷 q 由两极板间的 A 点移动到 B 点，如图 1-25 所示，A、B 两点间的距离为 s，边线 AB 与极板间的夹角为 30°，则电场力对试探电荷 q 所做的功等于　(　　)

A.  $\frac{qCs}{Qd}$　　B.  $\frac{qQs}{Cd}$　　C.  $\frac{qQs}{2Cd}$　　D. $\frac{qCs}{2Qd}$



答案与提示

1. B(当 $m_1 = 0$ 时(极限)，A 对 B 的作用力为 F，只有 B 选项中的表达式符合)

2. D(设物体与斜面间动摩擦因数为 μ，物体在斜面上下滑的加速度 $a = g(\sin\theta - \mu\cos\theta)$，当 $\theta = 0$(极限)，$a = 0$；当 $\theta = 90°$(极限)，$a = g$；当 $\theta = \arctan\mu$(特殊值)，$a = 0$；当 $\theta > \arctan\mu$，$a > 0$. 根据以上四个条件进行判断，可知 D 图象比较合理)

3. A(弹簧伸长为 l 时，重力与弹力平衡. 当弹簧再伸长 Δl 时增加的弹力提供两物体加速所需的力，当 $\Delta l = 0$ 时(极限)，盘对物体支持力为 mg，只有 A 中表达式有这种可能性)

4. A(应用极限思维法，令两弹簧中劲度系数大到不可伸长，总长最短，小质量物块和小劲度系数弹簧均在下面，下弹簧伸长量最小，即总长度最短)

5. D(A 点杆支持力与重物拉力的合力与 AC 绳子上的拉力是一对平衡力. 绳子无限长时，绳子趋近水平(极限)时绳上拉力趋于 G，杆上压力为零；当绳子的长度趋近于杆长时，绳上的拉力趋于无穷大，杆上支持力也趋近于无穷大)

6. C(水流速与船速相等(极限)船就不能返回，说明水流速大往返时间多)

7. C(此题中车厢的加速度 $a = 0$ 时小球就不会落下来，即意味着小球落到底板上的点到货架的水平距离为 0，只有 C 选项才有零的可能性)

8. C(电荷移动的距离在电场力方向上为 $\frac{s}{2}$，所以A、B两选项不正确，而D选项的量纲不对，只有C选项正确)

高考思想篇

考点直击

年份	题源及类型	考点
2009	山东卷 T16 选择 6 分、理综 Ⅱ T20 选择 6 分 北京理综 T20 选择 6 分	牛顿运动定律、匀变速运动规律、电场强度、光电效应
2008	北京卷 T20 选择 6 分、江苏卷 T9 选择 4 分	
2007	广东卷 T5 选择 4 分、宁夏理综 T18 选择 6 分 重庆理综 T18 选择 6 分	

考题探究

［例1］ (2009·山东理综) 如图6-26所示，光滑半球形容器固定在水平面上，O为球心，一质量为m的小滑块，在水平力F的作用下静止于P点. 设滑块所受支持力为F_N. OP与水平方向的夹角为θ. 下列关系正确的是 (　　)

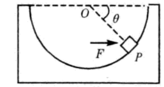


图6-26

A. $F=\frac{mg}{\tan\theta}$　　B. $F=mg\tan\theta$

C. $F_N=\frac{mg}{\tan\theta}$　　D. $F_N=mg\tan\theta$

［分析］ (极限法) 当$\theta=90°$，$F=0$，A选项正确，B选项错误，$F_N=mg$，C、D错误.

［答案］ A

［例2］ (2009·全国理综Ⅱ) 以初速度v_0竖直向上抛出一质量为m的小物体. 假定物块所受的空气阻力f大小不变. 已知重力加速度为g，则物体上升的最大高度和返回到原抛出点的速率分别为 (　　)

A. $\frac{v_0^2}{2g\left(1+\frac{f}{mg}\right)}$和$v_0\sqrt{\frac{mg-f}{mg+f}}$　　B. $\frac{v_0^2}{2g\left(1+\frac{f}{mg}\right)}$和$v_0\sqrt{\frac{mg}{mg+f}}$

C. $\frac{v_0^2}{2g\left(1+\frac{2f}{mg}\right)}$和$v_0\sqrt{\frac{mg-f}{mg+f}}$　　D. $\frac{v_0^2}{2g\left(1+\frac{2f}{mg}\right)}$和$v_0\sqrt{\frac{mg}{mg+f}}$

［分析］　当 $f=mg$（极限）物体不能返回原抛出点，速度为零，只有 A 正确.

［答案］　A

［例 3］　（2009·北京理综）图 6-27 所示为一个内、外半径分别为 R_1 和 R_2 的圆环状均匀带电平面，其单位面积带电量为 σ. 取环面中心 O 为原点，以垂直于环面的轴线为 x 轴. 设轴上任意点 P 到 O 点的距离为 x，P 点电场强度的大小为 E. 下面给出 E 的四个表达式（式中 k 为静电力常量），其中只有一个是合理的. 你可能不会求解此处的场强 E，但是你可以通过一定的物理分析，对下列表达式的合理性做出判断. 根据你的判断，E 的合理表达式应为　（　　）

A. $E=2\pi k\sigma\left(\frac{R_1}{\sqrt{x^2+R_1^2}}-\frac{R_2}{\sqrt{x^2+R_2^2}}\right)x$

B. $E=2\pi k\sigma\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+R_1^2}}-\frac{1}{\sqrt{x^2+R_2^2}}\right)x$

C. $E=2\pi k\sigma\left(\frac{R_1}{\sqrt{x^2+R_1^2}}+\frac{R_2}{\sqrt{x^2+R_2^2}}\right)x$

D. $E=2\pi k\sigma\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+R_1^2}}+\frac{1}{\sqrt{x^2+R_2^2}}\right)x$

图 6-27

［分析］　当 $x=0$（极限法）时，$E=0$，当 $x\to\infty$（极限法）时，$E=0$，显然 C、D 两选项排除；由点电荷的电场场强 $E=\frac{kq}{r^2}$，从量纲的角度来分析，将选项中电场 E 的表达式与点电荷电场表达式进行比较，因 $\sigma=\frac{q}{l^2}$，那么，选项中括号与 x 的乘积是无量纲. 排除了 A 选项.

［答案］　B

［例 4］　有一些问题你可能不会求解，但是你仍有可能对这些问题的解是否合理进行分析和判断. 例如从解的物理量单位，解随某些已知量变化的趋势，解在一些特殊条件下的结果等方面进行分析，并与预期结果、实验结论等进行比较，从而判断解的合理性或正确性.

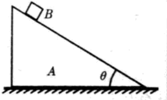


图 6-28

举例如下：如图 6-28 所示. 质量为 M、倾角为 θ 的滑块 A 放于水平地面上. 把质量为 m 的滑块 B 放在 A 的斜面上. 忽略一切摩擦，有人求得 B 相对地面的加速度 $a=\frac{M+m}{M+m\sin^2\theta}g\sin\theta$，式中 g 为重力加速度.

对于上述解，某同学首先分析了等号右侧量的单位，没发现问题. 他进一步利用特殊条件对该解做了如下四项分析和判断，所得结论都是"解可能是对的". 但是，其中有一项是错误的. 请你指出该项.　（　　）

A. 当 $\theta=0$ 时，该解给出 $a=0$，这符合常识，说明该解可能是对的

B. 当 $\theta=90^\circ$ 时，该解给出 $a=g$，这符合实验结论，说明该解可能是对的

C. 当 $M\gg m$ 时，该解给出 $a=g\sin\theta$，这符合预期的结果，说明该解可能是对的

D. 当 $m\gg M$ 时，该解给出 $a=\frac{g}{\sin\theta}$，这符合预期的结果，说明该解可能是对的



［分析］ 对于表达式 $a=\frac{M+m}{M+m\sin^2\theta}g\sin\theta$，$\theta=0$（极限值）和 $\theta=90^\circ$（极限值），均能说明它是正确的，当 $M\gg m$ 时相当于 A 的加速度 $\to 0$，B 就在固定斜面上运动了. 从排除法的角度来看，剩下 D 选项，肯定是错误的.

当 $m\gg M$ 时，该解给出 $a=\frac{g}{\sin\theta}>g$，显然是不合理. 因为物块沿斜面下滑是重力正交分解到斜面的分量而产生的，其加速度小于 g，所以不合理.

［答案］ D

［例5］ 如图 6-29 所示，一根不可伸长的轻绳两端各系一个小球 a 和 b，跨在两根固定在同一高度的光滑水平细杆上，质量为 $3m$ 的 a 球置于地面上，质量为 m 的 b 球从水平位置静止释放. 当 a 球对地面压力刚好为零时，b 球摆过的角度为 θ，下列结论正确的是 （　　）

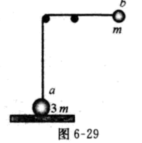


图 6-29

A. $\theta=90^\circ$

B. $\theta=45^\circ$

C. b 球摆动到最低点的过程中，重力对小球做功的功率先增大后减小

D. b 球摆动到最低点的过程中，重力对小球做功的功率一直增大

［分析］ b 球摆过的角度为 θ，机械能守恒有 $\frac{1}{2}mv^2=mgl\sin\theta$，在沿绳的方向上由牛顿运动定律有 $T-mg\sin\theta=\frac{mv^2}{l}=2mg\sin\theta$，$T=3mg\sin\theta=3mg$，$\theta=90^\circ$.

极限法：b 球摆动到最低点的过程中，竖直方向上的速度为零，开始时，竖直方向的速度也为零，所以，在竖直方向上的分速度先增大后减小为零，重力做功的功率是先增大后减小.

［答案］ AC

［例6］ 如图 6-30 所示，在倾角为 θ 的固定光滑斜面上，质量为 m 的物体受外力 F_1 和 F_2 的作用，F_1 方向水平向右，F_2 方向竖直向上. 若物体静止在斜面上，则下列关系正确的是 （　　）

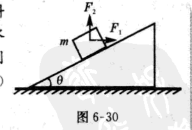


图 6-30

A. $F_1\sin\theta+F_2\cos\theta=mg\sin\theta$，$F_2\leqslant mg$

B. $F_1\cos\theta+F_2\sin\theta=mg\sin\theta$，$F_2\leqslant mg$

C. $F_1\sin\theta-F_2\cos\theta=mg\sin\theta$，$F_2\leqslant mg$

D. $F_1\cos\theta-F_2\sin\theta=mg\sin\theta$，$F_2\leqslant mg$

［分析］ 当 $\theta=0$（极限）应有 $F_1=0$，$F_2=mg$. A 选项中 $F_2=0$，而 $F_1\neq 0$，错误；B 选项中 $F_1=0$，而 $F_2\neq 0$，即 $F_2=mg$，正确；C 选项同 A 相似，错误，D 选项中 $F_2=-mg$，因为该关系式中已将力的方向均已考虑，式中符号只表示力的大小.

［答案］ B

[例7] 两个质量相同的小球用不可伸长的细线连接,置于场强为 E 的匀强电场中,小球1和小球2均带正电,电量分别为 q_1 和 $q_2(q_1>q_2)$. 将细线拉直并使之与电场方向平行,如图6-31所示. 若将两小球同时从静止状态释放,则释放后细线中的张力 T 为(不计重力及两小球间的库仑力) ( )

图 6-31

A. $T=\frac{1}{2}(q_1-q_2)E$　　B. $T=(q_1-q_2)E$

C. $T=\frac{1}{2}(q_1+q_2)E$　　D. $T=(q_1+q_2)E$

[分析] 当 $q_1=q_2$ 时, $T=0$, 当 $q_2=0$(极限值)时, $T=\frac{1}{2}q_1E$, 只有A选项正确.

[答案] A

[例8] 真空中有一平行板电容器,两极板分别由铂和钾(其极限波长分别为 λ_1 和 λ_2)制成,板面积为 S, 间距为 d. 现用波长为 $\lambda(\lambda_1<\lambda<\lambda_2)$ 的单色光持续照射两板内表面,则电容器的最终带电量 Q 正比于 ( )

A. $\frac{d}{S}\left(\frac{\lambda-\lambda_1}{\lambda\lambda_1}\right)$　B. $\frac{d}{S}\left(\frac{\lambda_2-\lambda}{\lambda\lambda_2}\right)$　C. $\frac{S}{d}\left(\frac{\lambda-\lambda_1}{\lambda\lambda_1}\right)$　D. $\frac{S}{d}\left(\frac{\lambda_2-\lambda}{\lambda\lambda_2}\right)$

[分析] 现用波长为 $\lambda(\lambda_1<\lambda<\lambda_2)$ 的单色光持续照射两板内表面,只有钾极板能产生光电效应. 钾极板极限波长为 λ_2, 光电子的最大初动能与 λ_1 无关. A、C两选项排除. 平行板电容器的电容 $C\propto\frac{S}{d}$, 光电子的最大初动能 $E_{km}=eU_m$, 电容器所带电量 $Q_m=CU_m\propto\frac{S}{d}\cdot E_{km}$, 从量纲的角度可知B选项错误,只有D选项正确.

[答案] D

思维考试测试

1. 如图6-32所示,甲、乙两个容器形状不同,容积却相同,现有两块完全相同的金属块由细线系着,分别浸入同样深度,这时两容水面相平齐,如果将金属块匀速提出水面,则拉力 ( )

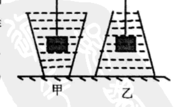


图 6-32

A. 从甲容器中拉出水面时做功多

B. 从乙容器中拉出水面时做功多

C. 从甲、乙两容器中拉出水面做功相同

D. 从两容器中拉出水面做功多少无法比较

2. 一小球用轻绳悬挂在某固定点. 现将轻绳水平拉直,然后由静止开始释放小球,考虑小球由静止开始运动到最低位置过程 ( )

A. 小球在水平方向的速度逐渐增大

B. 小球在竖直方向的速度逐渐增大

C. 到达最低位置时小球的线速度最大

D. 到达最低位置时绳中的拉力等于小球重力

3. 江苏省沙河抽水蓄能电站自2003年投入运行以来，在缓解用电高峰电力紧张方面，取得了良好的社会效益和经济效益. 抽水蓄能电站的工作原理是，在用电低谷时(如深夜)，电站利用电网多余电能把水抽到高处蓄水池中，到用电高峰时，再利用蓄水池中的水发电，如图6-33所示，蓄水池(上游水库)可视为长方体，有效总库容量(可用于发电)为V，蓄水后水位高出下游水面H，发电过程中上游水库水位最大落差为d. 统计资料表明，该电站年抽水用电为2.4×10^{8} kW·h，年发电量为1.8×10^{8} kW·h. 则下列计算结果正确的是(水的密度为ρ，重力加速度为g，涉及重力势能的计算均以下游水面为零势能面)　(　　)

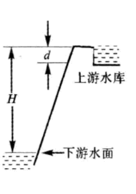


图 6-33

A. 能用于发电的水的最大重力势能 $E_p=\rho gH$

B. 能用于发电的水的最大重力势能 $E_p=\rho gV(H-\frac{d}{2})$

C. 电站的总效率为75%

D. 该电站平均每天所发电能可供给一个大城市居民用电(电功率以10^5 kW计)约10h

4. 在显像管的电子枪中，从炽热的金属丝不断放出的电子进入电压为U的加速电场，设其初速度为零，经加速后形成横截面积为S、电流为I的电子束. 已知电子的电量为e、质量为m，则在刚射出加速电场时，一小段长为Δl的电子束内的电子个数是　(　　)

A. $\frac{I\Delta l}{eS}\sqrt{\frac{m}{2eU}}$　　B. $\frac{I\Delta l}{e}\sqrt{\frac{m}{2eU}}$　　C. $\frac{I}{eS}\sqrt{\frac{m}{2eU}}$　　D. $\frac{IS\Delta l}{e}\sqrt{\frac{m}{2eU}}$

5. 如图6-34所示，两小球A、B从同一点E出发，以相同大小的初速度v_0分别沿光滑的水平面和凹面通道到达另一端的同一点F，则下列判断正确的是　(　　)

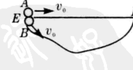


图 6-34

A. A球先到达F点

B. B球先到达F点

C. 两球同时到达F点

D. 条件不足，无法判断两球到达F点的先后

6. 如图 6-35 所示，在光滑的水平面上有一质量为M、倾角为θ的光滑斜面体，斜面上有一质量为m的物块沿斜面下滑. 关于物块下滑过程中对斜面压力大小的解答，有如下四个表达式. 要判断这四个表达式是否合理，你可以不必进行复杂的计算，而是根据所学的物理知识和物理方法进行分析，从而判断解的合理性或正确性. 根据你的判断，下述表达式中可能正确的是　　(　　)

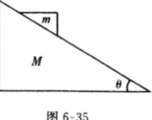


图 6-35

A. $\dfrac{Mmg\sin\theta}{M-m\sin^2\theta}$　　B. $\dfrac{Mmg\sin\theta}{M+m\sin^2\theta}$

C. $\dfrac{Mmg\cos\theta}{M-m\sin^2\theta}$　　D. $\dfrac{Mmg\cos\theta}{M+m\sin^2\theta}$

7. 某个由导电介质制成的电阻截面如图 6-36 所示. 导电介质的电阻率为ρ、制成内、外半径分别为a和b的半球壳层形状(图中阴影部分)，半径为a、电阻不计的球形电极被嵌入导电介质的球的球心为一个引出电极，在导电介质的外层球壳上镀上一层电阻不计的金属膜成为另外一个电极. 设该电阻的阻值为R. 下面给出R的四个表达式中只有一个是合理的，你可能不会求解R，但是你可以通过一定的物理分析，对下列表达式的合理性应为　　(　　)

A. $R=\dfrac{\rho(b+a)}{2\pi ab}$　　B. $R=\dfrac{\rho(b-a)}{2\pi ab}$

C. $R=\dfrac{\rho ab}{2\pi(b-a)}$　　D. $R=\dfrac{\rho ab}{2\pi(b+a)}$

I
a
O
b
I

图 6-36

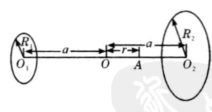


图 6-37

8. (**2010 · 福建**) 物理学中有些问题的结论不一定必须通过计算才能验证，有时只需要通过一定的分析就可以判断结论是否正确. 如图 6-37 所示为两个彼此平行且共轴的半径分别为R_1和R_2的圆环，两圆环上的电荷量均为q(令$q>0$)而且电荷均匀分布. 两圆环的圆心O_1和O_2相距为$2a$，连线的中点为O，轴线上的A点在O点的右侧，与O点相距为$r(r<a)$. 试分析判断下列关于A点处电场强度大小E的表达式(式是k为静电力常

量）正确的是　　　　（　　）

A. $E=\left|\frac{kqR_1}{R_1^2+(a+r)^2}-\frac{kqR_2}{R_2^2+(a-r)^2}\right|$

B. $E=\left|\frac{kqR_1}{[R_1^2+(a+r)^2]^{3/2}}-\frac{kqR_2}{[R_2^2+(a-r)^2]^{3/2}}\right|$

C. $E=\left|\frac{kq(a+r)}{R_1^2+(a+r)^2}-\frac{kq(a-r)}{R_2^2+(a-r)^2}\right|$

D. $E=\left|\frac{kq(a+r)}{[R_1^2+(a+r)^2]^{3/2}}-\frac{kq(a-r)}{[R_2^2+(a-r)^2]^{3/2}}\right|$

答案与提示

1. A(当两容器中没有金属块时，甲的水面比乙的水平高，金属块从甲容器完全提出做的功多)

2. AC(小球开始静止和最低位置时的竖直速度均为零，这是过程中的两个端点即极限位置的速度，运动过程中小球竖直速度不为零，说明小球运动过程中竖直速度是先增大后减小，小球运动到最低点的过程中，重力势能转化为小球的动能，小球的水平速度由零增大到最大，在最低点时，绳的拉力一部分与小球的重力平衡，另一部分提供小球做圆周运动的向心力)

3. BC(A 选项不是重力势能量纲；将上游水库中的水集中到水库深度一半处，全部用来发电就是水的最大重力势能 $E_p=\rho gV(H-\frac{d}{2})$；电站总效率为 $\eta=\frac{1.8}{2.4}\times100\%=75\%$；电站平均每天所发电能供给一个大城市居民用电 $t=\frac{1.8\times10^8}{365\times10^5}\text{h}=5\text{h}$)

4. B(电子进入电压为 U 的加速电场，设其初速度为零，经加速后获得速度为 v，$v=\sqrt{\frac{2eU}{m}}$，由电流 $I=neSv$ 可知 $n=\frac{I}{eSv}=\frac{I}{eS}\sqrt{\frac{m}{2eU}}$，小段长为 Δl 的电子束内的电子个数是 $N=n\Delta V=\frac{I}{eS}\sqrt{\frac{m}{2eU}}\cdot S\Delta l=\frac{I\Delta l}{e}\sqrt{\frac{m}{2eU}}$，从量纲的角度来讲，ACD 均错误)

5. B(两球运动过程中机械能守恒，B 球速度越来越大，但 B 球在水平方向上的速度虽然是增大的，但开始沿水平方向的速度小于 A 球的水平速度. 所以，不能判断，但可用极限法判断，当两球的初速度为零时，A 球不能到达 F 点，而 B 球却能运动到 F 点，说明 B 球先到达 F 点)

6. D(当 $M\to\infty$ 时(极限法)，将表达式的分子和分母同除以 M，物块下滑过程中对斜面压力大小 $N=mg\cos\theta$，A、B 两选项错误；当 $\theta=0$ 时，$N=mg$，当 $\theta=90°$时，$N=0$；物块





沿斜面下滑时，斜面体向左滑动，物块与斜面体有分离的趋势，它们之间压力在减小，C、D 两式相比较，只有 D 式符合以上几个特征）

7. B(从电阻定律 $R=\rho\frac{L}{S}$ 中的量纲的角度可以分析到 C、D 两选项错误，由题可知球形电极的电阻不计，当 $b=a$ 时（极限法），电阻 $R=0$，只有 B 式正确）

8. D(由点电荷的电场 $E=\frac{kq}{r^2}$ 与选项进行比较，可知 A、C 两选项中的量纲不对. 当 $r=a$时（极限），环 2 所带电荷在圆心 O_2 处所产生的场强为零，表达式中应与 R_2 无关，只有 D 选项正确）

